

NEW SHORCUT WAY

NEW

SHORCUT WAY

新捷径

同步训练

总主编 | 江苏省教育厅教研室数学教研员、高级教师 万庆炎

主 编 | 镇江市教育局教研室数学教研员、特级教师 周 凯



高中数学

二年级分册



东北师范大学出版社



NEW
SHORTCUT WAY



同步训练

高中数学

二年级分册

[总主编]

江苏省教育厅教研室数学教研员、高级教师 万庆炎

[主 编]

镇江市教育局教研室数学教研员、高级教师 周 凯

东北师范大学出版社

长春

图书在版编目(CIP)数据

新捷径同步训练高中数学. 二年级分册/万庆炎, 周
凯主编. —长春: 东北师范大学出版社, 2003.5
ISBN 7 - 5602 - 3265 - 5

I. 新... II. ①万... ②周... III. 数学课—高中—
习题 IV.G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2003)第 023484 号

- ☐策划创意: 贾国祥 ☐制作统筹: 唐峻山
☐责任编辑: 刘忠谊 ☐责任校对: 宗 谊
☐封面设计: 魏国强 ☐责任印制: 张文霞
☐电脑制图: 宋 超 ☐电脑制作: 战 歌

东北师范大学出版社出版发行

长春市人民大街 5268 号 邮政编码: 130024

电话: 0431—5695744 5688470 传真: 0431—5695734

电子函件: SDCBS@MAIL.JL.CN

广告许可证: 吉工商广字 22000004001001 号

东北师范大学出版社激光照排中心制版

长春市南关文教印刷厂印装

长春市二道区民航委17号 邮政编码: 130031

2003 年 5 月第 1 版 2003 年 5 月第 1 次印刷

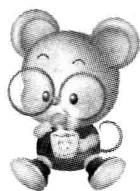
幅面尺寸: 148 mm × 210 mm 印张: 5.75 字数: 205 千

印数: 00 001 — 50 000 册

定价: 6.00 元

如发现印装质量问题, 影响阅读, 可直接与承印厂联系调换

总有一种捷径 让我们梦寐以求



选择《新捷径同步训练》的3种理由

首先感谢您选择了《新捷径》丛书！作为一套面向二十一世纪的教辅图书，《新捷径》丛书从灵活实用而富有创意的内容体例到淡雅清丽而极具神韵的视觉形式，都凝聚着《新捷径》丛书所有编创人员对学习方式和方法所进行的有益尝试和极有价值的总结。相信自己的眼光和感觉，因为对于学习而言，总有一种捷径让我们梦寐以求……

1. 权威编写品质保证

- 《新捷径同步训练》丛书所有参与撰稿的作者均为长期工作在一线教学岗位的资深教师，这保证了丛书的高起点和高品质。
- 所编选的题典型性强，覆盖面大，题型灵活多变。

2. 强化训练提高能力

- 作为《新捷径》(彩色图文版)的延伸，《新捷径同步训练》的编写目的就在于全面落实各个知识点，并通过训练，将这些知识点有效地链接，形成强大的解决问题的能力。

3. 课堂同步灵活实用

- 《新捷径同步训练》的编写紧紧依据教育部最新教学大纲和考试大纲的内容要求和顺序，在注重人教版九年制义务教育教材的同时，也注意到对其他教材如沪版、内地版教材内容的兼容，这极大地拓展了本书的适用地域。

《新捷径》丛书编撰委员会

- 王竞前 [长春市实验中学高级教师]
李双山 [吉林省实验中学高级教师]
韩素兰 [北京市海淀区教师进修学校语文教研员、高级教师]
万庆炎 [江苏省教育厅教研室数学教研员、高级教师]
李克大 [南京市人民中学高级教师]
周凯 [镇江市教育局教研室数学教研员、高级教师]
周建勋 [无锡市教研中心中学理科室主任、高级教师]
王良调 [天津市南开中学特级教师]
孙惠玲 [天津市实验中学特级教师]
蒋佩佩 [天津市实验中学高级教师]
张学文 [长春市实验中学高级教师]
黄仲霞 [北京大学附属中学高级教师]
王京 [北京大学附属中学高级教师]
李桢 [东北师范大学附属中学特级教师]
张天若 [江苏省高邮中学特级教师]

