



[美] 莫里斯·克莱因

著

第二册

古今数学思想

上海科学技术出版社

014013233

01-0
02-3
V2

古今数学思想

(第二册)

[美]莫里斯·克莱因 著

石生明 万伟勋 孙树本 等 译



01-0/02-3
V2

上海科学技术出版社



北航

C1700551

01401383

图书在版编目(CIP)数据

古今数学思想. 第2册 / (美) 克莱因(Kline, M.) 著; 石生明等译. —上海: 上海科学技术出版社, 2014. 1

书名原文: Mathematical thought: from ancient to modern times

ISBN 978-7-5478-1718-6

I. ①古… II. ①克… ②石… III. ①数学史 IV. ①O11

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2013)第 063543 号

Mathematical Thought From Ancient to Modern Times

Copyright © 1972 by Morris Kline

First published in 1972 by Oxford University Press Inc.

All Rights Reserved.

This translation is published by arrangement with Oxford University Press Inc.

本书经牛津大学出版社授权出版。

上海世纪出版股份有限公司 出版、发行
上海科学技术出版社

(上海钦州南路 71 号 邮政编码 200235)

新华书店上海发行所经销

常熟市华顺印刷有限公司印刷

开本 787×1092 1/16 印张 23.75

字数: 400 千字

2014 年 1 月第 1 版 2014 年 1 月第 1 次印刷

ISBN 978-7-5478-1718-6/O·22

定价: 58.00 元

本书如有缺页、错装或损坏等严重质量问题,
请向工厂联系调换

| 《古今数学思想》译者录 |

第一册(序,第1章至第17章):

江泽涵(序);张理京(第1章至第10章,第13章,第14章);张锦炎(第11章,第12章);申又彬(第15章,第16章);朱学贤(第17章)

第二册(第18章至第33章):

朱学贤(第18章,第25章);钱敏平(第19章);邓东皋(第20章);丁同仁(第21章);刘西垣(第22章);叶其孝(第23章,第24章);庄圻泰(第26章,第27章);万伟勋(第28章至第30章);石生明(第31章至第33章)

第三册(第34章至第51章):

张顺燕(第34章);姜伯驹(第35章);孙树本(第36章,第38章,第39章);章学诚(第37章);叶其孝(第40章);程民德(第41章);朱学贤(第42章);张恭庆(第43章,第44章);邓东皋(第45章至第47章);章学诚(第48章);聂灵沼(第49章);江泽涵(第50章);吴光磊(第51章)

翻译说明

很多数学工作者、数学教师和数学爱好者早就希望能有一本比较简明的、阐述一些重要数学思想的来源和发展的书。看到莫里斯·克莱因(Morris Kline)教授写的这本 *Mathematical Thought from Ancient to Modern Times* (1972), 我们感到相当满意, 就组织人力把它翻译出来。

这本书内容丰富, 全面论述了近代数学大部分分支的历史发展; 篇幅不大, 简明扼要。正如书名所指出的, 本书着重论述数学思想的古往今来, 而不是单纯的史料传记, 努力说明数学的意义是什么, 各门数学之间以及数学和其他自然科学尤其是和力学、物理学的关系是怎样的。本书厚今薄古, 主要篇幅是叙述近二三百年的数学发展, 着重在 19 世纪, 有些分支写到 20 世纪 30 年代或 40 年代, 作者对一些重要数学分支的历史发展, 对一些著名数学家的评论, 都很有一些独到的见解, 并且写得很引人入胜。莫里斯·克莱因教授本人深受格丁根大学数学传统的影响, 注意研究数学史和数学教育, 是一位著名的应用数学家和数学教育家, 因此, 他很能体会读者的心情, 在书中能通过比较丰富的史料来阐述观点, 把科目的历史叙述和内容介绍结合起来。另外, 为了方便读者, 对许多古代的数学成就或资料都翻译成近代数学的语言, 通俗易懂。这些都是本书突出的优点。

