

21世纪高等学校规划教材

# 数学实验基础教程

刘春风等编著



清华大学出版社

21世纪高等学校规划教材

# 数学实验基础教程

刘春风 杨爱民 闫焱 编著



清华大学出版社  
北京

## 内 容 简 介

本书是与刘春风、何亚丽、肖继先等主编的《高等数学》、《线性代数》、《概率论与数理统计》配套的基于 Mathematica 8.0 的实验教材,章节安排与相应主教材内容协调一致。本书分 6 章,不但包括 Mathematica 软件介绍、高等数学实验、线性代数实验、概率论与数理统计实验等基本内容,还适当地增加了科学计算基础实验和部分应用案例,为学生进一步使用 Mathematica 解决问题奠定了基础。

本书以基本知识为背景,以数学问题为载体,以数学软件 Mathematica 为工具,将数学知识、数学建模与计算机应用三者有机结合起来,旨在培养学生应用数学知识解决实际问题的意识和能力。

本书可作为大学一、二年级开设的“大学数学实验”课程教材,可作为开设“数学建模”课程和培训的辅助教材,也可作为相关教师、工程技术人员用书和参考书。

本书封面贴有清华大学出版社防伪标签,无标签者不得销售。

版权所有,侵权必究。侵权举报电话:010-62782989 13701121933

### 图书在版编目(CIP)数据

数学实验基础教程/刘春风等编著. —北京:清华大学出版社,2013

21 世纪高等学校规划教材

ISBN 978-7-302-33443-9

I. ①数… II. ①刘… III. ①高等数学—实验—教材 IV. ①O245

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2013)第 182674 号

责任编辑:魏江江

封面设计:常雪影

责任校对:梁毅

责任印制:李红英

出版发行:清华大学出版社

网 址: <http://www.tup.com.cn>, <http://www.wqbook.com>

地 址:北京清华大学学研大厦 A 座 邮 编:100084

社总机:010-62770175 邮 购:010-62786544

投稿与读者服务:010-62776969, [c-service@tup.tsinghua.edu.cn](mailto:c-service@tup.tsinghua.edu.cn)

质 量 反 馈:010-62772015, [zhiliang@tup.tsinghua.edu.cn](mailto:zhiliang@tup.tsinghua.edu.cn)

课 件 下 载: <http://www.tup.com.cn>, 010-62795954

印 刷 者:北京密云胶印厂

装 订 者:三河市溧源装订厂

经 销:全国新华书店

开 本:185mm×260mm 印 张:14.25 字 数:353 千字

版 次:2013 年 6 月第 1 版 印 次:2013 年 6 月第 1 次印刷

印 数:1~3800

定 价:30.00 元

# 本书编委会

主任：吴印林

副主任：屈 滨 刘春风

编 委：肖继先 何亚丽 杨爱民 闫 焱

数学教学在整个人才培养的过程中至关重要。从小学到中学,再到大学乃至更高层次的科学研究都离不开数学。如今,人们越来越重视数学知识的应用,对数学课程的教学提出了更高的要求。

“数学实验”是大学数学课程的重要组成部分,是与高等数学、线性代数、概率论与数理统计等课程同步开设的重要教学环节,它将数学知识、数学建模与计算机应用三者融为一体,通过“数学实验”使学生深入理解数学基本概念、基本理论和基本方法,熟悉常用的数学软件,培养学生运用所学知识建立数学模型,使用计算机解决实际问题的能力。特别是在实验课程中适当地嵌入了部分简单的数值计算的内容和程序,将经典的解析方法过渡到现代的数值方法,使数学中一些抽象的问题可以形象地展示出来,提高了学生的学习兴趣。通过使用数学软件,通过数学实验建模,促使学生从实际问题出发,认真分析研究,建立简单数学模型,然后借助先进的计算机技术,最终找出解决实际问题的一种或多种方案,提高了学生的数学思维能力,也为学生参加数学竞赛和数学建模打下了坚实的基础,同时为学生深造和参加工作打下一定的实践基础。

本书共 6 章,首先介绍数学软件 Mathematica 的基础知识和主要使用命令,使读者在最短时间内了解 Mathematica,并能够使用 Mathematica 解决实际问题。然后以专题的形式介绍了 Mathematica 在高等数学、线性代数、概率论与数理统计中的应用。最后介绍了经典数值计算方法的内容和相关 Mathematica 程序,并给出了部分与专业结合的应用案例和仿真程序。

