算學小叢書

算術
整數之性質

林鶴一 加藤幸重郎著
崔朝慶譯

商務印書館發行

算學小叢書

算　術

整數之性質

林鶴一　加藤幸重郎著

崔　朝　慶　譯

商務印書館發行

中華民國二十三年三月國難後第一版
中華民國二十四年五月國難後第三版

算學小叢書 算術—整數之性質一冊 (58250)
每冊定價大洋貳角
外埠酌加運費匯費

原著者　林鶴一　加藤幸重郎
譯述者　崔朝慶
發行兼印刷者　商務印書館　上海河南路
發行所　商務印書館　上海及各埠

版權所有
翻印必究

(本書校對者王養吾)

四八七〇上周

序

此篇所論述者，爲算術中之整數性質；全篇分爲五章：第一章、第二章，述倍數、約數之性質；第三章、第四章，述最公約數、最小公倍數之性質；第五章爲整數之性質雜問；凡算術教科書所有關於整數性質之事項，搜採一無遺漏，且加詳焉.

整數之性質，奧妙無窮，非窮年累月之功，不能達高深之域；今依本叢書之宗旨，以中等學校之數學程度爲範圍，惟理論之問題，較他種教科書稍多；蓋欲學者練習心思，由此而觸類旁通也

今之教科書中，所載倍數、約數、最大公約數、最小公倍數之問題，殆千篇一律，本書亦不得不斟酌採輯；但著者有創造之新題，可以補他書之闕

本書專論整數，知不宜涉及分數、小數；惟求分數、小數之最大公約數、最小公倍數，因整數之最大公約數、最小公倍數連類而及，雖稍踰整數之界限，否則求最大公約數、最小

公倍數之門類,不能完備;且以分數、小數之最大公約數,約其分數.小數,及以分數、小數約其最小公倍數,皆必爲整數,是分數小數、之最大公約數、最小公倍數,不得云與整數絕無關係也.

書中理論較深處,以 * 爲誌,可暫緩讀.

明治四十四年十一月三日.

加藤幸重郎識

目　次

算術　整數之性質

第　一　章

倍　　數

1. 倍數.

某整數,用他整數除得商爲整數,無餘數,則被除之某整數,爲他整數之倍數.

例如 42 爲 2,3,6,7,14 各數之倍數,36 爲 2,3,4,6,9,12 各數之倍數.

某數之倍數,乃以某數乘任何整數而得之數,其被乘之整數爲若干,則乘得之數,卽某數之若干倍(如 2 之倍數 6,乃以 2 乘 3 而得之數,6 卽 2 之 3 倍).

注意　本篇專論整數,凡云數,皆整數也.

2. 倍數之和與差.

述倍數之和與差,當先詳細說明乘法之數種法則:

(甲)　各數之和與某數相乘之積,等於各數與某數相乘之積之和.

例如　$(8+7+4)\times 3=19\times 3=57.$

又　$(8+7+4)\times 3=(8\times 3)+(7\times 3)+(4\times 3)$

$$=24+21+12=57.$$

(乙)　二數之差與某數相乘之積,等於從被減數與某數相乘之積,減去減數與某數相乘之積之差.

例如　$(15-8)\times 4=7\times 4=28.$

又　$(15-8)\times 4=(15\times 4)-(8\times 4)=60-32=28.$

(丙)　若干因數之積,因數之次序改變而積不變.

例如　$4\times 7\times 3=4\times 3\times 7=3\times 7\times 4$

$$=3\times 4\times 7=7\times 4\times 3$$

$$=7\times 3\times 4=84.$$

(丁)　若干因數之積,等於任意以各因數中之一因數與其餘因數之積相乘.

例如　$(4\times 7)\times 3=(4\times 3)\times 7=4\times(7\times 3)=84.$

注意　此四種法則,其用甚廣,讀者固須了解其意,且須熟記於心.

某數之倍數之和與差,仍爲某數之倍數.

例如 75 爲 5 之倍數, 35 亦爲 5 之倍數, 70+35 卽 110 仍爲 5 之倍數, 又 75－35 卽 40, 仍爲 5 之倍數.

此因 $75+35=(5\times15)+(5\times7)=5\times(15+7)=5\times22.$

$75-35=(5\times15)-(5\times7)=5\times(15-7)=5\times8.$

[見前(甲),(乙)之法則]

3. 倍數之倍數.

