

感悟数学魅力：中学数学建模课程18年

# 理解数学

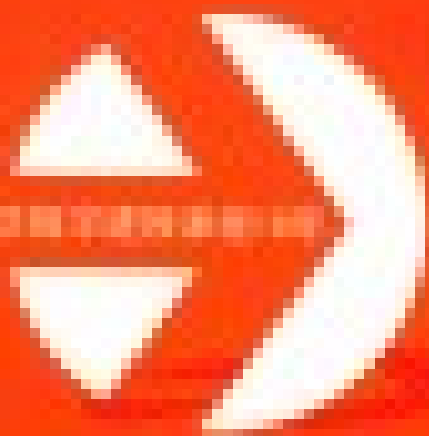
中学数学建模课程的实践案例与探索  
Understanding mathematics

张思明 ■ 著

**全国模范教师 张思明**  
解读数学建模 参悟数学精神



海峡出版发行集团 | 福建教育出版社



张思聪数学教育：中国数学教育走向世界

# 理解数学

张思聪数学教育国际研讨会论文集  
Understanding Mathematics

张思聪编著



全国模范教师 张思聪  
数学教育专家 中国教育家

© 2008 Beijing Education Science Press

# 理解数学

中学数学建模课程的实践案例与探索

Understanding mathematics

张思明 著



海峡出版发行集团 | 福建教育出版社

## 图书在版编目(CIP)数据

理解数学：中学数学建模课程的实践案例与探索 / 张思明著.  
—福州：福建教育出版社，2011.11  
ISBN 978-7-5334-5638-2

I. ①理… II. ①张… III. ①中学数学课—教学研究—文集 IV.  
①G633.602

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2011)第 231193 号

## 理解数学

——中学数学建模课程的实践案例与探索

张思明 著

---

出版发行 海峡出版发行集团

福建教育出版社

(福州梦山路 27 号 邮编:350001 电话:0591-83733693  
83706771 传真:83726980 网址:www.fep.com.cn)

出版人 黄旭

发行热线 0591-87115073

印刷 秦皇岛市昌黎文苑印刷有限公司

开本 680 毫米×960 毫米 1/16

印张 21

字数 265 千

插页 2

版次 2012 年 2 月第 1 版 2012 年 2 月第 1 次印刷

书号 ISBN 978-7-5334-5638-2

定价 29.80 元

---

如发现本书印装质量问题,影响阅读,

请向本社出版科(电话:0591-83726019)调换

## 前 言

自 1993 年起，作者从事中学数学建模的相关实践与探索已有十七年，这期间亲身经历并参与了数学建模在我国中学数学课程中从引进模仿、点滴渗透，逐步发展到写进国家课程标准，并逐渐向一种新的课程形态发展的过程。

20 世纪 90 年代初期，国内一部分数学家和数学教育工作者，出于对数学和应用数学发展的关注及数学对人的发展的作用的再思考，提出要重视数学应用能力的培养，要关注如何通过数学培养人的理性精神、创新精神和实践能力。叶其孝教授等一批数学家摸索着首先在大学广泛开设数学建模课程，开展大学生数学建模竞赛活动，并把它看成是“一场数学教学改革”。随之，数学建模的竞赛和教学活动逐渐在一小部分中学也开展了实践和探索。

作为中学数学教师，作者和十几位青年教师，从 1993 年起参加了由数学家和师范大学数学教育专家发起的讨论班，开始探究和实践将数学建模引入中学的可行性。我们坚持进行了一系列的教学实践和探索，得到了一批阶段性的成果，包括得到了一批中学数学建模的成功案例；设立和发展了“北京市高中数学知识应用竞赛”；部分学校成功开设的数学建模选修课；中学生的数学建模成果在大学生数学建模竞赛、全国创新大赛、美国 Inter 创新大赛上屡屡获奖等等。2003 年，在反复的争论和考量后，数学建模被写进《普通高中数学课程标准（实验）》，成为

高中数学正式的学习内容。课标要求在高中阶段至少为学生安排一次完整的数学建模活动，数学建模至此成为中学数学教学的一部分。所有的这些努力使得广大教师、数学教育研究者对数学建模的教育价值的认识和重视程度逐渐增加，也积累了一定的教学经验。