本书可以作为高等院校各专业的专科生、本科生学习数学软件 Mathematica 的教材,也可以作为工程技术人员的参考书,同时也可以作为数学实验课程的教材,或者作为在高等数学、线性代数、概率论与数理统计课程中加入数学实验内容的配套教材。

教材中使用的数学软件以 Mathematica 8.0 版本为准,书中的程序均在个人计算机中调试实现。由于水平有限,书中难免有不足之处,恳请各位读者多提宝贵意见,给予指正,以期不断完善。

本书主要由刘春风、闫焱、杨爱民等组织编写,参与本书编写的还有屈静国、杨亚锋、



张焕成、张秋娜等。同时在编写过程中得到了清华大学出版社的鼎力支持和帮助,特别是河北联合大学的刘保相、肖继先和何亚丽三位教授为本书的编写提出了很好的意见和建议,在此一并表示衷心感谢!

编 者

2013年3月

第 1 章 绪论	1
1.1 Mathematica 软件简介	1
1.2 Mathematica 入门	2
1.3 Mathematica 的基本量	8
1.4 Mathematica 的基本运算	19
第 2 章 高等数学实验	26
2.1 描绘函数图形	26
习题 2.1	34
2.2 计算函数极限	35
习题 2.2	36
2.3 计算一元函数导数与微分	37
习题 2.3	41
2.4 多元函数的微分运算	41
习题 2.4	44
2.5 中值定理与导数应用	44
习题 2.5	48
2.6 计算一元函数积分	48
习题 2.6	56
2.7 计算多元函数积分	57
习题 2.7	64
2.8 无穷级数运算	65
习题 2.8	74
2.9 常微分方程求解	74
习题 2.9	79



<b>第 3 章 线性代数实验</b> .....	80
3.1 向量的计算 .....	80
习题 3.1 .....	82
3.2 矩阵的计算 .....	82
习题 3.2 .....	86
3.3 矩阵的初等变换 .....	86
习题 3.3 .....	88
3.4 矩阵的秩与向量组的线性相关性 .....	88
习题 3.4 .....	91
3.5 线性方程组求解 .....	91
习题 3.5 .....	94
3.6 计算矩阵的特征值与特征向量 .....	95
习题 3.6 .....	97
3.7 施密特正交化和二次型的标准化计算 .....	97
习题 3.7 .....	103
<b>第 4 章 概率论与数理统计实验</b> .....	104
4.1 古典概型的计算 .....	104
习题 4.1 .....	106
4.2 随机变量的分布特征 .....	106
习题 4.2 .....	113
4.3 计算数学期望与方差 .....	113
习题 4.3 .....	116
4.4 样本统计量的计算 .....	117
习题 4.4 .....	120
4.5 统计量三大分布图形描绘 .....	121
4.6 单正态总体的区间估计 .....	130
习题 4.6 .....	132
4.7 单正态总体的假设检验 .....	132
习题 4.7 .....	135
4.8 单因素方差分析模型 .....	135
习题 4.8 .....	138
4.9 回归分析 .....	138
习题 4.9 .....	144



<b>第 5 章 科学计算基础实验</b> .....	145
5.1 计算 Lagrange 插值.....	145
习题 5.1 .....	148
5.2 曲线拟合的最小二乘法计算 .....	149
习题 5.2 .....	152
5.3 迭代法求解线性方程组 .....	153
习题 5.3 .....	161
5.4 牛顿-柯特斯方法求定积分 .....	161
习题 5.4 .....	166
5.5 非线性方程的数值求解 .....	166
习题 5.5 .....	173
5.6 欧拉迭代法求常微分方程 .....	173
习题 5.6 .....	178
<b>第 6 章 应用案例与软件仿真</b> .....	180
6.1 伯格米尼生日现象 .....	180
6.2 减肥配方的实现 .....	182
6.3 商品销售最大利润的实现 .....	183
6.4 食谱问题 .....	185
6.5 交通流的分析问题 .....	188
6.6 安全过河问题 .....	189
6.7 盲人爬山问题 .....	191
6.8 $\pi$ 的近似计算问题 .....	197
<b>附录 Mathematica 常用命令检索</b> .....	204
<b>参考文献</b> .....	217

