

樂思數學

陳夢熊
梁瑞華
陳森泉
侯漢良

進階作業



適用於 **整體課程** 和 **剪裁課程**

中大出版社

三下

樂思數學

三下

教師版本

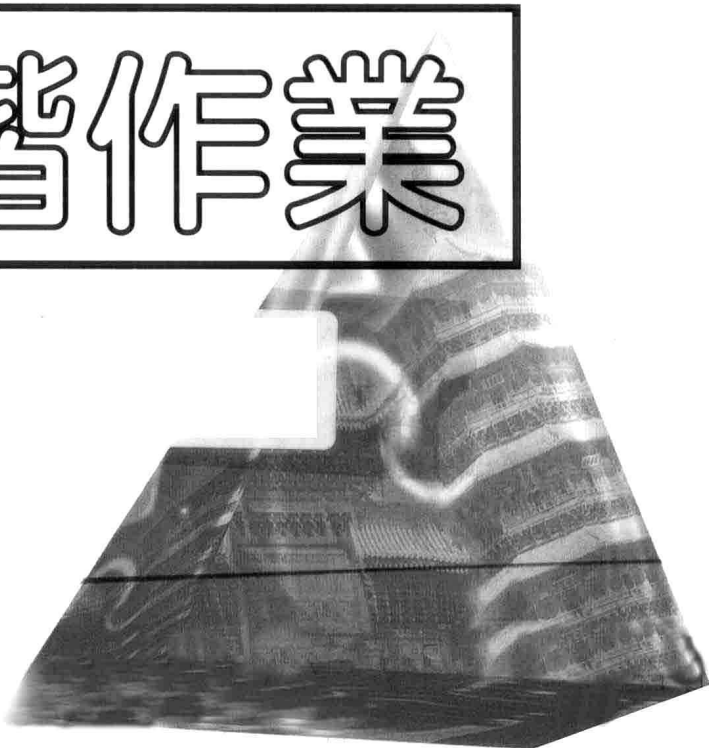
陳夢熊 (B. Sc. Hons., Dip. Ed.)

梁瑞華 (B. Sc. Hons., Dip. Ed.)

陳森泉 (B. Sc. Hons., Dip. Ed.)

侯漢良 (B. Sc. Hons., Dip. Ed.)

進階作業



中大出版社

作者： 陳夢熊 (B. SC. HONS., DIP. ED.)
梁瑞華 (B. SC. HONS., DIP. ED.)
陳森泉 (B. SC. HONS., DIP. ED.)
侯漢良 (B. SC. HONS., DIP. ED.)

編輯： 彭玉珠 (B. SC.)
郭可思 (B. A. HONS.)
張冠民 (B. SC. HONS.)
林舒 (B. SC. HONS.)

平面設計： 邱順鋒

排版： 李國忠
陳志華
張惠芳
賴醞行

本書版權屬中大出版社所有。未經本出版社同意，本書所有部分均不可以電子、機械、影印、錄音或其他方式翻印、轉載或儲存於檢索系統之內。

© 中大出版社

出版及發行：中大出版社

香港柴灣祥利街十七號

致高工業大廈七字樓

電話：25582247

傳真：25582240

一九九七年 初版

序 言

《樂思數學》作業貫徹《樂思數學》「趣味與知識並重」的教學理念，培養同學的數學興趣、信心耐力，令同學從學習中得到靈活運用數學的樂趣，並希望藉著作業內以實際日常生活事物為例的練習，將一些基本的概念清楚解釋及鞏固同學對一些重要數學原理的知識。

《樂思數學》備有兩套以不同目標設計的作業——**基礎作業**和**進階作業**，以配合不同程度學生的需要。**進階作業**特別適合數學水平較高的同學，這套作業因應整個中學數學課程的趨勢，著重訓練學生對文字題的觸覺，以生活化的題目，增強同學解題的技巧及融匯貫通不同數學公式的能力，預早作好準備迎接中四、中五的挑戰。

《樂思數學》作業的內容編排特點如下：

- | | |
|----------------|---|
| 預習課 | 每級上冊第零章的預習課以不同目標設計，讓同學在學期初預先作好各樣準備： <ul style="list-style-type: none">• 第一冊上：重溫基本算術運算；• 第二冊上和第三冊上：熟習該學年將運用到的計算機功能。 |
| 活學活用 | 每章開始的活動部分，帶出數學與日常生活的關係，引起學生的學習興趣。 |
| 是非題和選擇題 | 每章結尾部分的是非題和選擇題可以用作評估學生對數學概念的瞭解和掌握程度。 |
| 備註和提示 | 備註和提示貫穿各章節，除了有助學生回答較難的問題外，還可增強他們的信心。 |