当然, 本书也有不足之处, 例如忽视了我国的数学成就及其对数学发展的影响, 这对于论述数学的发展来说, 无疑是有片面性的。关于对现代数学高度抽象这一特征的看法, 作者是持一定保留态度的, 他的这种态度, 给本书带来了某种倾向性, 我们认为这是可以商榷的。另外, 关于数学中的有些问题, 在历史上一直是争论不休的, 而数学就在这种争论中发展着; 作者的一些看法也只是一家之言, 还是值得研究的。但是总的看来, 本书仍不失为一本难得的好书。 *Bulletin of the American Mathematical Society*, 1974, 9, Vol. 80, No. 5: 805~807 的书评文章说: “就数学史而论, 这是迄今为止最好的一本。”

参加本书翻译的有张理京、江泽涵、张锦炎、申又彬、朱学贤、钱敏平、邓东皋、丁同仁、刘西垣、叶其孝、庄圻泰、万伟勋、石生明、张顺燕、姜伯驹、孙树本、章学诚、程民德、张恭庆、聂灵沼和吴光磊。本书由张理京、申又彬、江泽涵、冷生明校阅。另外, 叶其孝、朱学贤也参加校阅了全书的部分章节, 并协同做了许多组织工作。

本书是在1976年初,由北京大学数学系的几位教授与部分教师,主要是申又枨、江泽涵、吴光磊、冷生明等,建议组织翻译的。当时主要目的是便于自己学习。

如今,莫里斯·克莱因教授和多位当年参加翻译的老一辈数学家相继去世,我们深深地怀念他们。原书虽再没有新的版本,但其在国际上的影响仍然很大。为了保证质量,冷生明曾对译稿进行了全面校勘,改正了许多误译和其他差错。在原译本中,数以千计的人名、地名译法都不规范,为纠正这些错误,出版社的几位编辑也花费了大量心血。另外,在本书的出版过程中,吴文俊教授给予很大的关怀与支持,我们表示衷心的感谢!

原书初版时为一卷,后改为三册;中译本也分为三册,且内容保持一致。我们希望本书的翻译出版,能增进读者对数学史和数学本身的了解,对数学的教学改革以及对数学和数学史的研究有所裨益。限于水平,译文一定还有许多不妥甚至错误之处,欢迎读者批评指正。

邓东皋

2000年3月9日

| 序 |

如果我们想要预见数学的将来,适当的途径是研究这门科学的历史和现状。

庞加莱(Henri Poincaré)

本书论述从古代一直到20世纪头几十年中的重大数学创造和发展。目的是介绍中心思想,特别着重于那些在数学历史的主要时期中逐渐冒出来并成为最突出的,并且对于促进和形成尔后的数学活动有影响的主流工作。本书所极度关心的还有对数学本身的看法、不同时期中这种看法的改变,以及数学家对于他们自己的成就的理解。

必须把本书看作是历史的一个概述。当人们想到欧拉(Leonhard Euler)的全集满满的约70卷、柯西(Augustin-Louis Cauchy)的26卷、高斯(Carl Friedrich Gauss)的12卷,人们就容易理解只凭本书一卷的篇幅不能给出一个详尽的叙述。本书的一些篇章只提出所涉及的领域中已经创造出来的数学的一些样本,可是我坚信这些样本最具有代表性。再者,为着把注意力始终集中于主要的思想,我引用定理或结果时,常常略去严格准确性所需要的次要条件。本书当然有它的局限性,但我相信它已给出整个历史的一种概貌。

本书的组织着重在居领导地位的数学课题,而不是数学家。数学的每一分支打上了它的奠基者的烙印,并且杰出的人物在确定数学的进程方面起决定性作用。但是,特意叙述的是他们的思想,传记完全是次要的。在这一点上,我遵循帕斯卡(Blaise Pascal)的意见:“当我们援引作者时,我们是援引他们的证明,不是援引他们的姓名。”