但在与一线教师交流以及 2009 年我们所做的调查中发现，很多教师对中学数学建模还存在不同的认识。比如数学建模该不该教？能不能教？要不要考？数学建模是一种课程，还是一种“小打小闹”的教学插件？数学建模的教育价值是什么，如何在教学中实现？数学建模教什么，怎么教？数学建模的资源到哪里去找？做数学建模是不是就是要学生多掌握一些应用题的解法？数学建模对学生发展有什么用？数学课程标准中关于数学建模的安排可以应对社会对数学应用越来越高的要求吗？能充分发挥中学数学建模的教育功能吗？中学数学建模能够广泛有效地开展吗？中学数学建模可以成为一门独立的课程吗？本书正是基于这些考虑，希望在课程标准的基础上走得更远一些，为了形成有特色的中学数学建模课程理论框架和教学实践的有效策略而展开研究的。本书是写给希望能开展数学建模或者希望提高数学建模教学水平的中学数学教师的，希望能提高中学数学教师对数学建模的认识，指导他们找到中学数学建模教学的具体实施方法。

本书第一章主要是理论方面的研究，作者对数学建模进入中学的背景、数学建模的教育意义、数学建模的教育思想基础和数学建模教学在国内外的发展历程进行了简单介绍，读者能在这一章找到中学数学建模教学的理论支持。

第二章是本书最重要的部分。作者在这一章将介绍北京市开展中学数学建模教学的一些具体经验，着重讲了“双课堂”数学建模的具体实施——教学和评价的设计。另外本书收入了几篇参加“双课堂”数学建模实验的学校教师的总结性文章，在这些文章中，读者对数学建模的实

施过程也会有相对具体的了解。

第三章的内容是对中学数学建模中的一些教学难点加以剖析解决,从实践的角度总结了中学数学建模对学生和教师发展的影响;最后在实践的基础上,初步建构了中学数学建模的课程理论。

第四章中,作者对中学数学建模教学的形式和内容的发展进行了展望和介绍。

本书的内容章节之间既相互关联,又相对独立,读者可以从我们的目录中寻找自己感兴趣的内容,选择性地加以阅读。

本章采用文献综述的方式,从历史纵向和相关课程发展的横向上梳理数学、数学教育、数学教育史不断发展的变化,用“纵向”的方式梳理数学建模从大学走进中学的过程。最后,我们结合中国数学教育史梳理分析了中学数学建模课程中存在的问题,进而对本书的研究内容有所新意义做了一个大体的介绍。

## 1.1 数学建模走进中学的个案

20 世纪末至今,世界范围内数学课程教材改革,社会对公民的数学应用能力和知识能力等方面的要求不断提高,这都对数学教育提出了新的更高的要求;促使人们对数学教育的现状和趋势进行深入的思考,促进中学数学教育改革的进程。数学建模进入中学,正在这股浪潮之下实现的,为了给数学建模进入中学的背景说得更加清楚,下面再就以下几个方面的背景作进一步的说明。

### 1.1.1 数学应用的发掘

数学起源于使用,从使用的四个阶段看与相应数学模型,主要是用数(Felix Freudenthal, 1905—1989, 荷兰)曾提出数学的四个阶

# 目 录

|                            |      |
|----------------------------|------|
| 前言                         | (1)  |
| 第一章 中学数学建模的相关理论综述和主题探究     | (1)  |
| 1.1 数学建模走进中学的背景            | (1)  |
| 1.1.1 数学应用的发展              | (1)  |
| 1.1.2 社会对数学教育的要求           | (3)  |
| 1.1.3 基础数学教育的现状和发展趋势       | (5)  |
| 1.1.4 数学建模的教育特质            | (10) |
| 1.2 本文涉及的相关名词的定义           | (12) |
| 1.2.1 数学建模和数学模型的定义         | (12) |
| 1.2.2 中学数学建模               | (13) |
| 1.3 中学数学建模的数学教育思想基础        | (14) |
| 1.3.1 弗赖登塔尔对数学教育的一些看法      | (14) |
| 1.3.2 多元智能理论               | (17) |
| 1.3.3 后现代课程观及其对中学数学建模课程的影响 | (20) |
| 1.4 数学建模教与学的发展历程           | (24) |
| 1.4.1 数学建模课程在大学的开设情况       | (24) |
| 1.4.2 大学生数学建模竞赛的开展情况       | (25) |
| 1.4.3 数学建模及其相关课程在国外中学的发展情况 | (27) |
| 1.4.4 数学建模在国内中学的发展情况       | (37) |