某數之倍數之倍數,仍爲某數之倍數.

例如 12 爲 3 之倍數, 12 之 5 倍 60, 仍爲 3 之倍數.

此因 $12=3\times4$,故 $12\times5=3\times4\times5=3\times(4\times5)=3\times20$

[見前(丁)之法則]

4. 10, 100, 1000 等之倍數.

某整數之 10 倍 100 倍 1000 倍等, 僅須添 0 (十倍添一個 0,百倍添兩個 0, 千倍添三個 0,餘可類推)於某整數之右端.

右端有一個 0 之數,爲 10 之倍數, 有兩個 0 之數,爲 100 之倍數, 有三個 0 之數,爲 1000 之倍數.

5. 2 之倍數.

某數之末位爲 0, 或爲 2 之倍數, 其數爲 2 之倍數; 末位非 0, 又非 2 之倍數,其數非 2 之倍數.

例如 3670 與 578, 皆爲 2 之倍數.

此因 $3670=10\times367=2\times5\times367=2$ 之倍數之倍數

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertong

$=2$ 之倍數.

$578=570+8=2$ 之倍數 $+2$ 之倍數 $=2$ 之倍數.

(參觀第 2 節及第 3 節)

注意 凡 2 之倍數之整數,名曰偶數,非 2 之倍數之整數,名曰奇數.

6. 5之倍數.

某數之末位爲 0, 或爲 5, 其數爲 5 之倍數;末位非 0, 又非 5, 其數非 5 之倍數.

例如 380 與 305, 皆爲 5 之倍數.

因 380 爲 10 之倍數, 而 10 爲 5 之倍數, 故 380 爲 5 之倍數之倍數, 仍爲 5 之倍數 (參觀第 3 節).

又 305 爲 5 之倍數 300 與 5 之和, 因 5 之倍數與 5 之倍數之和, 仍爲5之倍數, 故 305 仍爲 5 之倍數 (參觀第 2 節).

7. 4之倍數. 25之倍數.

某數右端之二位,俱爲 0, 或爲 4 之倍數, 其數爲 4 之倍數;末二位,不俱爲 0, 又非 4 之倍數,其數非 4 之倍數.

某數右端之二位, 俱爲 0, 或爲 25 之倍數,其數爲 25 之倍數;末二位,不俱爲 0, 又非25之倍數,其數非25之倍數.

例一.　500 與 624, 皆爲 4 之倍數.

因　$500 = 100 \times 5 = 4 \times 25 \times 5 = 4$ 之倍數之倍數

$= 4$ 之倍數.

又　$624 = 600 + 24 = 4$ 之倍數 $+ 4$ 之倍數 $= 4$ 之倍數.

(參觀第 2 節及第 3 節)

例二.　3700 與 575, 皆爲 25 之倍數.

因　$3700 = 100 \times 37 = 25 \times 4 \times 37 = 25$ 之倍數之倍數

$= 25$ 之倍數.

又　$575 = 500 + 75 = 25$之倍數$+ 25$之倍數$= 25$之倍數.

(參觀第 2 節及第 3 節)

8.　8之倍數.　125 之倍數.

某數之右端三位, 俱爲 0, 或爲 8 之倍數, 其數爲 8 之倍數; 末三位, 不俱爲 0, 又非 8 之倍數, 其數非 8 之倍數.

某數之右端三位, 俱爲 0, 或爲 125 之倍數, 其數爲 125 之倍數; 末三位, 不俱爲0, 又非125之倍數, 其數非125之倍數.

例一.　4000 與 3832, 皆爲 8 之倍數.

因　$4000 = 1000 \times 4 = 8 \times 125 \times 4 = 8$ 之倍數之倍數

$= 8$ 之倍數.

又　$3832 = 3000 + 832 = 8$之倍數$+ 8$之倍數$= 8$之倍數.

(參觀第2節及第3節)

例二. 5000與4625,皆爲125之倍數.

因 $5000=1000\times5=125\times8\times5=125$ 之倍數之倍數

$=125$ 之倍數.

又 $4625=4000+625=125$ 之倍數 $+125$ 之倍數

$=125$ 之倍數.

(參觀第2節及第3節)

9. 9之倍數.

某數之數字之和爲9之倍數,其數爲9之倍數;數字之和非9之倍數,其數非9之倍數.