我們衷心希望這套作業能對教師和同學有所幫助，令大家在輕鬆的氣氛下得到學習數學的樂趣。

陳夢熊
梁瑞華
陳森泉
侯漢良

目 錄

章		頁
7	直線的坐標幾何	
	活學活用	1
	本章精要	2
	7.1 中點坐標	3
	7.2 分點坐標	5
	7.3 特殊直線的方程	9
	7.4 直線方程	9
	7.5 互相平行和互相垂直的直線方程	15
	7.6 找尋規律	23
	複習題七	24
8	二次方程	
	活學活用	26
	本章精要	28
	8.1 多項式的因式分解	28
	8.2 二次多項式的因式分解	30
	8.3 二次方程	31
	8.4 根據已知的根建立二次方程	34
	8.5 二次圖像	35
	8.6 二次方程的圖解法	36
	8.7 二次方程的應用	38
	複習題八	40
9	三角學的應用	
	活學活用	41
	本章精要	42
	9.1 斜率	43
	9.2 仰角和俯角	46
	9.3 方位角	48
	9.4 兩維（平面）的問題	51
	複習題九	54
10	簡易的概率概念	
	活學活用	57
	本章精要	58
	10.1 概率的意義	59
	10.2 複合事件	61
	10.3 實驗概率	65
	複習題十	66

章		頁
11	集中趨勢的量度	
	活學活用	68
	本章精要	70
11.1	引言	71
11.2	算術平均數	71
11.3	假定平均數	74
11.4	中位數	79
11.5	分組數據的中位數	79
11.6	眾數和眾數組	83
11.7	各種量度集中趨勢方法的比較	86
	複習題十一	87
12	統計的應用和誤用	
	活學活用	90
	本章精要	91
12.1	統計的應用	92
12.2	統計的誤用	92
12.3	用平均值曲解事實	92
	複習題十二	96

第7章

直線的坐標幾何

日期：_____

分數：_____



活學活用

以下兩個練習是運用直線和截點作圓滑曲綫的方法。圖中的綫段是例子。細心觀察綫段連接的方式，並完成圖 I 和圖 II。

圖 I

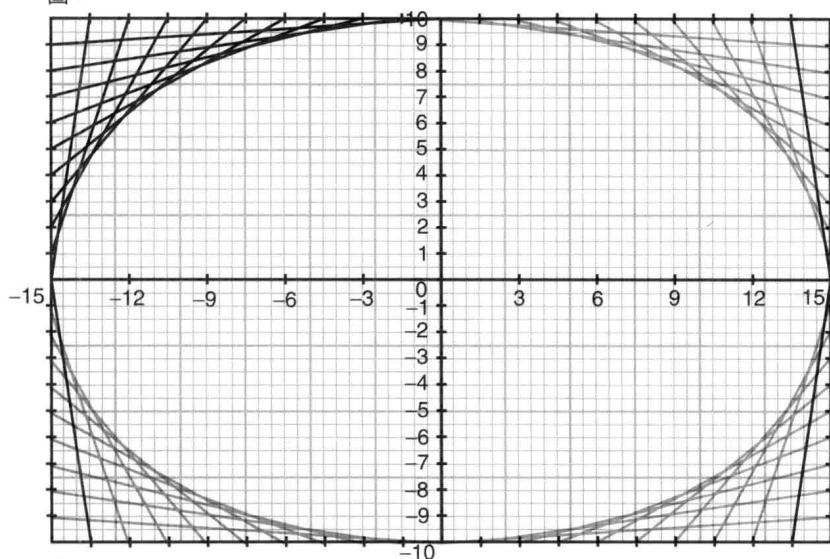
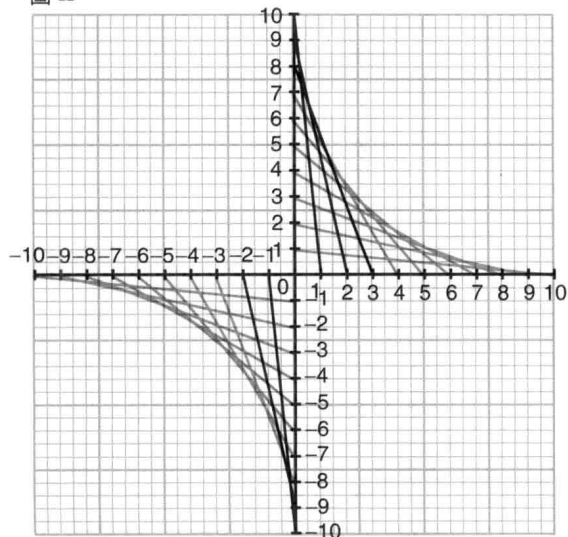