为使叙述连贯,特别是在1700年以后的时期,对于每一发展要等到它已经成熟,在数学中占重要地位并且产生影响的时候,我才进行论述。例如,我把非欧几里得几何放在19世纪介绍,虽然企图寻找欧几里得平行公理的替代物或证明早在欧几里得(Euclid)时代就开始了并且继续不断。当然,有许多问题会在不同的时期反复提及。

为了不使资料漫无边际,我忽略了几种文化,例如中国的^①、日本的和玛雅的文化,因为他们的工作对于数学思想的主流没有重大的影响。还有一些数学中的发展,例如概率论和差分演算,它们今天变得重要,但在所考虑的时期中并未起重要作用,从而也只得到很少的注意。这最后的几十年的大发展使我不得不在本书中只收入那些 20 世纪的,并且在该时期变成有特殊意义的创造。我没有在 20 世纪时期继续讨论像常微分方程或变分法的扩展,因为这将会需要很专门的资料,而它们只对于这些领域的研究工作者有兴趣,并且将会大大增加本书的篇幅。此外还考虑到,对于许多较新的发展的重要性,目前还不能作客观的估价。数学的历史告诉我们,许多科目曾经激起过很大的热情,并且得到最好的数学家的注意,但终于湮没无闻。我们只需要回忆一下凯莱(Arthur Cayley)的名言“射影几何就是全部几何”,以及西尔维斯特(James Joseph Sylvester)的断言“代数不变量的理论已经总结了数学中的全部精华”。确实,历史给出答案的有趣问题之一便是数学中哪些东西还生存着而未被淘汰?历史做出它自己的而且更可靠的评价。

通过几十项重要发展的即使是基础的叙述,也不能指望读者知道所有这些发展的内容。因此,我在本书中论述某科目的历史时,除去一些极初等的领域外,也说明科目的内容,把科目的历史叙述和内容说明融合起来。对各种数学创造,这些说明也许不能把它们完全讲清楚,但应能使读者对它们的本质得到某些概念。从而在某种程度上,本书也可作为一本从历史角度来讲解的数学入门书。这无疑是使读者能获得理解和鉴赏的最好的写法之一。

我希望本书对于专业的数学家和未来的数学家都有帮助。专业的数学家今天不得不把这么多的时间和精力倾注到他的专题上去,使得他没有机会去熟悉他的学科的历史。而实际上,这历史背景是重要的。现在的根深扎在过去,而对于寻求理解“现在之所以成为现在这样子”的人们来说,过去的每一事件都不是无关的。再者,虽然数学大树已经伸张出成百的分支,它毕竟是一个整体,并且有它自己的重大问题和目标。如果一些分支专题对于数学的心脏无所贡献,它们就不会开花结果。我们的被分裂的学科就面临着这种危险;跟这种危险做斗争的最稳妥的办法,也许就是要对于数学的过去成就、传统和目标得到一些知识,使得能把研究工作导入有成果的渠道。如同希尔伯特(David Hilbert)所说的:“数学是一个有机体,它的生命力的一个必要条件是所有各部分的不可分离的结合。”

对于学数学的学生来说,本书还会另好处。通常一些课程所介绍的是一些

^① 中国数学史的一个可喜的叙述,已见于李约瑟(Joseph Needham)的 *Science and Civilization in China*, 剑桥大学出版社, 1959, 卷 3, 第 1~168 页。

似乎没有什么关系的数学片断。历史可以提供整个课程的概貌,不仅使课程的内容互相联系,而且使它们跟数学思想的主干也联系起来。

在一个基本方面,通常的一些数学课程也使人产生一种幻觉。它们给出一个系统的逻辑叙述,使人们有这种印象:数学家们几乎理所当然地从定理到定理,数学家能克服任何困难,并且这些课程完全经过锤炼,已成定局。学生被湮没在成串的定理中,特别是当他正开始学习这些课程的时候。

历史却形成对比。它教导我们,一个科目的发展是由汇集不同方面的成果点滴积累而成的。我们也知道,常常需要几十年甚至几百年的努力才能迈出有意义的几步。不但这些科目并未锤炼成无缝的天衣,就是那已经取得的成就,也常常只是一个开始,许多缺陷有待填补,或者真正重要的扩展还有待创造。