例如2736之數字之和 $2+7+3+6=18$ 爲9之倍數,故2736爲9之倍數.

其理如次:

$$
\begin{aligned}
2000&=2\times1000=(2\times999)+2.\\
700&=7\times100\ \ =(7\times99)+7.\\
30&=3\times10\ \ \ =(3\times9)+3.\\
6&=\qquad\qquad\qquad\quad 6.\\
2736&=\underbrace{(2\times999)+(7\times99)+(3\times9)}_{9\text{之倍數}}+2+7+3+6.\\
2736&=\qquad 9\text{之倍數}\qquad +(2+7+3+6).
\end{aligned}
$$

若 $2+7+3+6$ 爲9之倍數,則2736爲9之倍數,今

2+7+3+6 適爲 9 之倍數,故知 2736 爲 9 之倍數.

如上所示之例,任何數皆等於 9 之倍數與其數字之和,故述於次之事,亦合於理.

以 9 除某數之餘數,等於以 9 除其數字之和之餘數.

例如以 9 除 3629, 得商 403, 餘 2, 又以 9 除其數字和 3+6+2+9 (卽20) 亦餘 2.

因 3629=9 之倍數 +(3+6+2+9)=9 之倍數+ (9 之倍數+2)=9 之倍數 +2.

故以 9 除 3629, 餘數爲 2.

10. 3 之倍數.

某數之數字之和爲 3 之倍數,其數爲 3 之倍數;數字之和非 3 之倍數,其數非 3 之倍數.

例如 564 數字之和 5+6+4 (卽 15) 爲 3 之倍數,卽知 564 爲 3 之倍數.

因 564=9 之倍數 +(5+6+4)=3 之倍數+(5+6+4),今 5+6+4 適爲 3 之倍數,故 564 爲 3 之倍數.

由此知述於次之事,亦合於理.

以 3 除某數之餘數,等於以 3 除其數字之和之餘數.

例如以 3 除 2561, 得商 853, 餘 2, 又以 3 除其數字和

$2+5+6+1$ (即 14) 亦餘 2.

因 $2561=9$ 之倍數 $+(2+5+6+1)=3$ 之倍數 $+14$

$=3$ 之倍數 $+(3$ 之倍數 $+2)=3$ 之倍數 $+2.$

故以 3 除 2561 之餘數,等於以 3 除 $2+5+6+1$ (即 14) 之餘數.

11. 11 之倍數.

從某數之右端起,奇數位之數字之和,等於偶數位之數字之和,或其差爲 11 之倍數,其數爲 11 之倍數.

例如 637813之奇數位數字之和$3+8+3=14$,偶數位數字之和 $1+7+6=14$,其二和數相等,故其數爲11之倍數.

又 63745 之奇數位數字 $5+7+6=18$,偶數位數字$4+3=7$,二和數 18 與 7 之差爲 11 之倍數,故 63745 爲 11 之倍數.

詳示其理於次:

凡基數(從1至9之九數,名曰基數) 之右,附奇數0之數,等於 11 之倍數與其基數之差.

例如 $700000=11$ 之倍數 $-7.$

因 $700000=7\times100000=7\times(99990+10)$

$=7\times(99990+11-1)=7\times(11$ 之倍數 $-1)$

$=11$ 之倍數 -7.

又 $8000=8\times1000=8\times(990+10)=8\times(990+11-1)$

$=8\times(11$ 之倍數 $-1)=11$ 之倍數 -8.

凡基數之右,附偶數0之數,等於11之倍數與其基數之和.

例如 $50000=5\times10000=5\times(9999+1)$

$=5\times(11$ 之倍數 $+1)=11$ 之倍數 $+5$.

又 $800=8\times100=8\times(99+1)=8\times(11$之倍數 $+1)$

$=11$ 之倍數 $+8$.

由此詳解 63745 爲 11 之倍數於次:

$60000=11$ 之倍數 $+6$.

$3000=11$ 之倍數 -3.

$700=11$ 之倍數 $+7$.

$40=11$ 之倍數 -4.

$5=\qquad 5$.

$63745=11$之倍數$+6-3+7-4+5$

$=11$ 之倍數 $+\{(6+7+5)-(3+4)\}$.

因 $(6+7+5)-(3+4)$ 爲 11 之倍數,故知 63745 爲 11 之倍數.

此为试读,需要完整PDF请访问: www.ertong