21世纪高等学校规划教材 | 计算机科学与技术

离散数学（第2版）

谢美萍 陈媛 编著

清华大学出版社

21世纪高等学校规划教材 | 计算机科学与技术

离散数学（第2版）

谢美萍 陈媛 编著

清华大学出版社

内 容 简 介

本书共分 7 章，分别阐述了集合的基本概念、关系、函数、命题逻辑、一阶谓词逻辑、图与特殊图。本书体系严谨、结构合理、论述清楚、讲解翔实，着重概念的应用，书中配有大量的例题，帮助学生由浅入深地理解与掌握概念，每章附有适量的习题。

本书可作为计算机及相关专业本科生的教材，也可以作为计算机专业及相关专业的科技人员使用。

图书在版编目(CIP)数据

离散数学/谢美萍等编著. —2 版. —北京：清华大学出版社，2014

21 世纪高等学校规划教材 · 计算机科学与技术

ISBN 978-7-302-34971-6

Ⅰ. ①离…　Ⅱ. ①谢…　Ⅲ. ①离散数学—高等学校—教材　Ⅳ. ①O158

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2013)第 314779 号

责任编辑：郑寅堃　张为民
封面设计：傅瑞学
责任校对：梁　毅
责任印制：沈　露

出版发行：清华大学出版社
　　网　　址：http://www.tup.com.cn，http://www.wqbook.com
　　地　　址：北京清华大学学研大厦 A 座　　**邮　　编**：100084
　　社 总 机：010-62770175　　**邮　　购**：010-62786544
　　投稿与读者服务：010-62776969，c-service@tup.tsinghua.edu.cn
　　质 量 反 馈：010-62772015，zhiliang@tup.tsinghua.edu.cn
　　课 件 下 载：http://www.tup.com.cn，010-62795954

印 刷 者：北京富博印刷有限公司
装 订 者：北京市密云县京文制本装订厂
经　　销：全国新华书店
开　　本：185mm×260mm　　**印　张**：11　　**字　　数**：273 千字
版　　次：2008 年 9 月第 1 版　2014 年 3 月第 2 版　　**印　　次**：2014 年 3 月第1次印刷
印　　数：1～2000
定　　价：21.00 元

产品编号：040545-01

出版说明

随着我国改革开放的进一步深化，高等教育也得到了快速发展，各地高校紧密结合地方经济建设发展需要，科学运用市场调节机制，加大了使用信息科学等现代科学技术提升、改造传统学科专业的投入力度，通过教育改革合理调整和配置了教育资源，优化了传统学科专业，积极为地方经济建设输送人才，为我国经济社会的快速、健康和可持续发展以及高等教育自身的改革发展做出了巨大贡献。但是，高等教育质量还需要进一步提高以适应经济社会发展的需要，不少高校的专业设置和结构不尽合理，教师队伍整体素质亟待提高，人才培养模式、教学内容和方法需要进一步转变，学生的实践能力和创新精神亟待加强。

教育部一直十分重视高等教育质量工作。2007 年 1 月，教育部下发了《关于实施高等学校本科教学质量与教学改革工程的意见》，计划实施"高等学校本科教学质量与教学改革工程"(简称"质量工程")，通过专业结构调整、课程教材建设、实践教学改革、教学团队建设等多项内容，进一步深化高等学校教学改革，提高人才培养的能力和水平，更好地满足经济社会发展对高素质人才的需要。在贯彻和落实教育部"质量工程"的过程中，各地高校发挥师资力量强、办学经验丰富、教学资源充裕等优势，对其特色专业及特色课程(群)加以规划、整理和总结，更新教学内容、改革课程体系，建设了一大批内容新、体系新、方法新、手段新的特色课程。在此基础上，经教育部相关教学指导委员会专家的指导和建议，清华大学出版社在多个领域精选各高校的特色课程，分别规划出版系列教材，以配合"质量工程"的实施，满足各高校教学质量和教学改革的需要。

为了深入贯彻落实教育部《关于加强高等学校本科教学工作，提高教学质量的若干意见》精神，紧密配合教育部已经启动的"高等学校教学质量与教学改革工程精品课程建设工作"，在有关专家、教授的倡议和有关部门的大力支持下，我们组织并成立了"清华大学出版社教材编审委员会"(以下简称"编委会")，旨在配合教育部制定精品课程教材的出版规划，讨论并实施精品课程教材的编写与出版工作。"编委会"成员皆来自全国各类高等学校教学与科研第一线的骨干教师，其中许多教师为各校相关院、系主管教学的院长或系主任。