《新捷径》丛书撰稿人

- | | | | | | | | |
|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| 周凯 | 殷志芳 | 唐毅 | 杨勇 | 夏永斌 | 黄仲霞 | 王京 | 丁敬忠 |
| 潘志娴 | 聂雅文 | 曹全福 | 李庆敏 | 刘庚营 | 李秀美 | 陈秀玲 | 蒋佩佩 |
| 孙惠玲 | 王全会 | 蒋跃祥 | 高瑜 | 张婕 | 张朝新 | 李双山 | 周智深 |
| 李文海 | 张轶 | 卢军良 | 史向前 | 潘丽 | 王秀艳 | 张翠敏 | 陈志英 |
| 崔思源 | 张力波 | 孙冬 | 冯自强 | 宋怡明 | 黄新功 | 宋洁槐 | 苏丽娜 |
| 王竞前 | 王晓前 | 董翠翠 | 刘静 | 李永峰 | 海立荣 | 孙莹 | 王欣 |
| 梁维 | 董岩 | 杜俊成 | 韩雨 | 张宏丽 | 唐云 | 贾树栋 | 王喜忠 |
| 张向宇 | 张海川 | 李桢 | 张天若 | | | | |

目 录

第六章 不等式	1
§1 不等式的性质	1
§2 算术平均数与几何平均数	3
§3 不等式的证明	5
§4 不等式的解法举例	8
§5 含有绝对值的不等式	10
第七章 直线和圆的方程	15
§1 直线的倾斜角和斜率	15
§2 直线的方程	17
§3 两条直线的位置关系	19
§4 简单的线性规划	22
§5 曲线和方程	24
§6 圆的方程	27
第八章 圆锥曲线方程	32
§1 椭圆及其标准方程	32
§2 椭圆的简单几何性质	35
§3 双曲线及其标准方程	38
§4 双曲线的简单几何性质	40
§5 抛物线及其标准方程	44
§6 抛物线的简单几何性质	46

第九章 直线、平面、简单几何体	51
一、空间直线和平面	51
§ 1 平面	51
§ 2 空间直线——位置关系、平行直线、异面直线	54
§ 3 直线与平面平行的判定和性质	59
§ 4 直线与平面垂直的判定和性质	62
§ 5 两个平面平行的判定和性质	68
§ 6 两个平面垂直的判定和性质	73
二、简单几何体	78
§ 7 棱柱	78
§ 8 棱锥	83
§ 9 研究性课题 多面体欧拉公式的发现	87
§ 10 球	90
第十章 排列、组合和概率	99
一、排列与组合	99
§ 1 分类计数原理与分步计数原理	99
§ 2 排列	101
§ 3 组合	105
§ 4 二项式定理	108
二、概率	111
§ 5 随机事件的概率	111
§ 6 互斥事件有一个发生的概率	115
§ 7 相互独立事件同时发生的概率	118
期中测试题(高二·上)	126
期末测试题(高二·上)	128
期中测试题(高二·下)	131
期末测试题(高二·下)	134
参考答案	137

6 不等式

§ 1 不等式的性质

1 考试中必出的重点公式概念

实数大小与实数运算的关系	$(1) a > b \Leftrightarrow a - b > 0.$ $(2) a = b \Leftrightarrow a - b = 0.$ $(3) a < b \Leftrightarrow a - b < 0.$
不等式的性质	$(1) a > b \Leftrightarrow b < a.$ $(2) a > b, b > c \Rightarrow a > c.$ $(3) a > b \Rightarrow a + c > b + c.$ $(4) a > b, c > d \Rightarrow a + c > b + d.$ $(5) a > b, c > 0 \Rightarrow ac > bc;$ $\quad a > b, c < 0 \Rightarrow ac < bc.$ $(6) a > b > 0, c > d > 0 \Rightarrow ac > bd.$ $(7) a > b > 0 \Rightarrow a^n > b^n (n \in \mathbf{N}, \text{且 } n > 1).$ $(8) a > b \Rightarrow \sqrt[n]{a} > \sqrt[n]{b} (n \in \mathbf{N}, \text{且 } n > 1).$

