

 文都教育™

2014

**全国硕士研究生
入学统一考试**

数学考试大纲导读
核心预测280题

适合考研数学（一）、数学（二）、数学（三）

文都考研命题研究中心



中国原子能出版社

 文都教育TM

全国硕士研究生 入学统一考试

数学考试大纲导读 核心预测280题

适合考研数学（一）、数学（二）、数学（三）

文都考研命题研究中心

中国原子能出版社

图书在版编目(CIP)数据

全国硕士研究生入学统一考试数学考试大纲导读/
文都考研命题研究中心编. —北京:中国原子能出版社,
2012.9(2013.9重印)

ISBN 978-7-5022-5689-0

I. ①全… II. ①文… III. ①高等数学—研究生—入
学考试—自学参考资料 IV. ①O13

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2012)第 216799 号

全国硕士研究生入学统一考试数学考试大纲导读

出版发行 中国原子能出版社(北京市海淀区阜成路 43 号 100048)

责任编辑 侯茸方

特约编辑 李 焕

印 刷 北京市兴城福利印刷厂

经 销 全国新华书店

开 本 880×1230 毫米 1/32

印 张 6.25 字 数 250 千字

版 次 2012 年 9 月第 1 版 2013 年 9 月第 2 次印刷

书 号 ISBN 978-7-5022-5689-0 定 价 12.00 元

网址: <http://www.aep.com.cn>

E-mail: atomep123@126.com

发行电话: 010-68452845

版权所有 侵权必究

郑重声明

买正版图书 听精品课程

文都考研命题研究中心主编的系列图书《全国硕士研究生入学统一考试思想政治理论考试大纲导读》《全国硕士研究生入学统一考试英语考试大纲导读》《全国硕士研究生入学统一考试数学考试大纲导读》，因其独特的编写切入点以及对学科命题特点的独到把握而深受广大考生欢迎。

但当前某些机构和个人非法盗印文都图书，这类图书印制质量差，错误百出，不仅使考生蒙受金钱与精力的损失，而且误导考生，甚至毁掉考生的研究生考试前程。

为了保障考生、作者及出版社等多方的利益，文都教育集团特发如下郑重声明：

1. 对制作、销售盗版图书的网店、个人，一经发现，文都教育集团将严厉追究其法律责任；
2. 凡文都图书代理商、合作单位参与制作、销售盗版图书的，立即取消其代理、合作资格，并依法追究其法律和相关经济责任；
3. 对为打击盗版图书提供重要线索、证据者，文都图书事业部将给予奖励；若举报者为参加考研的考生，文都图书事业部将免费提供考研图书资料和考前预测试卷；
4. 全国各地举报电话：010—88820419, 13488713672
电子邮箱：tousu@wendu.com

为方便考生使用考研数学系列正版图书，特提供网上增值服务，考生登录文都教育在线(www.wendu.com)可听取文都考研精品课程。

中国原子能出版社
北京世纪文都教育科技发展有限公司
授权律师：北京市安诺律师事务所

刘 岩

2013年9月

前言

无论何种考试,“大纲”都是复习中指导性的标准文件,也是每位考生在复习之初即力求拥有的复习资料。但是对于每年一度的“全国硕士研究生入学统一考试”,考生复习往往要持续一年以上,而新大纲到每年八九月份才发布,这时距考试日期只剩不到5个月。对于考生来说,复习中大多数时间使用的是上一年度的大纲,所以在新大纲发布之季,考生最为关心的是新大纲到底有多少新增考点,有多少内容删减?特别是数学考试大纲,要求“了解”、“理解”、“掌握”、“会求”等的知识点是否有变化?如果有内容的新增或删减,出现在什么地方?按旧大纲复习的考生还有哪些重要考点有遗漏或偏差?如果新旧大纲对比无变化,那么即将进行的考试与上一年的考查重点如何通过大纲体现出来?

本书内容即为考生逐一回答了上述问题。在此基础上,如何才能认识到大纲的本质呢?