|                                                                    |       |
|--------------------------------------------------------------------|-------|
| 1.5 目前中学数学建模教学存在的问题 .....                                          | (50)  |
| 第二章 中学数学建模课程的实践模式与实施纪实 .....                                       | (52)  |
| 2.1 北京市几所中学开展数学建模的模式及特色 .....                                      | (53)  |
| 2.1.1 北大附中模式——课内延伸,内外结合 .....                                      | (53)  |
| 2.1.2 首都师范大学附中模式——课外活动中的数学建模 .....                                 | (62)  |
| 2.1.3 北京市第十五中学的教学模式 .....                                          | (64)  |
| 2.2 “双课堂”数学建模的探索与实践 .....                                          | (70)  |
| 2.2.1 “双课堂”数学建模产生的背景及特点 .....                                      | (70)  |
| 2.2.2 高中数学建模“双课堂”课程的定位、内容和总框图 .....                                | (75)  |
| 2.2.3 “运用函数知识建模”的单元教学设计 .....                                      | (79)  |
| 2.2.4 “运用统计知识建模”的单元教学设计和案例 .....                                   | (87)  |
| 2.2.5 数学建模“双课堂”中的评价设计 .....                                        | (93)  |
| 2.2.6 数学建模“双课堂”第一阶段的实施过程和效果分析 .....                                | (103) |
| 2.3 实验校的成果和经验集锦 .....                                              | (126) |
| 2.3.1 数学建模使我们的学生学会学习和创新(北大附中<br>冯海君) .....                         | (126) |
| 2.3.2 随风潜入夜,润物细无声——网络双课堂“数学建模”活动中<br>师生的成长(北京经济技术开发区实验学校 辛华) ..... | (144) |
| 2.3.3 新课程新理念下的思考(北京市第十九中学 高磊) .....                                | (163) |
| 第三章 中学数学建模实践的反思和理论建构 .....                                         | (171) |
| 3.1 如何发挥好教师在建模过程中的指导作用 .....                                       | (171) |
| 3.1.1 如何帮助学生做好数学建模的选题 .....                                        | (172) |
| 3.1.2 如何帮助学生撰写好数学建模小论文 .....                                       | (177) |

|                                       |       |
|---------------------------------------|-------|
| 3.1.3 教师在学生做课题过程中的指导理念 .....          | (180) |
| 3.2 如何控制好中学数学建模教与学的难度 .....           | (185) |
| 3.2.1 中学数学建模素材涉及的知识维度 .....           | (186) |
| 3.2.2 完成数学建模教与学的过程所需操作环节的维度 .....     | (191) |
| 3.2.3 数学建模过程中学生认知参与的维度 .....          | (196) |
| 3.3 数学建模中教与学的作用点分析 .....              | (200) |
| 3.3.1 学生学习方式的改变 .....                 | (200) |
| 3.3.2 中学数学建模中教师的角色改变 .....            | (205) |
| 3.3.3 数学建模中的评价方式 .....                | (207) |
| 3.4 数学建模对学生和教师发展的影响 .....             | (209) |
| 3.4.1 学生的“问题意识”得到发展 .....             | (209) |
| 3.4.2 学生的创新精神得以展现 .....               | (212) |
| 3.4.3 学生良好的情感、态度、价值观得以发展 .....        | (214) |
| 3.4.4 提高了学生综合解决问题的能力 .....            | (216) |
| 3.4.5 数学建模的教与学帮助教师建立了新的学习资源观<br>..... | (217) |
| 3.4.6 开拓了教师、教研室、学校发展的新途径和视野 .....     | (222) |
| 3.5 中学数学建模课程理论的初步建构 .....             | (223) |
| 3.5.1 中学数学建模课程的整体理论思考 .....           | (223) |
| 3.5.2 中学数学建模课程核心理念 .....              | (230) |
| 3.5.3 对课程内容及目标的思考和定位 .....            | (234) |
| 3.5.4 对教学的思考和定位 .....                 | (236) |
| 3.5.5 对学生学习的思考和定位 .....               | (238) |
| 3.5.6 对评价的思考和定位 .....                 | (240) |
| 3.6 数学建模实践中的问题和反思 .....               | (241) |
| 3.6.1 数学建模如何更好地融入常规课程 .....           | (241) |