要点辨析题. (在题后的括号内, 对的打 $\checkmark$, 错的打 $\times$)

1. 若 $a > b$, 则 $a - c > b - c$. ()
2. 若 $a > b$, 则 $\frac{a}{c} > \frac{b}{c}$. ()
3. 若 $ac < bc$, 则 $a < b$. ()
4. 若 $a > b, c > d$, 则 $a - c > b - d$. ()
5. 若 $a > b, ab > 0$, 则 $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$. ()
6. 若 $a < b < 0$, 则 $\frac{1}{a-b} > \frac{1}{a}$. ()

②基础训练 $\Rightarrow$ 答案见本书第 137 页

一、不等式性质的运用.

1. 若 $ac > bd$, 且 $a > b > 0$, 则 ().
A. $c > d$ B. $c > d > 0$ C. $c < d$ D. c, d 的大小不能确定
2. 若 $a > b$, 则 ().
A. $(ac)^2 > (bc)^2$ B. $\frac{a}{c^2} > \frac{b}{c^2}$ C. $ac^2 > bc^2$ D. $\frac{c^2}{a} < \frac{c^2}{b}$
3. 已知 $a + b > 0, b < 0$, 那么 $a, b, -a, -b$ 的大小关系是_____.
4. 若 $1 < a < 3, -4 < b < 2$, 则 $a - b$ 的取值范围是_____.
5. $\begin{cases} 1 < x + y < 3, \\ 0 < xy < 2 \end{cases}$ 是 $\begin{cases} 0 < x < 1, \\ 1 < y < 2 \end{cases}$ 的_____条件.

二、利用不等式性质进行证明.

6. 已知 $a > b > 0, c > d > 0$, 求证: $\frac{a}{d} > \frac{b}{c}$.
7. 已知 $a > b > 0, d < c < 0$, 求证: $\frac{\sqrt{a}}{c} < \frac{\sqrt{b}}{d}$.
8. 已知 $a > b > 0, c < d < 0, e < 0$, 求证: $\frac{e}{a-c} > \frac{e}{b-d}$.

三、利用实数大小与实数运算的关系比较大小.

9. 若 $a \neq b$, 比较 $a^2 - ab + b^2$ 与 ab 的大小.
10. 已知 $a > b (ab \neq 0)$, 试比较 $\frac{1}{a}$ 和 $\frac{1}{b}$ 的大小.

③能力训练 $\Rightarrow$ 答案见本书第 137 页

1. 若 $-1 < a < b < 1$, 则下列各式中恒成立的是 ().
A. $-2 < a - b < 0$ B. $-2 < a - b < -1$
C. $-1 < a - b < 0$ D. $-1 < a - b < 1$

2. 已知 a, b, m 都为正数, 则().

A. $\frac{a}{b} > \frac{a+b}{b+m}$

B. $\frac{a}{b} = \frac{a+m}{b+m}$

C. $\frac{a}{b} < \frac{a+m}{b+m}$

D. $\frac{a}{b}$ 与 $\frac{a+m}{b+m}$ 的大小不定

3. 设 $m+n=1$, 且 $m>n>0$, 则 4 个数 $\frac{1}{2}, m, 2mn, m^2+n^2$ 中最大的是().

A. $\frac{1}{2}$

B. m

C. $2mn$

D. m^2+n^2

4. 与不等式 $a < b$ 等价的不等式是().

A. $|a| < |b|$

B. $a^2 < b^2$

C. $a^3 < b^3$

D. $\frac{a}{b} < 1$

5. 已知 $a, b, c \in \mathbf{R}$, 则下列推理中正确的是().

A. $a > b \Rightarrow am^2 > bm^2$

B. $\frac{a}{c} > \frac{b}{c} \Rightarrow a > b$

C. $a^3 > b^3, ab > 0 \Rightarrow \frac{1}{a} < \frac{1}{b}$

D. $a^2 > b^2, ab > 0 \Rightarrow \frac{1}{a} < \frac{1}{b}$

6. 下列各式中, 对任何实数 x 都成立的是().