圖 II



✧ 教學要點 ✧

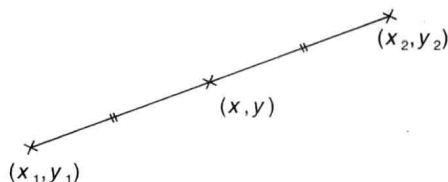
- 圖 I 的曲綫是一橢圓。地球環繞太陽運行的軌跡就是橢圓。
- 圖 II 的曲綫是雙曲綫。以高速駛近一個星球的太空船的路綫就是雙曲綫。

要點重溫

1. 中點公式

$$x = \frac{x_1 + x_2}{2}$$

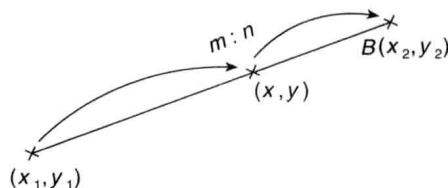
$$y = \frac{y_1 + y_2}{2}$$



2. 截點公式

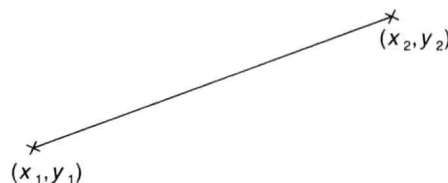
$$x = \frac{mx_2 + nx_1}{m+n}$$

$$y = \frac{my_2 + ny_1}{m+n}$$



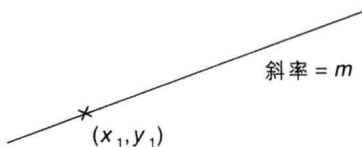
3. 兩點式

$$\frac{y - y_1}{x - x_1} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$



4. 點斜式

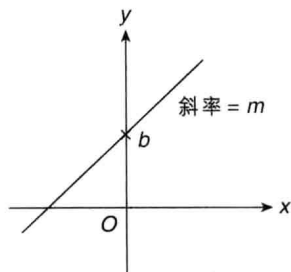
$$y - y_1 = m(x - x_1)$$



5. 斜截式

$$y = mx + b$$

y 軸截距 = b

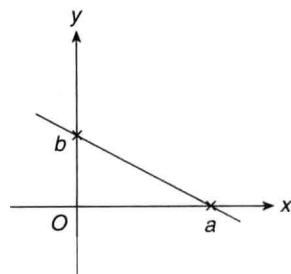


6. 截距式

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$$

x 軸截距 = a

y 軸截距 = b



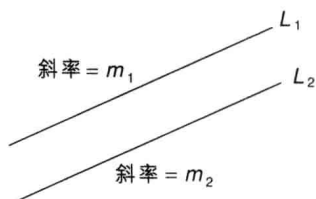
7. 通式

$$Ax + By + C = 0$$

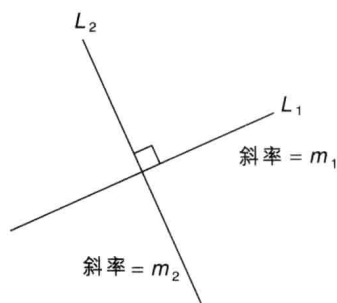
$$\text{斜率} = -\frac{A}{B}$$

$$y \text{ 軸截距} = -\frac{C}{B}$$

8. 如果 $L_1 \parallel L_2$ ，則 $m_1 = m_2$ 。
反過來說，如果 $m_1 = m_2$ ，則 $L_1 \parallel L_2$ 。



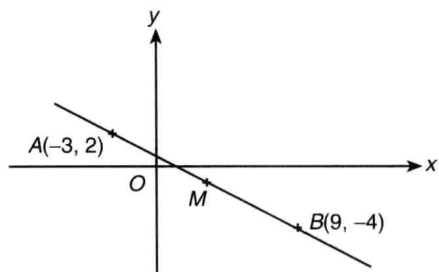
9. 如果 $L_1 \perp L_2$ ，則 $m_1 m_2 = -1$ 。
反過來說，如果 $m_1 m_2 = -1$ ，則 $L_1 \perp L_2$ 。