|                                      |              |
|--------------------------------------|--------------|
| 3.6.2 有待突破的评价 .....                  | (242)        |
| 3.6.3 如何在更大范围内有效地开展数学建模 .....        | (243)        |
| 3.6.4 数学建模的资源开发和利用 .....             | (243)        |
| 3.6.5 数学建模的教学设计和学法指导的经验提升与理论探索 ..... | (243)        |
| 3.6.6 数学建模教学的策略提升 .....              | (244)        |
| <b>第四章 中学数学建模教学的发展 .....</b>         | <b>(246)</b> |
| 4.1 中学数学建模教学形式的变化和发展 .....           | (246)        |
| 4.1.1 数学探究性课题学习 .....                | (248)        |
| 4.1.2 学生自主的“微科研”活动 .....             | (252)        |
| 4.1.3 数学主题阅读 .....                   | (254)        |
| 4.1.4 数学实验 .....                     | (266)        |
| 4.2 将数学建模的基本思想融入常规教学 .....           | (276)        |
| 4.3 在数学建模的活动中整合德育教育 .....            | (280)        |
| <b>结语 .....</b>                      | <b>(285)</b> |
| <b>参考文献 .....</b>                    | <b>(291)</b> |
| <b>附录 .....</b>                      | <b>(301)</b> |
| 附录 1: 课内外结合“综合与实践”案例——测量楼高 .....     | (301)        |
| 附录 2: 课外“综合与实践”案例——一组与自行车相关的问题 ..... | (306)        |
| 附录 3: 对高中数学教师开展数学建模教学情况的调查问卷 ...     | (310)        |
| 附录 4: 双课堂数学建模项目实践中学生的部分建模论文 .....    | (315)        |

# 第一章 中学数学建模的相关理论 综述和主题探究

本章采用文献综述的方式，从历史纵向和相关课程发展的横向直观地表现数学、数学教育、数学教学改革的发展变化；用“点闪”的方式展现数学建模从大学走进中学的过程。最后，我们结合问卷调查和文献研究分析了中学数学建模课程中存在的问题，进而对本文的研究内容和研究意义做了一个大概的介绍。

## 1.1 数学建模走进中学的背景

20 世纪末至今，数学及其应用发展得如火如荼，社会对公民的数学应用能力及创新能力等方面的要求不断提高，这些对数学教育提出了更多更新的要求，促使人们对数学教育的现状和功能进行深入的思考，促进了中学数学教育改革的进行。数学建模进入中学，正是在这种情况下实现的。为了将数学建模进入中学的背景说得更清楚，下面再从以下几个方面做更详细的一些说明。

### 1.1.1 数学应用的发展

数学起源于应用，其发展的每个阶段都与应用难舍难分。弗赖登塔尔 (Fans. Freudenthal, 1905—1990, 荷兰) 曾在《作为教育任务的数

学》一书中充满激情地讲道：“倘使无用，数学就不存在了。”在东方以中国为代表，数学的作用主要在于解决实际问题，逐渐发展为机械化算法的倾向。中国古代有名的数学书籍《周髀算经》、《九章算术》等，大都以问题集的形式编写，内容呈现形式就是解决一个个的实际问题。这其实就出现了最初的数学建模。在西方，数学则很快超过了实际需要，展开了它的逻辑公理化的进程。这种超越有多远？从圆锥曲线的理论可见一斑，它诞生后经过了两千年，到开普勒发现行星轨道是椭圆时，才得到应用。这其实也是数学的特点作用之一——寻求各种思想模式，以供使用者选择。