按照教育部的要求，"编委会"一致认为，精品课程的建设工作从开始就要坚持高标准、严要求，处于一个比较高的起点上。精品课程教材应该能够反映各高校教学改革与课程建设的需要，要有特色风格、有创新性(新体系、新内容、新手段、新思路，教材的内容体系有较高的科学创新、技术创新和理念创新的含量)、先进性(对原有的学科体系有实质性的改革和发展，顺应并符合 21 世纪教学发展的规律，代表并引领课程发展的趋势和方向)、示范性(教材所体现的课程体系具有较广泛的辐射性和示范性)和一定的前瞻性。教材由个人申报或各校推荐(通过所在高校的"编委会"成员推荐)，经"编委会"认真评审，最后由清华大学出版

社审定出版。

目前，针对计算机类和电子信息类相关专业成立了两个“编委会”，即“清华大学出版社计算机教材编审委员会”和“清华大学出版社电子信息教材编审委员会”。推出的特色精品教材包括：

（1）21世纪高等学校规划教材·计算机应用——高等学校各类专业，特别是非计算机专业的计算机应用类教材。

（2）21世纪高等学校规划教材·计算机科学与技术——高等学校计算机相关专业的教材。

（3）21世纪高等学校规划教材·电子信息——高等学校电子信息相关专业的教材。

（4）21世纪高等学校规划教材·软件工程——高等学校软件工程相关专业的教材。

（5）21世纪高等学校规划教材·信息管理与信息系统。

（6）21世纪高等学校规划教材·财经管理与应用。

（7）21世纪高等学校规划教材·电子商务。

（8）21世纪高等学校规划教材·物联网。

清华大学出版社经过三十多年的努力，在教材尤其是计算机和电子信息类专业教材出版方面树立了权威品牌，为我国的高等教育事业做出了重要贡献。清华版教材形成了技术准确、内容严谨的独特风格，这种风格将延续并反映在特色精品教材的建设中。

清华大学出版社教材编审委员会
联系人：魏江江
E-mail：weijj@tup.tsinghua.edu.cn

第2版前言

离散数学是计算机专业的一门重要基础课，它所研究的对象是离散数量关系和离散结构数学模型。计算机的许多领域都要用到离散数学中的概念。

"离散数学"课程是计算机类专业的专业核心基础课程，主要介绍离散数学各个分支的基本概念、基本理论和基本方法。这些概念、理论以及方法大量地应用在数字电路、编译原理、数据结构、操作系统、数据库系统、算法的分析与设计、人工智能、计算机网络等专业课程中；同时，该课程所提供的训练十分有益于学生概括抽象能力、逻辑思维能力、归纳构造能力的提高，十分有益于学生严谨、完整、规范的科学态度的培养。

本教材是在 2008 年第 1 版的基础上，对主要内容进行了调整，比较适合学时少以及非计算机专业的学生使用。本教材具有以下主要特色：

(1) 从集合理论出发，将离散数学的主要内容有机地集合在一起。各部分既可以前后呼应，又可以独立使用。

(2) 强化基本概念和基本性质的论述，在内容阐述时力求深入浅出，注重基本理论的证明，并在每章结束后配备适当数量的习题供读者练习，目的在于启发和培养读者的抽象思维能力和逻辑推理能力，也使得本教材具备一定的理论深度。

(3) 配备了完整的教学课件，供教师上课时使用。

本教材在编写过程中参阅了大量的离散数学教材与相关的资料，在此向作者们表示衷心的感谢。仓促之作，难免会有不足与疏漏之处，恳请同行专家与广大读者批评指正。

上海财经大学信息管理与工程学院

谢美萍　陈　媛

2013 年 5 月

前 言

离散数学是计算机类专业的专业核心基础课程，它所研究的对象是离散数量关系和离散结构数学结构模型，计算机的许多领域都要用到离散数学中的概念。

离散数学课程主要介绍离散数学各个分支的基本概念、基本理论和基本方法，这些概念、理论以及方法大量地应用在数字电路、编译原理、数据结构、操作系统、数据库系统、算法的分析与设计、人工智能、计算机网络等专业课程中，同时，该课程所提供的训练十分有益于学生的概括抽象能力、逻辑思维能力、归纳构造能力的提高，也有益于学生严谨、完整、规范的科学态度的培养。

借助于重点课程建设之机，我们对离散数学课程进行了梳理，并编写出本书。本书具有以下主要特色：

(1) 从集合理论出发，将离散数学的主要内容(集合理论、抽象代数、数理逻辑与图论)有机地整合在一起，前后呼应，各部分又可以独立使用。

(2) 强化基本概念和基本性质的论述，在内容阐述时力求深入浅出，注重基本理论的证明，并在每章结束后配备适当数量的习题供读者练习，目的在于启发和培养读者的抽象思维能力和逻辑推理能力，也使得本教材具备一定的理论深度。