# 第1章

## 绪 论

在中学时代我们就知道,物理学有物理实验,化学有化学实验,而数学却没有数学实验。做数学的人们,过去常常以一支笔、一张纸就可以做数学而引以为豪。随着计算机科学的飞速发展,信息时代的迅速到来,做数学也有了全新的辅助工具和研究手段,数学实验由此也应运而生。数学实验作为大学数学教育改革的一门新兴课程,目前尚处于初级阶段,人们对数学实验的认识也存在不同。

在目前的大学数学教育中,确实存在抽象理论与具体应用严重脱钩的现象。人们普遍认为,风靡全国的大学生数学建模竞赛为解决这一问题带来了一缕春风,而数学实验则是随之而来的第二缕春风。数学实验作为一门大学课程,其出发点就是使学生借助于数学实验更好地把握数学。在理工院校的非数学专业中,“高等数学”、“概率论与数理统计”、“线性代数”、“数学实验”应并列为教改后四大基础课。而从应用的角度出发,“计算方法”应该作为后续的公共必修课程。

所谓数学实验,就是利用计算机系统作为实验工具,以数学理论作为实验原理,以数学素材作为实验对象,以简单的对话方式或复杂的程序方式作为实验形式,以数值计算、符号演算或图形演示等作为实验内容,以实例分析、模拟仿真、归纳总结等为主要实验方法,以辅助学数学、辅助用数学或辅助做数学为实验目的,以实验报告为最终形式的上机实践活动。

数学实验课以上机实践为主,并要求学生写出实验报告。在数学实验的素材选取中,以“高等数学”、“概率论与数理统计”、“线性代数”、“数值计算方法”等课程的基础内容为主要实验素材。即数学实验以辅助理解数学本质为主,同时也要兼顾辅助解决数学问题及辅助发现数学问题。

### 1.1 Mathematica 软件简介

Mathematica 是由美国 Wolfram 公司研究开发的一套功能强大的计算机数学系统。它提供了与 Mathcad 和 Matlab 这两个著名数学软件同样强大的功能,能够进行符号运算、数学图形绘制甚至动画制作等多种操作。它可以自动完成许多复杂的计算工作,经常能使一些看起来非常复杂的问题变得简单。在 Mathematica 中可以进行各种符号和数值运算,包括微积分、线性代数、概率论与数理统计等数学各个分支中公式的推演,数值求解非线性方程,解决最优化问题等,可以绘制各种复杂的二维图形和三维图形,并能产生


动画和声音。Mathematica 作为一款强大的计算工具,能够支持任意精度的数值计算、符号运算,并具有可视化功能。它在技术上的领先使得它可以给广大用户提供一个可靠、易用的计算工具。我们既可以直接使用 Mathematica 进行计算,也可以用它来强化其他软件的功能,甚至可以将其集成到其他应用程序中。Mathematica 在单个系统中收集了世界上最全的算法,每个算法均能跨领域应用于数值、符号或图形输入,为各领域的数学计算和方程求解提供了广泛的覆盖。目前最新版本是 9.0 版。本书以国内较常见的 Mathematica 8.0 为例说明 Mathematica 在大学数学中的应用。

## 1.2 Mathematica 入门

### 1.2.1 Mathematica 的启动和运行

Mathematica 是美国 Wolfram 公司研究开发的一套数学分析软件,以符号计算见长,同时具有高精度的数值计算功能和强大的图形处理功能。Mathematica 是一个交互式的计算系统,计算是在用户和 Mathematica 互相交互、传递数据信息的过程中完成的。Mathematica 系统所接受的命令都称作表达式,系统在接受了一个表达式之后就对它进行处理(即表达式求值),然后再把计算结果返回。

#### 1. 启动与运行

假设在 Windows 环境下已安装好 Mathematica 8.0,启动 Windows 后,在“开始”菜单的“程序”中选择“Wolfram Mathematica”,单击“ Wolfram Mathematica 8”,就启动了 Mathematica 8.0,在屏幕上显示如图 1.1 所示的“笔记本”窗口。系统暂时取名“未命名-1”,直到用户保存时重新命名为止。