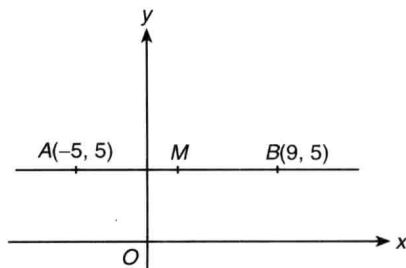
7.1 中點坐標

1. 用中點公式求下列各圖中 AB 的中點 M 的坐標。

$$\begin{aligned} \text{(a)} \quad x &= \frac{-3+9}{2} & y &= \frac{2+(-4)}{2} \\ &= 3 & &= -1 \\ \therefore \quad \underline{\underline{M \text{ 點的坐標是 } (3, -1)}} \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} \text{(b)} \quad x &= \frac{-5+9}{2} & y &= \frac{5+5}{2} \\ &= 2 & &= 5 \\ \therefore \quad \underline{\underline{M \text{ 點的坐標是 } (2, 5)}} \end{aligned}$$



2. 如果 $A(2, 6)$ 和 $B(0, -4)$ 的連線的中點是 M ，求 M 點的坐標。

$$\begin{aligned}x &= \frac{2+0}{2} & y &= \frac{6+(-4)}{2} \\&= 1 & &= 1\end{aligned}$$

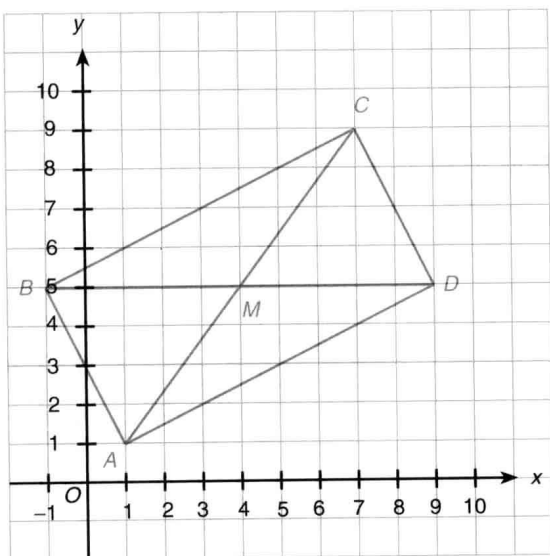
$\therefore$ M 點的坐標是 $(1, 1)$ 。

3. (a) 長方形 $ABCD$ 的頂點的坐標分別為 $A(1, 1)$ 、 $B(-1, 5)$ 、 $C(7, 9)$ 和 $D(9, 5)$ ，求長方形中心點 M 的坐標。

$\because$ 長方形中心點 M 是 AC (或 BD) 的中點。

$$\begin{aligned}\therefore M \text{ 的坐標} &= \left(\frac{1+7}{2}, \frac{1+9}{2}\right) \text{ 或 } \left(\frac{-1+9}{2}, \frac{5+5}{2}\right) \\&= \underline{\underline{(4, 5)}} & &= \underline{\underline{(4, 5)}}\end{aligned}$$

- (b) 在下圖作長方形 $ABCD$ ，然後作兩條對角綫，並求中心點 M 的坐標。



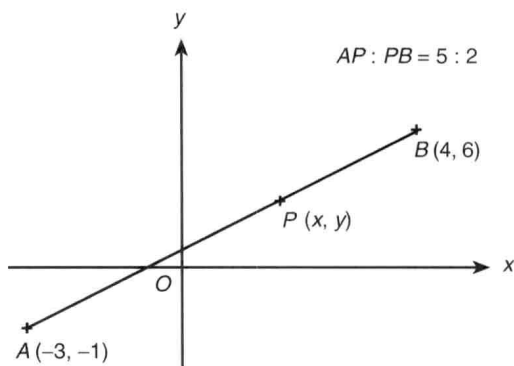
$\therefore$ 中心點 M 的坐標是 $(4, 5)$ 。

7.2 分點坐標

1. 用截點公式求下列各圖中 P 點的坐標。

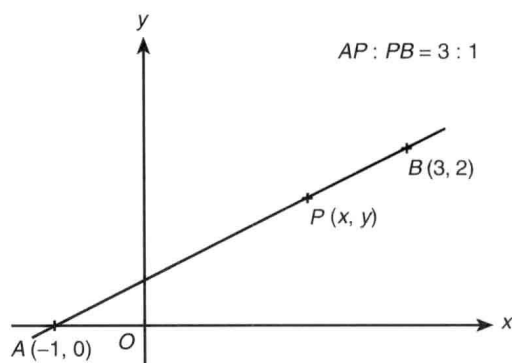
$$\begin{aligned} \text{(a)} \quad x &= \frac{5(4) + 2(-3)}{5 + 2} & y &= \frac{5(6) + 2(-1)}{5 + 2} \\ &= 2 & &= 4 \end{aligned}$$