课本中的斟字酌句的叙述,未能表现出创造过程中的斗争、挫折,以及在建立一个可观的结构之前,数学家所经历的艰苦漫长的道路。学生一旦认识到这一点,他将不仅获得真知灼见,还将获得顽强地追究他所攻问题的勇气,并且不会因为他自己的工作并非完美无缺而感到颓丧。实在说,叙述数学家如何跌跤,如何在迷雾中摸索前进,并且如何零零碎碎地得到他们的成果,应能使搞研究工作的任一新手鼓起勇气。

为了使本书能包罗所涉及的这个大范围,我曾经试着选择最可靠的原始资料。对于微积分以前的时期,像希思(Thomas L. Heath)的《希腊数学史》(*A History of Greek Mathematics*)无可否认地是第二手的资料,可是我并未只依靠这样一个来源。对于以后时期中的数学发展,通常都能直接查阅原论文;这些都幸而可以从期刊或杰出的数学家的全集中找到。对研究工作的大量报道和概述也帮助了我,其中一些实际上也就在全集里。对于所有的重要结果,我都试着给出出处。但并没有对于所有的断言都这么做;否则将会使引证泛滥,浪费篇幅,而这些篇幅还不如用来充实报道。

每章中的参考书目指出资料来源。如果读者有兴趣,他能从这些来源得到比本书中所说的更多的报道。这些书目中还包括许多不应而且没有作为来源的文献。把它们列在书目中,是因为它们供给额外的报道,或者表达的水平可以对一些读者更有帮助,或者它们比原始资料更易于找到。

在此,我想对我的同事 Martin Burrow, Bruce Chandler, Martin Davis, Donald Ludwig, Wilhelm Magnus, Carlos Moreno, Harold N. Shapiro 和 Marvin Tretkoff 表示谢意,感谢他们回答了大量的问题,阅读了本书的许多章节,提出了许多宝贵的批评意见。我特别感激我的妻子 Helen,她以批评的眼光编辑我的手稿,广泛地核对人名、日期和出处,而且极仔细地阅读尚未分成页的校样并给它们编上页码。Eleanore M. Gross 夫人做了大量的打字工作,对我是一个极

大的帮助。我想对牛津大学出版社的编辑部表示感激,感谢他们细心地印刷了本书。

莫里斯·克莱因 (Morris Kline)

纽约 1972 年 5 月

| 目 录 |

第 18 章	17 世纪的数学	1
	1. 数学的转变	1
	2. 数学和科学	4
	3. 数学家之间的交流	5
	4. 展望 18 世纪	7
第 19 章	18 世纪的微积分	9
	1. 引言	9
	2. 函数概念	12
	3. 积分技术与复量	14
	4. 椭圆积分	18
	5. 进一步的特殊函数	28
	6. 多元函数微积分	30
	7. 在微积分中提供严密性的尝试	31
第 20 章	无穷级数	40
	1. 引言	40
	2. 无穷级数的早期工作	40
	3. 函数的展开	43
	4. 级数的妙用	45
	5. 三角级数	56
	6. 连分式	61
	7. 收敛与发散问题	62
第 21 章	18 世纪的常微分方程	69
	1. 主题	69

2. 一阶常微分方程	71
3. 奇解	76
4. 二阶方程与黎卡蒂方程	77
5. 高阶方程	82
6. 级数法	85
7. 微分方程组	87
8. 总结	95

第 22 章 18 世纪的偏微分方程

1. 引言	98
2. 波动方程	98
3. 波动方程的推广	109
4. 位势理论	115
5. 一阶偏微分方程	123
6. 蒙日和特征理论	126
7. 蒙日和非线性二阶方程	128
8. 一阶偏微分方程组	130
9. 这一门数学学科的产生	132

第 23 章 18 世纪的解析几何和微分几何

1. 引言	134
2. 基本解析几何	134
3. 高次平面曲线	137
4. 微分几何的开端	142
5. 平面曲线	143
6. 空间曲线	144
7. 曲面的理论	149
8. 映射问题	155