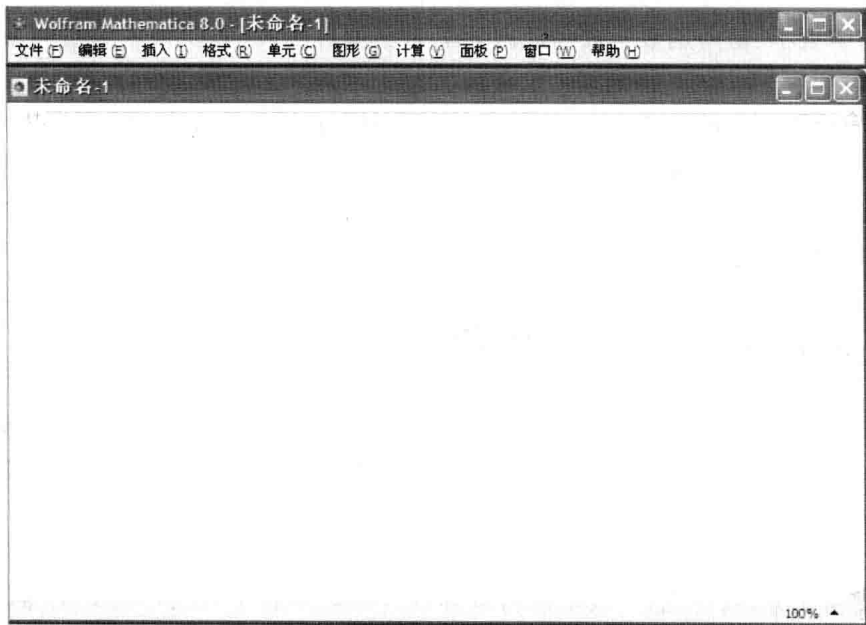


图 1.1 新建笔记本

输入  $1+1$ , 然后按下 Shift+Enter 键, 这时系统开始计算并输出计算结果, 并给输入和输出附上次序标识 In[1] 和 Out[1], 注意 In[1] 是计算后才出现的。再输入第二个表达式, 要求系统将一个二项式  $x^5 + y^5$  展开, 按 Shift+Enter 键输出计算结果后, 系统分别将其标识为 In[2] 和 Out[2], 如图 1.2 所示。