继续攻读硕士学位所需要的数学知识与能力决定了硕士研究生数学考试考查的重点与方向。命题的目标是能够测试考生理解数学理论及掌握数学方法的程度,区分考生综合运用所学知识解决问题的能力。因此对数学知识的复习应从深入理解理论体系及熟练掌握方法运用入手,结合思维能力、推理能力、想象能力及运算能力的培养。综合命题目标与学习重点来理解大纲的要求,联系真题与考试要求来看大纲的本质,才能真正抓住大纲的精髓。

本书主要从以下三个方面为考生提供复习参考:

一、提供并解读大纲

文中以表格的形式清晰呈现试卷结构、各科目题量及分值等,完整给出考试内容与考试要求,并对重点内容进行“本质挖掘”,通过统计以往考

查频率分析其重要程度,或者透过“大纲要求”之现象看“数学理论”之本质。对每个知识点总结“考查焦点”,使考生的复习重点能更突出。“历年真题链接”便于考生更加直观形象地理解大纲要求与命题形式之间的联系。

二、归纳核心题型

根据历年考研真题、大纲要求及各知识点本身在考研数学中的重要程度归纳出六十六个核心题型。若考生通过这些题型疏通理论与方法体系,复习可取得事半功倍之效。

三、经典习题大练兵

在前两部分的基础上,为充实本书内容,也为考生能够自测和巩固所学,特编写共 110 道经典习题,题目大多为原创,形式新颖,均经过专家审定及部分考生试做,与真题难度相仿,考点分布科学合理,非常适合考生做练兵用。另所有练兵题均给出较详细的答案解析,以供考生做题后总结时参考。

编者
2013 年 9 月

目 录

第一章 2014 考研数学考试大纲解读	1
数学(一)	1
高等数学	2
线性代数	17
概率论与数理统计	26
数学(二)	36
高等数学	36
线性代数	45
数学(三)	53
微积分	54
线性代数	63
概率论与数理统计	70
第二章 考研核心题型	80
高等数学(微积分)	80
线性代数	114
概率论与数理统计	121
第三章 2014 考研数学练兵题	134
练兵题答案与解析	146

第一章 2014 考研数学考试大纲解读

《2014 年全国硕士研究生入学统一考试数学考试大纲》(以下简称《大纲》)主要包括以下内容:考试性质、考试的基本要求、考试方法和考试时间、试卷分类以及各类试卷适用的招生专业、考试内容、考试要求、试卷结构(包括内容比例和题型比例)和样卷等,它是教育部颁布的规范性文件,是命题工作的唯一依据.按照考试大纲命题意味着考查的内容不超过大纲的规定,各科目在试卷中的占分比例、题型比例与大纲要求基本一致,试卷的难易度与样卷的难易度基本一致,试卷中不出现超纲题、偏题和怪题.大纲也是考生复习的重要依据,考生必须根据大纲规定的内容毫无遗漏地全面复习,并以大纲中的考试要求作为检验自己复习程度的标准.

但是考生在使用大纲时往往存在不少问题,从而不能从中充分地解读出有利于备考的各种信息.例如,很少有考生对新大纲进行逐字逐句的挖掘;很少有考生对连续几年的大纲进行追踪;很少有考生把大纲修订与该年的真题变化进行对比研究;很少有考生从数学一、数学二、数学三整体角度来看考研数学试题变化的方向;很少有考生能理解知识点是以怎样的规律体现于试题中的;很少有考生能准确把握考试要求中的“了解”、“理解”、“掌握”、“会”等关键字眼的意义.

基于这种状况,本书以表格形式系统归纳大纲中规定的试卷结构,并根据编者的考研数学辅导经验及专业素养对大纲的考试要求与真题出现频率之间的关系进行重点解读,希望考生在此基础上复习能有的放矢,达到事半功倍之效.

数 学 (一)

表 1: 数学一试卷结构

考试科目	内容比例	题型分配	分值
高等数学	56%	4 个选择题, 4 个填空题, 5 个解答题	客观题每小题 4 分, 解答题共 50 分, 总计 82 分
线性代数	22%	2 个选择题, 1 个填空题, 2 个解答题	客观题每小题 4 分, 解答题每小题 11 分, 总计 34 分
概率论与数理统计	22%	2 个选择题, 1 个填空题, 2 个解答题	客观题每小题 4 分, 解答题每小题 11 分, 总计 34 分

注: 试卷满分 150 分, 考试时间为 180 分钟.