$\therefore$ P 點的坐標是 $(2, 4)$ 。



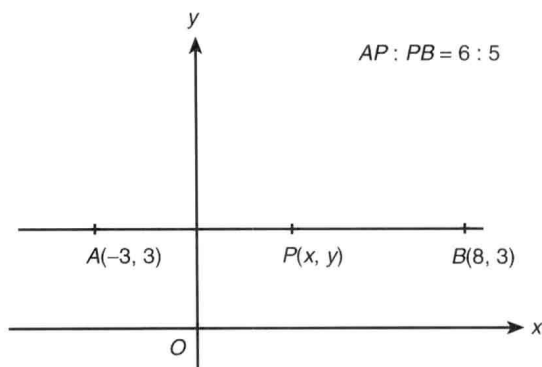
$$\begin{aligned} \text{(b)} \quad x &= \frac{3(3) + 1(-1)}{3 + 1} & y &= \frac{3(2) + 1(0)}{3 + 1} \\ &= 2 & &= \frac{3}{2} \end{aligned}$$

$\therefore$ P 點的坐標是 $(2, \frac{3}{2})$ 。



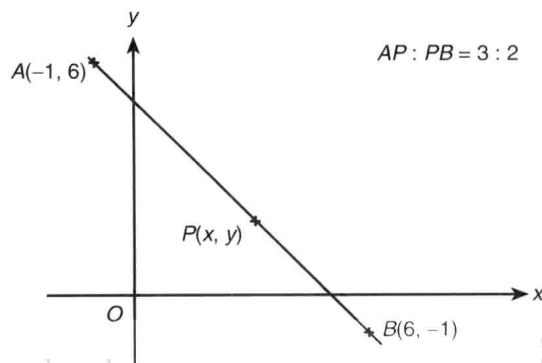
$$\begin{aligned} \text{(c)} \quad x &= \frac{6(8) + 5(-3)}{6 + 5} & y &= \frac{6(3) + 5(3)}{6 + 5} \\ &= 3 & &= 3 \end{aligned}$$

$\therefore$ P 點的坐標是 $(3, 3)$ 。



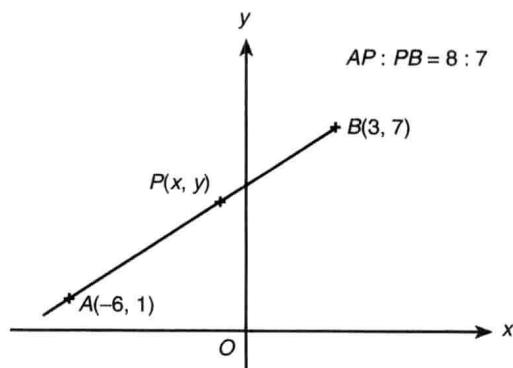
$$\begin{aligned} \text{(d)} \quad x &= \frac{3(6) + 2(-1)}{3 + 2} & y &= \frac{3(-1) + 2(6)}{3 + 2} \\ &= \frac{16}{5} & &= \frac{9}{5} \end{aligned}$$

$\therefore$ P 點的坐標是 $(\frac{16}{5}, \frac{9}{5})$ 。



$$\begin{aligned} \text{(e)} \quad x &= \frac{8(3) + 7(-6)}{8+7} & y &= \frac{8(7) + 7(1)}{8+7} \\ &= -\frac{6}{5} & &= \frac{21}{5} \end{aligned}$$

$\therefore$ P 點的坐標是 $(-\frac{6}{5}, \frac{21}{5})$ 。



2. 已知 $A(1, 4)$ 和 $B(4.5, -3)$ ，如果 P 點將 AB 以 $4:3$ 的比分成兩段，求 P 點的坐標。

$$\begin{aligned} x &= \frac{4(4.5) + 3(1)}{4+3} & y &= \frac{4(-3) + 3(4)}{4+3} \\ &= 3 & &= 0 \end{aligned}$$