第 24 章 18 世纪的变分法

1. 最初的问题	158
2. 欧拉的早期工作	162
3. 最小作用原理	163

4. 拉格朗日的方法论	166
5. 拉格朗日和最小作用	170
6. 二次变分	171

第 25 章 18 世纪的代数	174
1. 数系的状况	174
2. 方程论	178
3. 行列式和消元法理论	186
4. 数论	188

第 26 章 18 世纪的数学	194
1. 分析的兴起	194
2. 18 世纪工作的推动力	196
3. 证明的问题	197
4. 形而上学的基础	199
5. 数学活动的扩张	200
6. 向前的一瞥	202

第 27 章 单复变函数	205
1. 引言	205
2. 复函数论的开始	205
3. 复数的几何表示	207
4. 复函数论的基础	210
5. 魏尔斯特拉斯探讨函数论的途径	219
6. 椭圆函数	220
7. 超椭圆积分与阿贝尔定理	227
8. 黎曼与多值函数	230
9. 阿贝尔积分与阿贝尔函数	236
10. 保形映射	238
11. 函数的表示与例外值	239

第 28 章 19 世纪的偏微分方程	243
1. 引言	243

	2. 热方程与傅里叶级数	243
	3. 封闭解;傅里叶积分	249
	4. 位势方程和格林定理	251
	5. 曲线坐标	256
	6. 波动方程和退化波动方程	258
	7. 偏微分方程组	263
	8. 存在性定理	266
第 29 章	19 世纪的常微分方程	275
	1. 引言	275
	2. 级数解和特殊函数	275
	3. 斯图姆-刘维尔理论	280
	4. 存在定理	282
	5. 奇点理论	285
	6. 自守函数	289
	7. 希尔在线性方程周期解方面的工作	293
	8. 非线性微分方程:定性理论	294
第 30 章	19 世纪的变分法	301
	1. 引言	301
	2. 数学物理和变分法	301
	3. 变分法本身的数学扩充	306
	4. 变分法中的有关问题	310
第 31 章	伽罗瓦理论	312
	1. 引言	312
	2. 二项方程	312
	3. 阿贝尔关于用根式解方程的工作	314
	4. 伽罗瓦的可解性理论	315
	5. 几何作图问题	321
	6. 置换群理论	322
第 32 章	四元数,向量和线性结合代数	329

1. 关于型的永恒性的代数基础	329
2. 三维“复数”的寻找	333
3. 四元数的性质	335
4. 格拉斯曼的扩张的演算	337
5. 从四元数到向量	340
6. 线性结合代数	345
第 33 章 行列式和矩阵	349
1. 引言	349
2. 行列式的一些新应用	349
3. 行列式和二次型	352
4. 矩阵	357

17 世纪的数学

考虑了很少的那几样东西之后,整个的事情就归结为纯几何,这是物理和力学的一个目标。

莱布尼茨(Gottfried Wilhelm Leibniz)

1. 数学的转变

17 世纪开始时,伽利略(Galileo Galilei)仍然发现与过去开展争论是必要的。到这个世纪的末尾,数学已经经历了如此广阔而又根本的变化,以至没有一个人不意识到新时代的降临。

欧洲数学家在大约 1550 年到 1700 年间创造的成果比希腊人在大约 10 个世纪中所创造的要多得多。这很容易由下面的事实来说明,即数学在希腊只是极少数人从事研究,而在欧洲,教育的传播虽然一点也不普遍,但促进了英国、法国、德国、荷兰和意大利的数学家的发展。印刷的发明,使人们不仅广泛地接近了希腊人的著作,而且也接近了欧洲人自己的成果,这在当时用于激发新的思想是很有成效的。

但是这世纪的天才并不仅仅是因为活动性的膨胀而得到证明。在这个简短的时期中打开的新领域之多种多样是使人印象深刻的。代数上升为一门科学(因为使用文字系数使证明有了一种尺度)以及它的方法和理论的大大扩展,射影几何和概率论的开端,解析几何、函数概念,而首要的是微积分,都是重大的创新,而且每一个都使希腊人的巨大成就——欧几里得几何相形见绌。