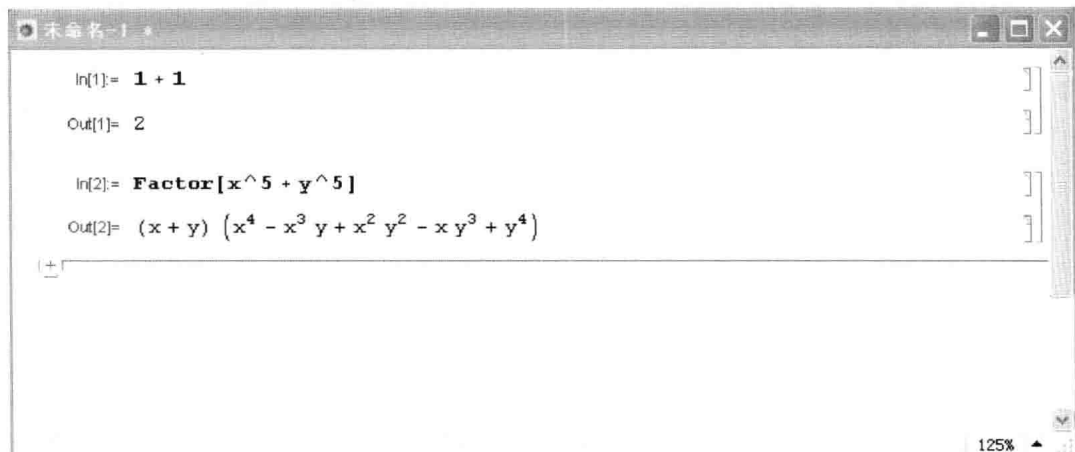


图 1.2 命令输入与输出

注: In[数字]:= 为输入提示符, Out[数字]:= 为输出提示符, 二者均为计算机执行语句后自动生成, 不用输入。

## 2. 注意事项

在 Mathematica 的“笔记本”界面下, 可以用这种交互方式完成各种运算, 如函数作图、求极限、解方程等, 也可以用它编写像 C 语言那样的结构化程序。在 Mathematica 系统中定义了许多功能强大的函数, 我们称之为内建函数(built-in function), 直接调用这些函数可以取得事半功倍的效果。这些函数分为两类, 一类是数学意义上的函数, 如绝对值函数 Abs[x]、正弦函数 Sin[x]、余弦函数 Cos[x]、以 e 为底的对数函数 Log[x]、以 a 为底的对数函数 Log[a, x] 等; 一类是命令意义上的函数, 如作函数图形的函数 Plot[f[x], {x, xmin, xmax}]、解方程函数 Solve[eqn, x]、求导函数 D[f[x], x] 等。

**必须注意的是:**

① Mathematica 严格区分大小写。一般地, 内建函数的首写字母必须大写, 有时一个函数名由几个单词构成, 则每个单词的首写字母也必须大写, 如求局部极小值函数 FindMinimum[f[x], {x, x0}] 等。

② 在 Mathematica 中, 圆括号(用于改变运行次序)、方括号(用于定义函数)、花括号(用于定义表、矩阵等)意义各不相同, 不能混用。

③ 如果输入了不合语法规则的表达式, 系统会显示出错信息, 并且不给出计算结果。例如, 要画正弦函数在区间  $[-10, 10]$  上的图形, 输入 plot[Sin[x], {x, -10, 10}], 则系统直接输出 plot[Sin[x], {x, -10, 10}], 这是因为系统作图命令“Plot”第一个字母必须大

写。再输入  $\text{Plot}[\text{Sin}[x], \{x, -10, 10\}]$ , 系统又提示缺少右方括号, 并且将不配对的括号用黄色显示, 如图 1.3 所示。



图 1.3 错误提示

一个表达式只有准确无误, 方能得出正确结果。学会看系统出错信息能帮助我们较快地找出错误, 提高工作效率。

### 3. 保存及退出

完成各种计算后, 选择“文件”→“退出”命令, 如果文件未存盘, 系统提示用户存盘, 文件名以“.nb”作为后缀, 称为“笔记本”文件。以后想使用本次保存的结果时可以通过“文件”→“打开”菜单读入, 也可以直接双击它, 系统自动调用 Mathematica 将它打开。

## 1.2.2 表达式的输入

+、-、\*、/、^分别是加、减、乘、除、乘方的符号(乘也可用空格或在不相混淆的前提下省去不写)。上述运算的优先顺序与通常的数学运算完全一致。

Mathematica 提供了多种输入数学表达式的方法。除了用键盘输入外, 还可以使用工具栏或者快捷方式输入运算符、矩阵或数学表达式。

### 1. 二维格式的数学表达式输入

Mathematica 提供了两种格式的数学表达式。形如  $x/(2+3x)+y/(x-w)$  的称为一维格式, 形如  $\frac{x}{2+3x} + \frac{y}{x-w}$  的称为二维格式。

可以使用快捷方式输入二维格式,也可以使用基本输入工具栏输入二维格式。下面列出了用快捷方式输入二维格式的方法,如表 1.1 所示。

表 1.1

数学运算	数学表达式	按 键
分式	$\frac{x}{3}$	x Ctrl+ / 3
n 次方	$x^n$	x Ctrl+ ^ n
开 2 次方	$\sqrt{x}$	Ctrl+ 2 x
下标	$x_3$	x Ctrl+ _ 3
取消二维输入格式		Ctrl+ Space

注: Ctrl+ / 表示按 Ctrl 键的同时再按 / 键,其他的组合键类似。

例如,输入数学表达式  $\frac{(x+1)^2}{\sqrt{2x+y}}$ , 可以按如下顺序输入按键:

$$(x+1)\text{Ctrl}+\wedge 2+\_ \text{Ctrl}+ / \text{Ctrl}+\frac{1}{2}, 2x+y$$

也可以从“面板”菜单中激活“其他”、“基本数学输入”工具栏输入,并且使用工具栏可以输入更复杂的数学表达式,如图 1.4 所示。

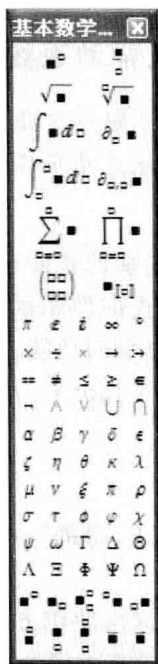


图 1.4 “基本数学输入”工具栏

## 2. 特殊字符的输入

Mathematica 还提供了用以输入各种特殊符号的工具栏。基本输入工具栏包含了常用的特殊字符(如图 1.4 所示),只要单击相应的字符按钮即可输入。若要输入其他的特殊字符或运算符号,从“面板”下拉菜单中选取“特殊字符”工具栏,或从“面板”菜单中找到“数学助手”工具栏,单击即可激活,只要单击相应的字符按钮即可输入,如图 1.5 所示。



图 1.5 “特殊字符”和“数学助手”工具栏

### 1.2.3 Mathematica 的联机帮助系统

在使用 Mathematica 的过程中,要了解一个命令的详细用法,或者想知道系统中是否有完成某一计算的命令,联机帮助系统永远是最详细、最方便的资料库。

#### 1. 获取函数和命令的帮助

在笔记本界面下,用“?”或“??”可向系统查询运算符、函数与命令的定义和用法,获取简单而直接的帮助信息。例如,向系统查询作图函数 Plot 命令的用法,输入“? Plot”,系统将给出调用 Plot 的格式以及 Plot 命令的功能。如果用两个问号“??”,则信息会更详细一些。也可以使用通配符“\*”。如“? Plot \*”给出所有以 Plot 这四个字母开头的命令,如图 1.6 所示。

#### 2. Help 菜单

任何时候都可以通过按 F1 键或单击“帮助”→“参考资料中心”命令,调出帮助菜单,如图 1.7 所示。

如果知道具体的函数名,但不知其详细使用方法,可以在“参考资料中心”的“搜索”文本框中输入函数名,按 Enter 键后就显示有关函数的定义、例题和相关联的章节。

例如,要查找函数 Plot 的用法,只要在文本框中输入 Plot,按 Enter 键后就显示如图 1.8 所示的窗口,再单击 Plot,则显示 Plot 函数的详细用法和例题。