A. $\lg(x^2+1) \geq \lg 2x$

B. $x^2+1 > 2x$

C. $\frac{1}{x^2+1} \leq 1$

D. $x + \frac{1}{x} \geq 2$

7. 已知 $a < b$, 则 $|a-b-3| - |b-a+2|$ 的值是_____.

8. 已知 $12 < m < 60, 15 < n < 36$, 求 $m+n, m-n$ 和 $\frac{m}{n}$ 的范围.

9. 已知 $a \geq 1$, 试比较 $M = \sqrt{a+1} - \sqrt{a}$ 和 $N = \sqrt{a} - \sqrt{a-1}$ 的大小.

10. 设 $f(x) = ax^2 + bx$, 且 $1 \leq f(-1) \leq 2, 2 \leq f(1) \leq 4$, 求 $f(2)$ 的取值范围.

§ 2 算术平均数与几何平均数

① 考试中必出的重点公式概念

平均值不等式定理

(1) $a^2 + b^2 \geq 2ab$ ($a, b \in \mathbf{R}$).

(2) $\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab}$ ($a, b \in \mathbf{R}_+$).

平均值不等式的“变形”

$$(1) \frac{a^2 + b^2}{2} \geq \left(\frac{a + b}{2} \right)^2 \quad (a, b \in \mathbf{R}).$$

$$(2) \frac{a}{b} + \frac{b}{a} \geq 2 \quad (ab > 0).$$

$$(3) ab \leq \left(\frac{a + b}{2} \right)^2 \quad (a, b \in \mathbf{R}).$$

要点辨析题. (在题后的括号内, 对的打 $\checkmark$, 错的打 $\times$)1. 不等式 $x^2 + 3 > 2x$ 在 $x \in \mathbf{R}$ 时成立. ($\checkmark$)2. 若 $a, b \in \mathbf{R}$, 则 $\frac{a}{b} + \frac{b}{a} \geq 2$. ($\times$)3. 若 $a, b \in \mathbf{R}$, 则 $\sqrt{\frac{a^2 + b^2}{2}} \geq \frac{a + b}{2}$. ($\checkmark$)4. 若 $a < 0$, 则 $a + \frac{1}{a} \leq -2$. ($\checkmark$)5. 若 $0 < x < 4$, 则 $x(4 - x) \leq 4$. ()6. 若 $a, b, c \in \mathbf{R}$, 且 $ab + bc + ca = 1$, 则 $a^2 + b^2 + c^2 \geq 2$. ()**2 基础训练** $\Rightarrow$ 答案见本书第 138 页**一、平均值不等式的运用.**1. 已知 $a > b > 0$, 则下列不等式成立的是().

A. $a > b > \frac{a+b}{2} > \sqrt{ab}$

B. $a > \frac{a+b}{2} > \sqrt{ab} > b$

C. $a > \frac{a+b}{2} > b > \sqrt{ab}$

D. $a > \sqrt{ab} > \frac{a+b}{2} > b$

2. 若 $0 < a < 1$, 则 $F = \sqrt{2a}$, $G = 1 + a$, $H = \frac{1}{1-a}$ 中最大的一个是().A. F B. G C. H

D. 不能确定

3. 已知 $\log_2 a + \log_2 b = 6$, 则 $a + b$ 的最小值是().A. $2\sqrt{6}$

B. 6

C. $8\sqrt{2}$

D. 16

4. 若 $a, b \in \mathbf{R}$, 且 $x + y = 5$, 则 $3^x + 3^y$ 的最小值为().

A. 10

B. $6\sqrt{3}$ C. $4\sqrt{6}$ D. $18\sqrt{3}$ 5. 已知 $a > b > 0$, 则下列不等式成立的是().

A. $\frac{a+b}{2} > \frac{2ab}{a+b} > \sqrt{ab}$

B. $\frac{a+b}{2} > \sqrt{ab} > \frac{2ab}{a+b}$

C. $\sqrt{ab} > \frac{2ab}{a+b} > \frac{a+b}{2}$

D. $\frac{2ab}{a+b} > \frac{a+b}{2} > \sqrt{ab}$

二、求下列函数的最大值或最小值,并求此时 x 的值.