$\therefore$ P 點的坐標是 $(3, 0)$ 。

3. 求下列各圖中 $AP:PB$ 的比。

(a) 設 $AP:PB = m:n$ 。

根據 P 點的 x 坐標，

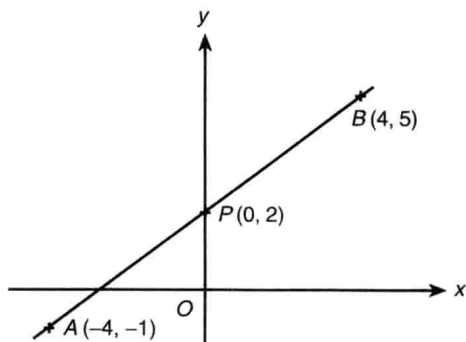
$$0 = \frac{m(4) + n(-4)}{m+n}$$

$$0 = 4m - 4n$$

$$4m = 4n$$

$$\frac{m}{n} = 1$$

$\therefore$ $AP:PB = 1:1$



(b) 設 $AP:PB = m:n$ 。

根據 P 點的 x 坐標，

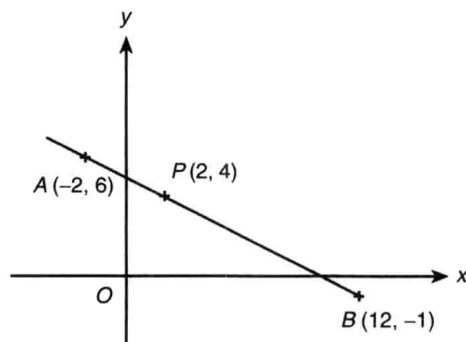
$$2 = \frac{m(12) + n(-2)}{m+n}$$

$$2m + 2n = 12m - 2n$$

$$4n = 10m$$

$$\frac{2}{5} = \frac{m}{n}$$

$\therefore$ $AP:PB = 2:5$



(c) 設 $AP : PB = m : n$ 。

根據 P 點的 y 坐標，

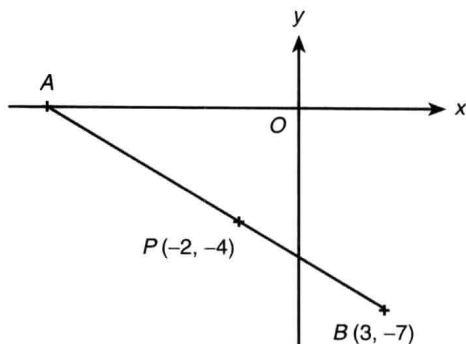
$$-4 = \frac{m(-7) + n(0)}{m + n}$$

$$-4m - 4n = -7m$$

$$-4n = -3m$$

$$\frac{4}{3} = \frac{m}{n}$$

$$\therefore AP : PB = \underline{\underline{4 : 3}}$$



(d) 設 $AP : PB = m : n$ 。

根據 P 點的 x 坐標，

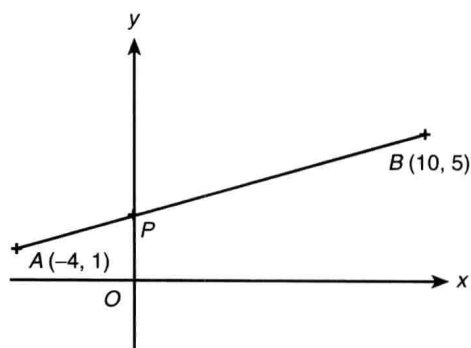
$$0 = \frac{m(10) + n(-4)}{m + n}$$

$$0 = 10m - 4n$$

$$4n = 10m$$

$$\frac{m}{n} = \frac{2}{5}$$

$$\therefore AP : PB = \underline{\underline{2 : 5}}$$



(e) 設 $AP : PB = m : n$ 。

根據 P 點的 y 坐標，

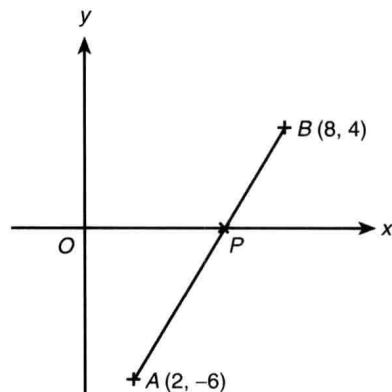
$$0 = \frac{m(4) + n(-6)}{m + n}$$

$$0 = 4m - 6n$$

$$4m = 6n$$

$$\frac{m}{n} = \frac{3}{2}$$

$$\therefore AP : PB = \underline{\underline{3 : 2}}$$

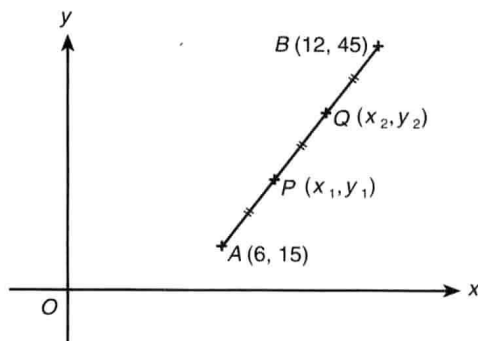