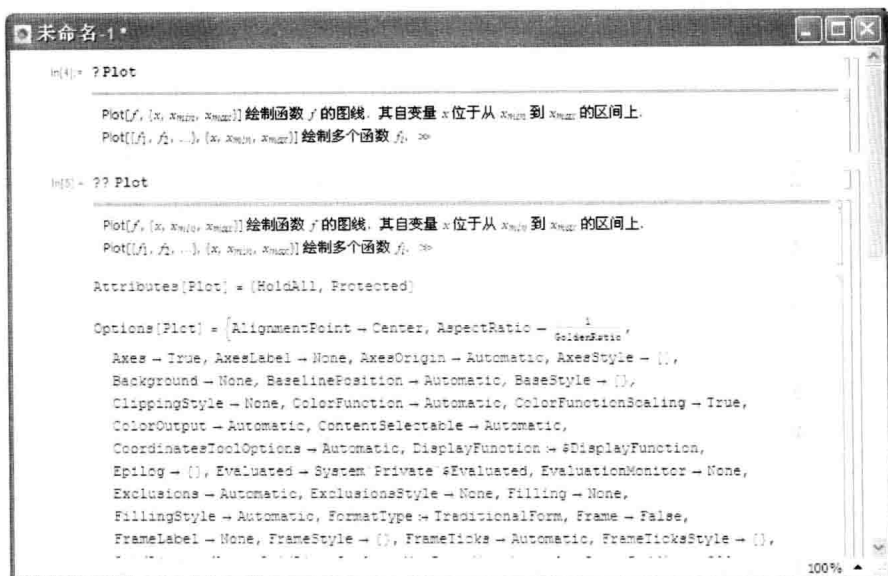


图 1.6 帮助命令

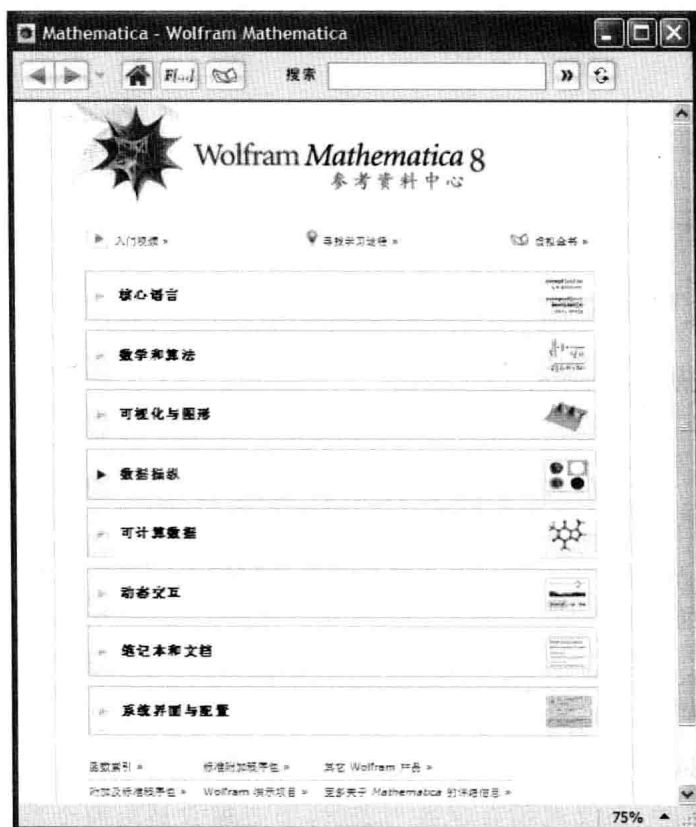


图 1.7 参考资料中心



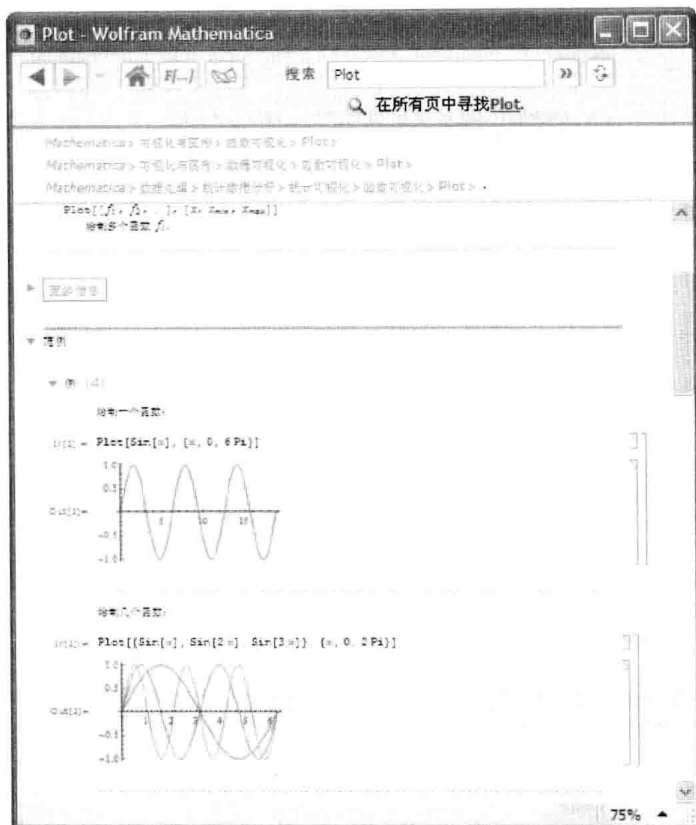


图 1.8 “Plot”函数帮助窗口

## 1.3 Mathematica 的基本量

### 1.3.1 数据类型和常数

#### 1. 数值类型

在 Mathematica 中,基本的数值类型有四种:整数、有理数、实数和复数。

如果计算机的内存足够大,Mathematica 可以表示任意精度的实数,而不受所用的计算机字长的影响。整数与整数的计算结果仍是精确的整数或是有理数。例如,2 的 100 次方是一个 31 位的整数:

```
In[1]:=2^100
```

```
Out[1]=1267650600228228229401496703205376
```

在 Mathematica 中允许使用分数,也就是用有理数表示化简过的分数。当两个整数相除而又不能整除时,系统就用有理数来表示,即有理数是由两个整数的比来组成。例如,

```
In[2]:=12345/5555
```