高等数学

一、函数、极限、连续

★ 考试内容

函数的概念及表示法 函数的有界性、单调性、周期性和奇偶性 复合函数、反函数、分段函数和隐函数 基本初等函数的性质及其图形 初等函数 函数关系的建立 数列极限与函数极限的定义及其性质 函数的左极限和右极限 无穷小量和无穷大量的概念及其关系 无穷小量的性质及无穷小量的比较 极限的四则运算 极限存在的两个准则：单调有界准则和夹逼准则 两个重要极限：

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1, \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = e$$

函数连续的概念 函数间断点的类型 初等函数的连续性 闭区间上连续函数的性质

★ 考试要求

1. 理解函数的概念，掌握函数的表示法，会建立应用问题的函数关系。

本质挖掘：函数的概念及表示法是中学重点学习的内容，此处要求理解概念并掌握表示法，但考试中不会单独命题，往往是其他考查内容的基础。

2. 了解函数的有界性、单调性、周期性和奇偶性。

本质挖掘：函数的四个性质虽是了解，但它们在后续内容的扩展中常常会用到，所以很重要！

3. 理解复合函数及分段函数的概念，了解反函数及隐函数的概念。

4. 掌握基本初等函数的性质及其图形，了解初等函数的概念。

5. 理解极限的概念，理解函数左极限与右极限的概念以及函数极限存在与左、右极限之间的关系。

6. 掌握极限的性质及四则运算法则。

7. 掌握极限存在的两个准则，并会利用它们求极限，掌握利用两个重要极限求极限的方法。

8. 理解无穷小量、无穷大量的概念，掌握无穷小量的比较方法，会用等价无穷小量求极限。

9. 理解函数连续性的概念（含左连续与右连续），会判别函数间断点的类型。

10. 了解连续函数的性质和初等函数的连续性, 理解闭区间上连续函数的性质(有界性、最大值和最小值定理、介值定理), 并会应用这些性质.



本质挖掘: 本章内容基本都要求理解概念、掌握方法与性质, 这是因为它们都很基础, 且后面的内容建立于其上!

★ 考查焦点

1. 利用重要极限、无穷小的性质及等价无穷小求极限.



本质挖掘: 求极限对数学一考生来说, 基本上每年都会出现, 考查频率极高, 所以掌握求极限的方法并灵活运用非常重要, 包括用洛比达法则等.

2. 极限存在准则.

★ 历年真题链接

1. (2013 年) 已知极限 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \arctan x}{x^k} = c$, 其中 k, c 为常数, 且 $c \neq 0$, 则().

(A) $k = 2, c = -\frac{1}{2}$ (B) $k = 2, c = \frac{1}{2}$

(C) $k = 3, c = -\frac{1}{3}$ (D) $k = 3, c = \frac{1}{3}$

2. (2011 年) 求极限 $\lim_{x \rightarrow 0} \left[\frac{\ln(1+x)}{x} \right]^{\frac{1}{e^x-1}}$.

3. (2010 年) 极限 $\lim_{x \rightarrow \infty} \left[\frac{x^2}{(x-a)(x+b)} \right]^x = ()$.

(A) 1 (B) e (C) e^{a-b} (D) e^{b-a}

4. (2009 年) 当 $x \rightarrow 0$ 时, $f(x) = x - \sin x$ 与 $g(x) = x^2 \ln(1-bx)$ 是等价无穷小, 则().

(A) $a = 1, b = -1/6$ (B) $a = 1, b = 1/6$
(C) $a = -1, b = -1/6$ (D) $a = -1, b = 1/6$

5. (2008 年) 设函数 $f(x)$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 内单调有界, $\{x_n\}$ 为数列, 下列命题正确的是().

- (A) 若 $\{x_n\}$ 收敛, 则 $\{f(x_n)\}$ 收敛
(B) 若 $\{x_n\}$ 单调, 则 $\{f(x_n)\}$ 收敛
(C) 若 $\{f(x_n)\}$ 收敛, 则 $\{x_n\}$ 收敛
(D) 若 $\{f(x_n)\}$ 单调, 则 $\{x_n\}$ 收敛

6. (2007 年) 当 $x \rightarrow 0^+$ 时, 与 $\sqrt{x}$ 等价的无穷小量是().