很难说有哪个时期，数学和其应用是完全分开的。古希腊学者托勒密（公元2世纪）的“地心说”以及1300年后哥白尼的“日心说”都是采用几何模型来研究天文学。近代的伽利略（1564—1642）将比率和三角形相似理论作为数学模型，并以之推导出著名的自由落体运动规律，从而开创了数学模型法在近代科学中应用的先河。这些例子都可以很充分地说明数学的应用。事实上，对数学发展的推动总是存在两种力量：一种来自数学内部理论的需要；另一种是来自应用的需要。来自数学内部理论的需要，在16世纪以前是数学发展的主要力量，这种情况在16世纪以后发生了变化。由于社会生产力的发展，技术的需要，使得数学的应用越来越广泛。19世纪初，数学在物理领域的应用强力推动了数学学科的发展，诞生了现代意义上的数学，如变分法和最小作用原理等。

整体上来看，数学发展到现在，经历了四个高峰：古希腊数学（公理化）、牛顿发明微积分（不严密的算法）、希尔伯特的形式主义（严密的公理化）、计算机时代的问题解决（纯粹数学与应用数学的新交融）。其中第四个时期从20世纪下半叶开始，以计算机信息技术的广泛应用为标志，数学渗入了自然科学和社会科学的各个领域。时至今日，从社

会学到经济学,从物理到生物……几乎每一个学科领域都有数学的身影。北京师范大学的数学家,曾任中国数学会数学教育专业委员会主任的严士健教授谈到数学应用的发展时说到,数学发展到今天,不但像历时三百多年的费尔马大定理的难题解决了,而且刻画和表达各种现象的数学方法也空前地得到发展;向各个自然学科和社会学科的渗透空前加强了,近几届的诺贝尔经济奖几乎都是数学的应用;甚至像以往很少应用数学的生物科学也开始大量应用比较高深的数学。另一方面,自第二次世界大战以来,针对技术、管理、工业、农业、经济等学科中的实际问题发展起来一批新的应用数学学科(如运筹科学、计算科学、信息科学、控制科学、系统科学、金融数学)。最近又有人提出材料、生物和多媒体中的数学是未来数学值得深入探索的三个领域。

此外,数学在现今社会的发展中有更直接重要的作用,特别是随着近年来计算机的飞速发展,数学与计算机的结合,形成了“数学技术”,很多高技术产品主要是数学技术或者数学在其中起着直接重要作用。1989年经合组织(OECD)在其会员国中发起了一场关于科学、数学和技术教育正在发生怎样的变化的大规模调查。调查报告指出:“全世界工业国家的决策者们愈来愈把这些(科学、数学和技术教育)领域看做是经济增长的关键。”王梓坤先生就指出,数学已经具有了技术的品质:由于计算机的出现,今日数学已不仅是一门科学,还是一种普遍性的技术,从航天到家庭,从宇宙到原子,从大型工程到工商管理,无一不受惠于数学技术。因而今日的数学兼有科学与技术的两种品质,这是其他学科所少有的。不仅如此,随着个人计算机的普及,数学技术也有由高技术向一般技术普及的趋势。这也正是信息社会和知识经济定量化、数字化发展的必然趋势。

### 1.1.2 社会对数学教育的要求

数学的典型特征之一——应用的广泛性,在今天比以往任何时候更

有充足的体现。James G. Glimm 在《数学科学，技术，经济竞争力》一书中指出：“数学的思考方式具有根本的重要性。简言之，数学为组织和构造知识提供方法，以至当用于技术时就能使科学家和工程师们生产出系统的、能复制的、并且是可以传播的知识，分析、设计、建模、模拟仿真及其具体实施就可能变成高效加结构良好的活动。”因此“在经济竞争中数学科学是必不可少的，数学科学是一种关键性的、普遍的、能够实行的技术”。另外，随着计算机的普及和推广，不论高技术、日常经济、工作还是日常生活活动都（至少大部分）将逐步应用计算机处理，这其中常常涉及（或者可以归结成）或高或低、或深或浅的数学知识或问题。数学对社会发展、国家进步、个人生活的重要作用日益凸显。尽管如此，使用数学的意识和能力、创新意识和能力等却不是与生俱来的，而是需要通过教育培养的。

技术发达国家的经理、军事家和政治家未必比中国相应的人员的数学成绩好，但是在经营和管理方面对数学的应用是比较自觉的，一旦遇到有关实际问题时，就会自觉地想到去找数学帮忙。例如，他们肯于投入大批的财力、物力以至时间，请数学家帮助解决生产和管理中的实际问题。他们的咨询公司或者开发部门都常常有数学家，像贝尔实验室里就有一批有相当造诣的数学家供职。华尔街的金融家就高价聘请一批数学家，请他们帮助研究。虽然也知道还不能具体解决问题，但他们仍然愿意出资来支持这种研究。