4. 若 P 點和 Q 點將連接 $A(6, 15)$ 和 $B(12, 45)$ 的綫段 AB 分成三等份，

(a) 求 P 點的坐標。

$$\begin{aligned} x_1 &= \frac{1(12) + 2(6)}{1+2} & y_1 &= \frac{1(45) + 2(15)}{1+2} \\ &= 8 & &= 25 \end{aligned}$$

$\therefore$ P 點的坐標是 $(8, 25)$ 。



(b) 求 Q 點的坐標。

$$\begin{aligned} x_2 &= \frac{8+12}{2} & y_2 &= \frac{25+45}{2} \\ &= 10 & &= 35 \end{aligned}$$

$\therefore$ Q 點的坐標是 $(10, 35)$ 。

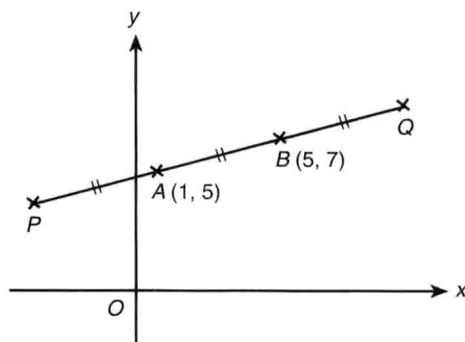
5. 若 $A(1, 5)$ 和 $B(5, 7)$ 把綫段 PQ 分成三等份，求 P 點和 Q 點的坐標。

設 P 點和 Q 點的坐標分別為 (x_1, y_1) 和 (x_2, y_2) 。

$$\begin{aligned} \frac{x_1+5}{2} &= 1 & \frac{y_1+7}{2} &= 5 \\ x_1 &= -3 & y_1 &= 3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{x_2+1}{2} &= 5 & \frac{y_2+5}{2} &= 7 \\ x_2 &= 9 & y_2 &= 9 \end{aligned}$$

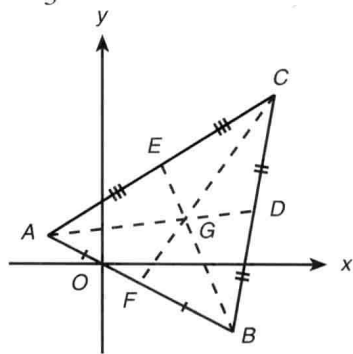
$\therefore$ P 點和 Q 點的坐標分別是 $(-3, 3)$ 和 $(9, 9)$ 。



6. 已知 $A(x_1, y_1)$ 、 $B(x_2, y_2)$ 和 $C(x_3, y_3)$ ，若重心 G 把三角形 ABC 的每條中綫按比例 $2:1$ 分割，求證三角形的重心點 G 的坐標是 $(\frac{x_1+x_2+x_3}{3}, \frac{y_1+y_2+y_3}{3})$ 。

$$D \text{ 點的坐標 } = (\frac{x_2+x_3}{2}, \frac{y_2+y_3}{2})$$

$$\begin{aligned} \therefore G \text{ 點的坐標 } &= (\frac{2(\frac{x_2+x_3}{2})+1(x_1)}{2+1}, \frac{2(\frac{y_2+y_3}{2})+1(y_1)}{2+1}) \\ &= (\frac{x_1+x_2+x_3}{3}, \frac{y_1+y_2+y_3}{3}) \end{aligned}$$