6. $y = 2x^2 + \frac{1}{x^2} \quad (x \neq 0).$

7. $y = x + \frac{3}{x-2} \quad (x > 2).$

8. $y = \sqrt{x(1-4x)} \quad \left(0 < x < \frac{1}{4}\right).$

9. $y = x + 2 + \frac{8}{2x-1} \quad \left(x > \frac{1}{2}\right).$

10. $y = 1 - 2x - \frac{3}{x}.$

③能力训练 $\Rightarrow$ 答案见本书第 138 页

1. 若 $0 < a < b < 1$, $P = \log_{\frac{1}{3}} \frac{a+b}{2}$, $Q = \frac{1}{2} (\log_{\frac{1}{3}} a + \log_{\frac{1}{3}} b)$, $M = \frac{1}{2} \log_{\frac{1}{3}} (a+b)$, 则 ().

- A. $P > Q > M$ B. $Q > P > M$ C. $Q > M > P$ D. $P > M > Q$

2. 设 $a, b > 0$, 且 $a + b = 1$, 则 $\frac{1}{a} + \frac{1}{b}$ 的取值范围是 (C).

- A. $\{x | x \geq 1\}$ B. $\{x | x \leq 1\}$ C. $\{x | x \geq 4\}$ D. $\{x | x \leq 4\}$

3. 设 $x, y > 0$, 且 $2x + y = 20$, 则 $\lg x + \lg y$ 最大值为 (C).

- A. 50 B. 2 C. $1 + \lg 5$ D. 1

4. 若 $a + b = 1$, 则 $\sqrt{2a+1} \cdot \sqrt{2b+1}$ 有可能等于 (D).

- A. $3\sqrt{2}$ B. $2\sqrt{3}$ C. $3\sqrt{3}$ D. 2

5. 下列函数最小值为 2 的是 (C).

A. $y = x + \frac{1}{x}$ B. $y = \sin \alpha + \csc \alpha, \alpha \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$

C. $y = \sqrt{x} + \frac{4}{\sqrt{x}} - 2$ D. $y = \frac{x^2 + 3}{\sqrt{x^2 + 2}}$

6. 已知 $a, b, c \in \mathbf{R}_+$, 求证 $\frac{bc}{a} + \frac{ac}{b} + \frac{ab}{c} \geq a + b + c$.

7. 设 $\frac{1}{9} \leq x \leq 27$, 求 $y = \log_3 \frac{x}{27} \cdot \log_3 (3x)$ 的最大值. 5

8. 设 $a, b > 0$, 且 $ab = a + b + 3$, 求 ab 的取值范围.

9. 若 $x, y \in \mathbf{R}_+$, 且 $x + 4y = 1$, 设 $\frac{4}{x} + \frac{1}{y}$ 的最小值为 P , xy 的最大值为 Q , 试求 PQ .

10. 设 $a > 10, b > 0$, 且 $a + ab + 2b = 30$, 则 $y = \frac{1}{ab}$ 的最小值为多少?

§3 不等式的证明

① 考试中必出的重点公式概念

比较法	(1) 作差法: $a - b > 0 \Leftrightarrow a > b$. (2) 作商法: $\frac{a}{b} > 1$ 且 $b > 0 \Rightarrow a > b$.
综合法	利用某些已经证明过的不等式和不等式的性质推导出所要求证的不等式. 常用关系有: (1) $a^2 + b^2 \geq 2ab$ ($a, b \in \mathbf{R}_+$). (2) $\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab}$ ($a, b \in \mathbf{R}_+$). (3) $\frac{a}{b} + \frac{b}{a} \geq 2$ ($ab > 0$).
分析法	要证 $A > B$, 只需 $A_1 > B_1$, 只需 $A_2 > B_2, \dots$, 只需 $A_n > B_n$, 若 $A_n > B_n$ 显然成立, 或能用综合法证明, 则可倒推出 $A > B$ 成立.