而在我国，这种应用数学的意识极为薄弱，创新意识和能力远不及发达国家。我国现在使用的很多高科技产品并不是自己开发和制造的，例如 CT 机、地质勘探的数据处理软件以至大规模集成电路等。在社会上，人们在面对各种先进的技术装备时，几乎认识不到数学在其中的作用，他们宁愿一再高价购买那些新版软件和新版技术，但是却几乎没想过自己独立开发或改进。甚至在我国的第一期高技术计划（863 计划）

中,对于数学如何发挥作用也没有安排。我们的企业现代化管理的程度也有待提高,拍拍脑袋就做出的决策已经难以面对日益复杂的经济形势。数学及其应用的新发展需要他们能够在工作中让数学发挥作用,要求我们的工作人员或企业家能够使用更有力的数学工具分析不断变化的情况,做出准确恰当的决策。

对高科技核心技术未能掌握,缺乏创新动力,不仅常常使我们付出极大的经济代价,还有可能使国家面临严重的安全危机:一些与国防军事有关的关键技术,会由于人家的封锁而受制于人,或者在关键时刻因为措手不及而遭受重大损失。数学应用的范畴和深度空前地扩展,充分发挥数学的作用必将大大加快社会现代化的进程,特别是在国际竞争中可以处于有利的地位。

与发达国家在科技、数学应用等方面的差距,促使我们反思我们的公民在意识、能力上与他们有何差别,进一步促使我们反思数学教育至少可以也应该培养公民如下几方面的能力和素养:

- 应用数学的意识和能力;
- 发现问题和解决问题的能力;
- 创新意识和实践能力。

### 1.1.3 基础数学教育的现状和发展趋势

数学教育相对社会发展要求的滞后直接导致了数学教育改革在世界范围内的蓬勃开展。国际数学教育界,对培养学生数学素养的重视日益增强,数学教育较发达的美国、英国、法国、日本等国家较早表现出对此的重视,各国在数学教育的意识或者说指导思想上具有很大的共性。这一点将在本章第四部分中详细地阐述。这里以美国为例。

1980年美国数学教师联合会给第四届国际数学教育大会提交了一份纲领性报告:《行动的议程——关于80年代中学数学的建议》。这份

文件明确地指出,“问题解决是 80 年代学校数学的核心”(第一条),“数学课程应当围绕问题解决来组织”,“数学教师应当创造一种使问题解决得以蓬勃发展的课堂环境”,“在问题解决方面的成绩如何,将是衡量数学教育成败的有效标准”。由此在世界范围内掀起了以数学问题解决为主题的一系列数学教育研究和改革的热潮。

全美数学教师理事会(National Council of Teachers of Mathematics,以下简称美国 NCTM)90 年代在《美国学校数学课程与评价标准》中将“作为解决问题的数学”当作其首要的标准贯穿始终,在整个基础教育中逐渐的培养学生应用数学解决问题的能力。他们认为,解决问题是一种让学生体验到数学在他们周围世界中的力量和有用性的过程,使学生确立“需要懂得数学”的思想。

美国 NCTM 在 2000 年《美国学校数学教育的原则和标准》中指出,“问题解决”仍然是标准之一,认为 0~12 年级的学生应该能够:

- 通过解决问题掌握新的数学知识;
- 解决在数学和其他情景中出现的问题;
- 采用各种恰当的策略解决问题;
- 检验和反思问题解决的过程。

正是受美国数学教育所掀起的“问题解决”的教育热潮的影响,2000 年 7 月,第九届国际数学教育大会上,“信息技术”和“数学应用”成为国际数学教育改革的重点,各个国家力图将现代应用数学的对象、方法和价值反应到数学教育中来。数学应用和信息技术的应用已经成为各个国家数学基础教育的重要内容,一方面是要培养学生应用数学的意识和能力;另一方面这样的学习同时培养学生的问题意识、创新意识和创新能力。

与国际上数学教育发达的国家比较起来,我国中学数学教育对数学应用和计算机计算在数学中应用的重视比较晚,发展远远不够。这种状