(A) $1 - e^x$

(B) $\ln \frac{1+x}{1-\sqrt{x}}$

(C) $\sqrt{1+\sqrt{x}} - 1$

(D) $1 - \cos \sqrt{x}$

答案及提示：

1. D; 2. $e^{-\frac{1}{2}}$; 3. C; 4. A; 5. B; 6. B.



特别提醒：限于篇幅，此处收录的真题并不全面，但依然可以看出本章内容为近年来的必考点！另外，此处列出真题的目的是便于读者将其与考纲要求进行对比，故均仅给出答案与解题提示而未列出详细解析过程，以下相同。

二、一元函数微分学

★ 考试内容

导数和微分的概念 导数的几何意义和物理意义 函数的可导性与连续性之间的关系 平面曲线的切线和法线 导数和微分的四则运算 基本初等函数的导数 复合函数、反函数、隐函数以及参数方程所确定的函数的微分法 高阶导数 一阶微分形式的不变性 微分中值定理 洛必达(L'Hospital)法则 函数单调性的判别 函数的极值 函数图形的凹凸性、拐点及渐近线 函数图形的描绘 函数的最大值与最小值 弧微分 曲率的概念 曲率圆与曲率半径

★ 考试要求

1. 理解导数和微分的概念，理解导数与微分的关系，理解导数的几何意义，会求平面曲线的切线方程和法线方程，了解导数的物理意义，会用导数描述一些物理量，理解函数的可导性与连续性之间的关系。

2. 掌握导数的四则运算法则和复合函数的求导法则，掌握基本初等函数的导数公式，了解微分的四则运算法则和一阶微分形式的不变性，会求函数的微分。

3. 了解高阶导数的概念，会求简单函数的高阶导数。

4. 会求分段函数的导数，会求隐函数和由参数方程所确定的函数以及反函数的导数。

5. 理解并会用罗尔(Rolle)定理、拉格朗日(Lagrange)中值定理和泰勒(Taylor)定理，了解并会用柯西(Cauchy)中值定理。



本质挖掘：中值定理是难点也是常考点，考纲要求理解三个中值定理，但四个都须会用！

6. 掌握用洛必达法则求未定式极限的方法。

7. 理解函数的极值概念，掌握用导数判断函数的单调性和求函数极值的方法，掌

握函数最大值和最小值的求法及其应用.

本质挖掘:极值与最值有很强的现实意义,故此处要求理解概念,掌握求法(多元函数的极值与条件极值也有相同的要求).极值的考查频率极高,近10年中仅2005年未出现,其余9年均有考查!请考生注意!

8. 会用导数判断函数图形的凹凸性(注:在区间 (a, b) 内,设函数 $f(x)$ 具有二阶导数,当 $f''(x) > 0$ 时, $f(x)$ 的图形是凹的;当 $f''(x) < 0$ 时, $f(x)$ 的图形是凸的),会求函数图形的拐点以及水平、铅直和斜渐近线,会描绘函数的图形.

9. 了解曲率、曲率圆与曲率半径的概念,会计算曲率和曲率半径.

★ 考查焦点

1. 显函数、隐函数、参数方程确定的函数、分段函数求导数.
2. 利用中值定理证明等式与不等式,包括辅助函数的构造.
3. 用洛必达法则求极限.
4. 利用单调性证明不等式.
5. 方程根的讨论.
6. 极值问题.