超过数量的扩展和探索的新途径的,是代数和几何作用的完全颠倒。希腊人偏爱几何,因为它是他们能够得到严密性的唯一方式;甚至在 17 世纪,数学家们还觉得应当用几何证明去为代数方法辩护。可以说直到 1600 年数学的主体是几何的,加上一些代数和三角的附属物。经过笛卡儿(René Descartes)、费马(Pierre de Fermat)和沃利斯(John Wallis)的工作,代数成为不仅仅是适合于本身目的的一套有效方法,而且也是解决几何问题的极好途径。分析方法在微积分中表演出来的

更大的有效性解决了竞争,于是代数成为数学中占优势的实体了。

正是沃利斯和牛顿(Isaac Newton)清楚地看到代数提供了优越的方法论。笛卡儿认为代数只是一种技巧,沃利斯和牛顿与他不同,他们意识到代数是极重要的研究题材。德萨格(Girard Desargues)、帕斯卡(Blaise Pascal)和拉伊尔(Philippe de La Hire)的工作被蔑视和忘却了,卡瓦列里(Bonaventura Cavalieri)、圣文森特的格雷戈里(Gregory of Saint Vincent)、惠更斯(Christian Huygens)和巴罗(Isaac Barrow)的几何方法也被取代了。纯几何黯然失色了近一百年的时间,至多不过成为代数的一种解释,或经由坐标几何到达代数思想的向导。事实上,对于《原理》(*Principia*)中牛顿的几何工作的过分崇拜(由于牛顿和莱布尼茨的争吵而产生的对大陆数学家的敌意,使这一崇拜增强了)使得英国数学家固执在微积分的几何形式的发展中。但是他们的贡献和大陆上的人用分析方法所能得到的东西比起来是微不足道的。到1700年已如此明显的事情,已被清晰地叙述出来了,欧拉(Leonhard Euler)表达了这种权威性的说法,他在他的《无穷小分析引论》(*Introductio in Analysin Infinitorum*, 1748)中,赞扬代数大大优越于希腊人的综合法。

数学家们放弃几何的探讨途径是非常勉强的。按照编注了牛顿《原理》第三版的彭伯顿(Henry Pemberton, 1694—1771)的说法,牛顿不仅经常表达对希腊几何学家十分赞赏,而且还因为不如过去那样更紧密地追随他们而责备自己。在给詹姆斯·格雷戈里(James Gregory)的侄子大卫·格雷戈里(David Gregory, 1661—1708)的一封信中,牛顿评述道:“代数是数学中的笨拙者的分析。”但是他自己1707年的《普遍的算术》(*Arithmetica Universalis*)却同任何一本建立代数优越性的著作一样。在这本书中,他使算术和代数成为基础科学,仅在能使证明容易一些的地方才允许几何存在。同样地,莱布尼茨也注意到了代数增长着的优势,在一篇未发表的随笔^①中,他被迫说:“常常是几何学者能用几句话证明了的,在微积分中却是十分冗长的……代数的见解是使人放心的,但它并不更好一些。”

数学本质的另外一个更微妙的变化已经被大师们不知不觉地承认了。直到1550年,数学的概念还是直接观念化的,或是从经验中抽象出来的。当时负数和无理数已经出现,而且逐渐赢得了承认。再加上复数、使用文字系数的广泛的代数以及导数、积分的概念进入数学的时候,问题就变成从人类脑子的深处导出的概念占优势了。特别地,瞬时变化率的概念,虽然在速度的物理现象中当然有一些直观的基础,但是它更多的是思维的产物,它还是与数学中的三角形在质上完全不同的一种贡献。除了这些概念以外,希腊人故意避开的无穷大量和被他们灵巧地捉

^① Couturat, L.: *Opuscles et fragments inédits de Leibniz*, 1903, reprinted by Georg Olms, 1961, p. 181.