要点辨析题. (在题后的括号内, 对的打√, 错的打×)

1. 若 $a, b \in \mathbf{R}$, 且 $a > b$, 则 $\frac{b}{a} > \frac{b-1}{a-1}$. ()
2. 若 $a, b \in \mathbf{R}_+$, 则 $(a+b)\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right) \geq 4$. ✓ ()
3. $\sqrt{6} + \sqrt{7} < \sqrt{5} + \sqrt{8}$. ()
4. $(ac + bd)^2 \leq (a^2 + b^2)(c^2 + d^2)$. ()
5. 若 $a, b \in \mathbf{R}_+$, 则 $a^7 + b^7 \leq a^4b^3 + a^3b^4$. ()
6. 若 $a, b, c \in \mathbf{R}_+$, 且 $a + b + c = 1$, 则 $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \geq 6$. ()

② 基础训练 $\Rightarrow$ 答案见本书第 138 页

一、选择题.

1. 若 $a, b \in \mathbf{R}_+$, $P = \frac{\sqrt{a} + \sqrt{b}}{\sqrt{2}}$, $Q = \sqrt{a+b}$, 则 P, Q 的大小关系是 ().
 A. $P > Q$ B. $P < Q$ C. $P \geq Q$ D. $P \leq Q$

2. 若 $P = \sqrt{a} + \sqrt{a+7}$, $Q = \sqrt{a+3} + \sqrt{a+4}$ ($a \geq 0$), 则 P, Q 的大小关系是().

- A. $P > Q$ B. $P < Q$ C. $P = Q$ D. 不确定

3. 下列各式中最小值等于 2 的是().

- A. $\frac{a}{b} + \frac{b}{a}$ B. $\frac{x^2+5}{\sqrt{x^2+4}}$ C. $\tan\theta + \cot\theta$ D. $2^x + 2^{-x}$

4. 若 $P = a^2 + b^2$, $Q = 2(a + b - 1)$, 则下列说法正确的是().

- A. $P > Q$ B. 当 $a, b \in \mathbf{R}^+$ 时, $P > Q$
C. $P \neq Q$ D. 当 a, b 不同时为 1 时, $P > Q$

二、用比较法证明.

5. 若 $a, b \in \mathbf{R}_+$, $n \in \mathbf{N}^*$, 比较 $(a+b)(a^n + b^n)$ 与 $2(a^{n+1} + b^{n+1})$ 的大小.

6. 根据函数单调性定义, 证明函数 $f(x) = -x^3 + 1$ 在 $\mathbf{R}$ 上是减函数.

7. 若 $a, b \in \mathbf{R}_+$, 求证: $a^a b^b \geq a^b b^a$.

三、用综合法证明.

8. 求证: $a^2 + b^2 + c^2 \geq ab + bc + ca$.

9. 若 $a > b > c$, 求证: $\frac{1}{a-b} + \frac{1}{b-c} \geq \frac{4}{a-c}$.

四、用分析法证明.

10. 求证: $\sqrt{2004} - \sqrt{2003} < \sqrt{2003} - \sqrt{2002}$.

③能力训练 $\Rightarrow$ 答案见本书第 139 页

1. 设 $a, b \in \mathbf{R}$, 求证: $a^2 + b^2 \geq ab + a + b - 1$.

2. 求证: $\lg 9 \lg 11 < 1$.

3. a, b, c 为互不相等的实数, 求证: $a^4 + b^4 + c^4 > abc(a + b + c)$.

4. 若 $x, y \in \mathbf{R}_+$, 且 $2x + 3y = 1$, 求证: $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} \geq 5 + 2\sqrt{6}$.

5. 若 $a, b, c \in \mathbf{R}_+$, $a + b + c = 1$, 求证: $\left(\frac{1}{a} - 1\right)\left(\frac{1}{b} - 1\right)\left(\frac{1}{c} - 1\right) \geq 8$.

6. 若 $a, b > 0$, 求证: $(a^3 + b^3)^{\frac{1}{3}} < (a^2 + b^2)^{\frac{1}{2}}$.