★ 历年真题链接

1. (2013 年) 设奇函数 $f(x)$ 在 $[-1, 1]$ 上具有二阶导数, 且 $f(1) = 1$, 证明:
 - (I) 存在 $\xi \in (0, 1)$, 使得 $f'(\xi) = 1$;
 - (II) 存在 $\eta \in (-1, 1)$, 使得 $f''(\eta) + f'(\eta) = 1$.
2. (2012 年) 曲线 $y = \frac{x^2 + x}{x^2 - 1}$ 渐近线的条数为().
(A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3
3. (2012 年) 设函数 $f(x) = (e^x - 1)(e^{2x} - 2) \cdots (e^{nx} - n)$, 其中 n 为正整数, 则 $f'(0) = ()$.
(A) $(-1)^{n-1}(n-1)!$ (B) $(-1)^n(n-1)!$
(C) $(-1)^{n-1}n!$ (D) $(-1)^nn!$
4. (2011 年) (I) 证明: 对任意的正整数 n , 都有 $\frac{1}{n+1} < \ln\left(1 + \frac{1}{n}\right) < \frac{1}{n}$ 成立;
(II) 设 $a_n = 1 + \frac{1}{2} + \cdots + \frac{1}{n} - \ln n$ ($n = 1, 2, \cdots$), 证明数列 $\{a_n\}$ 收敛.
5. (2009 年) (I) 证明拉格朗日中值定理: 若函数 $f(x)$ 在 $[a, b]$ 上连续, 在 (a, b) 内可导, 则存在 $\xi \in (a, b)$, 使得 $f(b) - f(a) = f'(\xi)(b - a)$;
(II) 证明: 若函数 $f(x)$ 在 $x = 0$ 处连续, 在 $(0, \delta)$ ($\delta > 0$) 内可导, 且 $\lim_{x \rightarrow 0^+} f'(x) = A$, 则 $f'_+(0)$ 存在, 且 $f'_+(0) = A$.

6. (2008 年) 求极限 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{[\sin x - \sin(\sin x)] \sin x}{x^4}$.

7. (2007 年) 设函数 $f(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 上具有二阶导数, 且 $f''(x) > 0$, 令 $u_n = f(n) (n = 1, 2, \dots)$, 则下列结论正确的是().

- (A) 若 $u_1 > u_2$, 则 $\{u_n\}$ 必收敛
- (B) 若 $u_1 > u_2$, 则 $\{u_n\}$ 必发散
- (C) 若 $u_1 < u_2$, 则 $\{u_n\}$ 必收敛
- (D) 若 $u_1 < u_2$, 则 $\{u_n\}$ 必发散

答案及提示:

1. 拉格朗日中值定理与罗尔定理; 2. C; 3. A; 4. (I) 利用拉格朗日中值定理证明, (II) 利用极限存在准则; 5. (I) 利用罗尔定理, (II) 利用右导数定义及拉格朗日中值定理; 6. $\frac{1}{6}$; 7. D.

三、一元函数积分学

★ 考试内容

原函数和不定积分的概念 不定积分的基本性质 基本积分公式 定积分的概念和基本性质 定积分中值定理 积分上限的函数及其导数 牛顿-莱布尼茨 (Newton-Leibniz) 公式 不定积分和定积分的换元积分法与分部积分法 有理函数、三角函数的有理式和简单无理函数的积分 反常(广义)积分 定积分的应用

★ 考试要求

1. 理解原函数的概念, 理解不定积分和定积分的概念.
2. 掌握不定积分的基本公式, 掌握不定积分和定积分的性质及定积分中值定理, 掌握换元积分法与分部积分法.
3. 会求有理函数、三角函数有理式和简单无理函数的积分.
4. 理解积分上限的函数, 会求它的导数, 掌握牛顿-莱布尼茨公式.

本质挖掘: 积分上限函数是高等数学中重要的非初等函数之一, 也是考研几乎每年必考的内容, 考试中常与其他内容综合考查, 比如 2011 年考过的变限积分定义的函数的弧长, 变限积分定义的二元函数的高阶偏导数等, 对这样升级的问题的正确解答有赖于对概念的深入理解!

5. 了解反常积分的概念, 会计算反常积分.

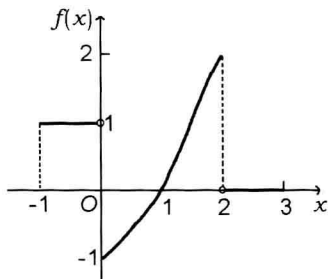
6. 掌握用定积分表达和计算一些几何量与物理量(平面图形的面积、平面曲线的弧长、旋转体的体积及侧面积、平行截面面积为已知的立体体积、功、引力、压力、质心、形心等)及函数平均值.