7.3 特殊直綫的方程

7.4 直綫方程

1. 在空格內填上方程的種類。（答案可能多於一個）

- (A) 水平綫
(B) 鉛垂綫
(C) 穿過原點的直綫
(D) 既不是水平、鉛垂或穿過原點的直綫
(E) 不是直綫

例如： $y = x$

C

(a) $x + y = 0$

C

(b) $x = y + 2$

D

(c) $y + 3 = 0$

A

(d) $x = 0$

B、C

(e) $2x - y - 1 = 0$

D

(f) $y = x^2 - 1$

E

(g) $x - 1 = 0$

B

2. 求下列直綫中未知數 k 的值。

(a) $3x - 5y + k = 0$ 穿過 $(0, 0)$ 。

$$3(0) - 5(0) + k = 0$$

$$\therefore k = \underline{0}$$

(b) $2x - 5y - k = 0$ 穿過 $(1, 2)$ 。

$$2(1) - 5(2) - k = 0$$

$$-8 - k = 0$$

$$\therefore k = \underline{-8}$$

(c) $3y = 4x - 2k$ 穿過 $(2, 3)$ 。

$$3(3) = 4(2) - 2k$$

$$1 = -2k$$

$$\therefore k = -\frac{1}{2}$$

(d) $ky = 2k(x+1) - 1$ 穿過 $(-1, -2)$ 。

$$k(-2) = 2k(-1+1) - 1$$

$$-2k = -1$$

$$\therefore k = \frac{1}{2}$$

3. 一次測驗中，一組學生需要穿過 $(2, 1)$ 和 $(3, 5)$ 的直線方程。下面是學生甲、乙、丙、丁、戊和己所列的數式。

學生甲

$$\frac{x-2}{y-1} = \frac{3-2}{5-1}$$

學生乙

$$\frac{y-5}{x-3} = \frac{1-5}{2-3}$$

學生丙

$$\frac{y-1}{x-2} = \frac{1-5}{2-3}$$

學生丁

$$\frac{y-1}{x-2} = \frac{5-1}{3-2}$$

學生戊

$$\frac{y-5}{x-3} = \frac{5-1}{3-2}$$

學生己

$$\frac{y-5}{x-3} = \frac{1-5}{3-2}$$

哪些學生所列的數式是正確的？

甲、乙、丙、丁、戊

4. 下列各題中，求連接已知兩點的直線方程。

(a) $(3, 4)$ 和 $(4, 3)$

$$\frac{y-4}{x-3} = \frac{3-4}{4-3}$$

$$\frac{y-4}{x-3} = -1$$

$$y-4 = -x+3$$

$$\underline{\underline{x+y-7=0}}$$

(b) $(2, 2)$ 和 $(1, -1)$

$$\frac{y-2}{x-2} = \frac{-1-2}{1-2}$$

$$\frac{y-2}{x-2} = 3$$

$$y-2 = 3x-6$$

$$\underline{\underline{3x-y-4=0}}$$

(c) (0, 1) 和 (3, 0)

$$\frac{y-1}{x-0} = \frac{0-1}{3-0}$$

$$\frac{y-1}{x} = -\frac{1}{3}$$

$$3y-3 = -x$$

$$\underline{\underline{x+3y-3=0}}$$

(d) (2, 5) 和 (0, 0)

$$\frac{y-0}{x-0} = \frac{5-0}{2-0}$$

$$\frac{y}{x} = \frac{5}{2}$$

$$2y = 5x$$

$$\underline{\underline{5x-2y=0}}$$

5. 下列各題中，已知直線斜率 m 和直線上 A 點的坐標，求直線方程。

(a) $m = -\frac{1}{2}$, $A(1, 0)$

$$\frac{y-0}{x-1} = -\frac{1}{2}$$

$$2y = -x + 1$$

$$\underline{\underline{x+2y-1=0}}$$

(b) $m = 3$, $A(-1, -1)$

$$\frac{y-(-1)}{x-(-1)} = 3$$

$$y+1 = 3x+3$$

$$\underline{\underline{3x-y+2=0}}$$

(c) $m = 0$, $A(0, 4)$

$$\frac{y-4}{x-0} = 0$$

$$\underline{\underline{y=4}}$$

(d) $m = -\frac{3}{4}$, $A(2, 3)$

$$\frac{y-3}{x-2} = -\frac{3}{4}$$

$$4y-12 = -3x+6$$

$$\underline{\underline{3x+4y-18=0}}$$

6. 求下列各直線中的斜率和 y 軸截距。

(a) $x-y+1=0$

$$y = x + 1$$

$$\therefore \text{斜率} = \underline{\underline{1}}$$

$$y \text{ 軸截距} = \underline{\underline{1}}$$

(b) $2x+3y-4=0$

$$3y = -2x + 4$$

$$y = -\frac{2}{3}x + \frac{4}{3}$$

$$\therefore \text{斜率} = \underline{\underline{-\frac{2}{3}}}$$

$$y \text{ 軸截距} = \underline{\underline{\frac{4}{3}}}$$