7. 若 $a > b > 0$, 求证: $\frac{(a-b)^2}{8a} < \frac{a+b}{2} - \sqrt{ab} < \frac{(a-b)^2}{8b}$.

8. a, b 为互不相等的正数, 且 $a^3 - b^3 = a^2 - b^2$, 求证: $1 < a + b < \frac{4}{3}$.

9. 求证: $1 + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \cdots + \frac{1}{n^2} < \frac{7}{4}$.

10. 已知 $a, b, c \in \mathbf{R}_+$, $a + b > c$, 求证: $\frac{a}{1+a} + \frac{b}{1+b} > \frac{c}{1+c}$.

§ 4 不等式的解法举例

① 考试中必出的重点公式概念

一元二次不等式	(1) $ax^2 + bx + c > 0$ ($a > 0$) $\Delta > 0$ 时, $x < x_1, x > x_2$ (其中 x_1, x_2 是方程 $ax^2 + bx + c = 0$ 的两根, 且 $x_1 < x_2$), $\Delta = 0$ 时, $x \neq -\frac{b}{2a}$, $\Delta < 0$ 时, $x \in \mathbf{R}$. (2) $ax^2 + bx + c < 0$ ($a > 0$) $\Delta > 0$ 时, $x_1 < x < x_2$ (其中 x_1, x_2 是方程 $ax^2 + bx + c = 0$ 的两根, 且 $x_1 < x_2$), $\Delta = 0$ 时, $x \in \emptyset$, $\Delta < 0$ 时, $x \in \emptyset$.
高次不等式	(1) $a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \cdots + a_1 x + a_0 > 0 \Leftrightarrow$ $a_n (x - x_1)(x - x_2) \cdots (x - x_n) > 0$ (数轴标根法).
分式不等式	(1) $\frac{f(x)}{g(x)} > 0 \Leftrightarrow f(x) \cdot g(x) > 0$. (2) $\frac{f(x)}{g(x)} \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) \cdot g(x) \geq 0, \\ g(x) \neq 0. \end{cases}$ (3) $\frac{f(x)}{g(x)} < 0 \Leftrightarrow f(x) \cdot g(x) < 0$. (4) $\frac{f(x)}{g(x)} \leq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) \cdot g(x) \leq 0, \\ g(x) \neq 0. \end{cases}$

要点辨析题. (在题后的括号内, 对的打√, 错的打×)

1. 不等式 $-x^2 + 5x + 6 \geq 0$ 的解集为 $\{x \mid -1 \leq x \leq 6\}$. ()
2. $\frac{x+2}{x-3} \geq 0 \Leftrightarrow (x+2)(x-3) \geq 0$. ()
3. 若 $2^a > 2^b$, 则 $a > b > 0$. ()
4. 不等式 $\sqrt{x+2} > \sqrt{-x}$ 的解集为 $\{x \mid x > -1\}$. ()
5. 若 $\log_{\frac{1}{2}}(x+2) > \log_{\frac{1}{2}}(-x)$, 则 $\{x \mid -2 < x < -1\}$. ()
6. 不等式 $ax > b$ 的解集不可能是 $(-\infty, -\frac{b}{a})$. ()

②基础训练 $\Rightarrow$ 答案见本书第 140 页

一、一元二次不等式.

1. 不等式 $6x^2 + 5x < 4$ 的解集为().

- A. $(-\infty, -\frac{4}{3}) \cup (\frac{1}{2}, +\infty)$ B. $(-\frac{4}{3}, \frac{1}{2})$
 C. $(-\frac{1}{2}, \frac{3}{4})$ D. $(-\infty, -\frac{1}{2}) \cup (\frac{4}{3}, +\infty)$

2. 关于 x 的不等式 $ax^2 + ax + a - 1 < 0$ 的解集为 $\mathbf{R}$, 则 a 的取值范围是().

- A. $\{a \mid a < 0\}$ B. $\{a \mid a < 0 \text{ 或 } a > \frac{4}{3}\}$
 C. $\{a \mid a \leq 0\}$ D. $\{a \mid a \leq 0 \text{ 或 } a > \frac{4}{3}\}$

二、带根式不等式.