★ 考查焦点

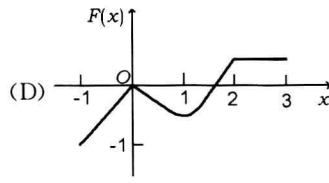
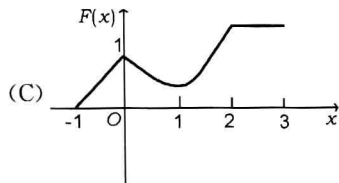
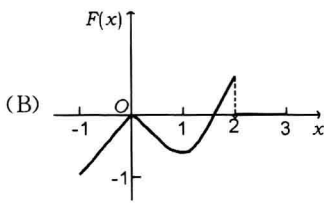
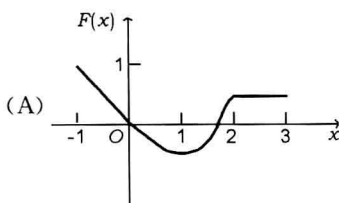
1. 利用换元积分法与分部积分法计算简单的积分.
2. 积分上限函数的求导问题.
3. 积分中值定理.
4. 积分基本性质的应用与积分证明问题(包括周期函数的积分性质、对称区间上函数的积分性质、单调函数的积分性质等).

★ 历年真题链接

1. (2013年) $\int_1^{+\infty} \frac{\ln x}{(1+x)^2} dx = \underline{\hspace{2cm}}.$
2. (2013年) 计算 $\int_0^1 \frac{f(x)}{\sqrt{x}} dx$, 其中 $f(x) = \int_1^x \frac{\ln(t+1)}{t} dt.$
3. (2012年) 设 $I_k = \int_0^{k\pi} e^{x^2} \sin x dx (k=1,2,3)$, 则有().
 (A) $I_1 < I_2 < I_3$ (B) $I_3 < I_2 < I_1$
 (C) $I_2 < I_3 < I_1$ (D) $I_2 < I_1 < I_3$
4. (2012年) $\int_0^2 x \sqrt{2x-x^2} dx = \underline{\hspace{2cm}}.$
5. (2011年) 设 $I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \ln \sin x dx, J = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \ln \cot x dx, K = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \ln \cos x dx$, 则 I, J, K 的大小关系为().
 (A) $I < J < K$ (B) $I < K < J$
 (C) $J < I < K$ (D) $K < J < I$
6. (2010年) $\int_0^{\pi^2} \sqrt{x} \cos \sqrt{x} dx = \underline{\hspace{2cm}}.$
7. (2009年) 设函数 $y = f(x)$ 在区间 $[-1, 3]$ 上的图形为



则函数 $F(x) = \int_0^x f(t) dt$ 的图形为().



8. (2008年) 设函数 $f(x) = \int_0^{x^2} \ln(2+t) dt$, 则 $f'(x)$ 的零点个数为().

- (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3

9. (2008年) 设 $f(x)$ 是连续函数.

(I) 利用定义证明函数 $F(x) = \int_0^x f(t) dt$ 可导, 且 $F'(x) = f(x)$;

(II) 当 $f(x)$ 是以 2 为周期的周期函数时, 证明函数 $G(x) = 2 \int_0^x f(t) dt - \int_0^2 f(t) dt$ 也是以 2 为周期的周期函数.

答案及提示:

1. $\ln 2$; 2. $-4\ln 2 + 8 - 2\pi$; 3. D; 4. $\frac{\pi}{2}$; 5. B; 6. -4π ; 7. D; 8. B;

9. (I) 导数的定义, (II) 利用函数周期性计算定积分.

四、向量代数和空间解析几何

★ 考试内容

向量的概念 向量的线性运算 向量的数量积和向量积 向量的混合积 两向量垂直、平行的条件 两向量的夹角 向量的坐标表达式及其运算 单位向量 方向数与方向余弦 曲面方程和空间曲线方程的概念 平面方程、直线方程 平面与平面、平面与直线、直线与直线的夹角以及平行、垂直的条件 点到平面和点到直线的距离 球面 柱面 旋转曲面 常用的二次曲面方程及其图形 空间曲线的参数方程和一般方程 空间曲线在坐标面上的投影曲线方程

★ 考试要求

1. 理解空间直角坐标系, 理解向量的概念及其表示.

2. 掌握向量的运算(线性运算、数量积、向量积、混合积),了解两个向量垂直、平行的条件.

3. 理解单位向量、方向数与方向余弦、向量的坐标表达式,掌握用坐标表达式进行向量运算的方法.

4. 掌握平面方程和直线方程及其求法.

5. 会求平面与平面、平面与直线、直线与直线之间的夹角,并会利用平面、直线的相互关系(平行、垂直、相交等)解决有关问题.

6. 会求点到直线以及点到平面的距离.



本质挖掘:这一部分内容虽很多要求理解、掌握、会求,但单独出题考查的情况很少,往往是与其他章节内容综合考查.

7. 了解曲面方程和空间曲线方程的概念.

8. 了解常用二次曲面的方程及其图形,会求简单的柱面和旋转曲面的方程.

9. 了解空间曲线的参数方程和一般方程.了解空间曲线在坐标平面上的投影,并会求该投影曲线的方程.



本质挖掘:考生若能记住一些常见空间曲线、曲面的表示方法及根据表达式判断曲线曲面类型,对解题会有帮助.



考查焦点

1. 平面及直线方程的基本形式.

2. 距离问题(包括点到平面的距离、点到直线的距离等).

3. 求特殊曲面的方程问题.



历年真题链接

1. (2013 年) 曲面 $x^2 + \cos(xy) + yz + x = 0$ 在点 $(0, 1, -1)$ 处的切平面方程为 ().

(A) $x - y + z = -2$

(B) $x + y + z = 0$

(C) $x - 2y + z = -3$

(D) $x - y - z = 0$

2. (2013 年) 设直线 L 过 $A(1, 0, 0), B(0, 1, 1)$ 两点, 将 L 绕 z 轴旋转一周得到曲面 Σ , Σ 与平面 $z = 0, z = 2$ 所围成的立体为 Ω .

(I) 求曲面 Σ 的方程;

(II) 求 Ω 的形心坐标.

3. (2006 年) 点 $(2, 1, 0)$ 到平面 $3x + 4y + 5z = 0$ 的距离 $d =$ _____.

4. (2003 年) 曲面 $z = x^2 + y^2$ 与平面 $2x + 4y - z = 0$ 平行的切平面的方程是 _____.

答案及提示：

1. A; 2. (I) $\Sigma: x^2 + y^2 = 2z^2 - 2z + 1$, (II) $(0, 0, \frac{7}{5})$; 3. $\sqrt{2}$; 4. $2x + 4y - z - 5 = 0$.

五、多元函数微分学

★ 考试内容

多元函数的概念 二元函数的几何意义 二元函数的极限与连续的概念 有界闭区域上多元连续函数的性质 多元函数的偏导数和全微分 全微分存在的必要条件和充分条件 多元复合函数、隐函数的求导法 二阶偏导数 方向导数和梯度 空间曲线的切线和法平面 曲面的切平面和法线 二元函数的二阶泰勒公式 多元函数的极值和条件极值 多元函数的最大值、最小值及其简单应用

★ 考试要求

1. 理解多元函数的概念, 理解二元函数的几何意义.
2. 了解二元函数的极限与连续的概念以及有界闭区域上连续函数的性质.
3. 理解多元函数偏导数和全微分的概念, 会求全微分, 了解全微分存在的必要条件和充分条件, 了解全微分形式的不变性.

 本质挖掘: 一元函数的导数与微分及多元函数的偏导数和全微分的概念均要求理解, 但导数与偏导数的计算须掌握, 而微分的运算只要了解, 全微分会表示即可.

4. 理解方向导数与梯度的概念, 并掌握其计算方法.
5. 掌握多元复合函数一阶、二阶偏导数的求法.

 本质挖掘: 多元复合函数的偏导数年年必考, 一定要掌握方法.

6. 了解隐函数存在定理, 会求多元隐函数的偏导数.
7. 了解空间曲线的切线和法平面及曲面的切平面和法线的概念, 会求它们的方程.
8. 了解二元函数的二阶泰勒公式.

9. 理解多元函数极值和条件极值的概念, 掌握多元函数极值存在的必要条件, 了解二元函数极值存在的充分条件, 会求二元函数的极值, 会用拉格朗日乘数法求条件极值, 会求简单多元函数的最大值和最小值, 并会解决一些简单的应用问题.

 本质挖掘: 多元函数的极值与条件极值是常考点, 往往是以大题的形式出现, 方法常规, 须掌握其固定步骤.