3. 不等式 $\sqrt{1-x^2} \leq 1$ 的解集是().

- A. $(0, 1]$ B. $[0, +\infty)$ C. $(1, +\infty)$ D. $[-1, 1]$

4. 不等式 $(x-1)\sqrt{x+2} \geq 0$ 的解集是().

- A. $\{x \mid x > 1\}$ B. $\{x \mid x \geq 1 \text{ 或 } x = -2\}$
 C. $\{x \mid x \geq 1\}$ D. $\{x \mid x \geq -2 \text{ 且 } x \neq 1\}$

三、高次不等式.

5. 解不等式 $(x^2 - 7x + 12)(x^2 + 5x + 6) > 0$.

四、一元二次不等式与韦达定理.

6. 已知关于 x 的不等式 $x^2 - ax - b < 0$ 的解集为 $\{x \mid 2 < x < 3\}$, 求不等式 $bx^2 - ax - 1 < 0$ 的解.

五、解不等式.

7. 求函数 $f(x) = \sqrt{\lg \frac{x}{x^2 - 7x + 12}}$ 的定义域.

8. 解不等式 $\frac{2x^2 - 10x + 11}{x^2 - 6x + 8} \leq 1$.

9. 解不等式 $3^{x^2 - 2x - 3} < (\frac{1}{27})^{x-1}$.

10. 已知不等式 $\frac{2x^2 + 2mx + m}{4x^2 + 6x + 3} < 1$ 对一切实数 x 都成立, 求 m 的范围.

③能力训练 $\Rightarrow$ 答案见本书第 140 页

1. 关于 x 的不等式 $nx > m$ ($n=0, m < 0$) 的解集是().

- A. $\mathbf{R}$ B. $\emptyset$ C. $x \neq 0$ D. 不确定

2. 不等式 $\frac{1}{x+1}(x-1)(x-2)^2(x-3) < 0$ 的解集是().

A. $\mathbf{R}$ C. $(-\infty, -1) \cup (2, 3)$ B. $(-\infty, -1) \cup (1, 2) \cup (2, 3)$ D. $(-1, 1) \cup (2, 3)$ 3. 若 $\log_a \frac{3}{8} \leq 1$, 则 a 的取值范围是().A. $0 < a \leq \frac{3}{8}$ B. $a \geq \frac{3}{8}$ C. $\frac{3}{8} \leq a < 1$ D. $0 < a \leq \frac{3}{8}$ 或 $a > 1$ 4. 已知不等式 $\log_a (x^2 - x - 2) > \log_a (-x^2 + 2x + 3)$ 在 $x = \frac{9}{4}$ 时成立, 则不等式的解集为().A. $\{x | 1 < x < 2\}$ B. $\{x | 2 < x < \frac{5}{2}\}$ C. $\{x | 1 < x < \frac{5}{2}\}$ D. $\{x | 2 < x < 5\}$ 5. 若不等式 $\sqrt{x} > ax + \frac{3}{2}$ 的解集为 $(4, b)$, 则 $a =$ _____, $b =$ _____.6. 不等式 $\frac{x-1}{2x} \leq 1$ 的解集是_____.7. $A = \{x | x \geq \frac{1}{x}\}$, $B = \{x | \sqrt{2x+1} < 3\}$, 则 $A \cap B =$ _____.8. 关于 x 的方程 $x^2 - 2(m+2)x + m^2 - 1 = 0$ 有两个都大于 2 的根, 则 m 的取值范围是_____.9. 解不等式 $4^{2x} - 2^{2+2x} + 3 < 0$.10. 解不等式 $\frac{a(x-1)}{x-2} < 1$ ($a > 0$).

§ 5 含有绝对值的不等式

① 考试中必出的重点公式概念

绝对值的基本性质

(1) $|a| \geq 0$.

(2) $|a| \geq \pm a$.

(3) $-|a| \leq a \leq |a|$.

(4) $|a|^2 = a^2$.

(5) $|-a| = |a|$, $|a-b| = |b-a|$.