(3) 配备了完整的教学课件，供教师上课时使用。

为了将来深入理解计算技术，学生需要首先对离散数学有深入的理解。本书在编写过程中，也力争考虑到非计算机专业的需要，以便随着计算机科学的日益成熟，使越来越多的分析技术被用于实践。

本教材在编写过程中参阅了大量离散数学的教材与相关资料，在此向这些作者表示衷心的感谢。仓促之作，难免会有不足与疏漏之处，恳请同行专家与广大读者批评指正。

上海财经大学信息管理与工程学院　谢美萍

2008 年 5 月

目 录

第1章 集合的基本概念

在自然科学中，除了研究处于孤立下的单个个体，更经常的是将一些相关的个体联合在一起进行研究。

集合论是现代数学的重要基础，它的起源可以追溯到16世纪末期，人们开始进行有关数集的研究。1876—1883年，康托尔(Georage Cantor，1845—1918，德国)发表了一系列有关集合论的文章，对任意元素的集合进行了深入的探讨，提出了关于基数、序数和良序集等理论，奠定了集合论的深厚基础。

1904—1908年，策梅洛(Zermelo)列出了第一个集合论的公理系统，在此基础上逐步形成了公理化集合论和抽象集合论，使该学科成为在数学中发展最迅速的一个分支。在计算机科学领域中，集合论也是不可缺少的数学工具。在形式语言、自动机、人工智能、数据库等领域中都卓有成效地应用了集合理论。

本章主要包括如下内容：

- 集合；
- 集合间的关系；
- 集合的运算；
- 幂集与编码；
- 集合恒等式的证明。

1.1 集合

1.1.1 集合的概念

一般认为，集合的概念是不能精确定义的，常常根据需要将一些具有共同特点或属性的事物放在一起加以研究。如某个品牌的计算机全体、某个社团的全体成员、坐标平面上所有点的全体等都可以看成集合。也就是说，**集合是具有某种特定性质的事物的全体**。集合中的单个事物通常也称为“**个体**”或“**元素**”，集合中的个体可以是抽象的也可以是具体的，甚至一个集合可以作为另一个集合中的元素。

通常用英文大写字母来表示集合，如 A、B、C 等，用小写字母来表示集合中的元素，如 a、b、c 等，但不是绝对的，因为一个集合也可以作为另一个集合的元素。如果元素 a 是集合 A 中的元素，用符号 $a \in A$ 来表示，读作“元素 a 属于集合 A”，反之，如果元素 a 不是集合 A

中的元素，用符号 $a \notin A$ 来表示，读作“元素 a 不属于集合 A”。“**集合**”、“**元素**”和“**属于**”是集合论中的三个最基本的概念。

例 1.1 判断下列各项是否是集合。

(1) 英文字母表中的所有 26 个字母；

(2) 所有的自然数；

(3) 一些自行车；

(4) 上海财经大学全体学生。

解 根据定义(1)、(2)、(4)是集合；而(3)不是集合，因为无法确定自行车的范围。

下面给出本书中常用的集合以及相应的符号：

N：全体自然数的集合；

Q：全体有理数的集合；

R：全体实数的集合；

C：全体复数的集合；

Z：全体整数的集合；

E：全体偶数的集合；

O：全体奇数的集合；

P：全体素数的集合。

1.1.2 集合的特性

集合一般具有以下三个性质：

(1) **互异性** 互异性是指一个集合的各个元素是可以互相区分开的，并且每个元素只能出现一次，如果某个元素在集合中出现多次，也只能看作一个元素。例如，集合{1,2,3,2}就是集合{1,2,3}。

(2) **无序性** 无序性是指一个集合中所有元素之间的排列次序是任意的，即集合的表示形式是不唯一的。例如，集合{1,2,3}和集合{2,1,3}是同一个集合。

(3) **确定性** 任意一个元素是否属于某一个集合回答是确定的。例如，若给定元素 a 和集合 A，则元素 a 和集合 A 之间的关系是确定的，即 $a \in A$ 和 $a \notin A$ 二者中必有一个成立。

集合的这几个特性，可以通过三大基本原理得到保证，它们分别是：

(1) **外延公理** 两个集合 A 和 B 相等的充要条件是它们有相同的元素(互异性和无序性)。

(2) **概括公理** 构成一个集合应符合下列两个要求(确定性)：

纯粹性——凡该集合中的元素都具有某种性质。

完备性——凡具有某种性质的元素都在该集合中。

(3) **正则公理** 不存在集合 A、B、C……使得……$\in C \in B \in A$(消除了悖论)。

所谓悖论是指：假设有一个命题 Q，如果从 Q 为真出发，经过一系列的推理，可以推导出 Q 为假；又从 Q 为假出发，经过一系列的推理，推导出 Q 为真，则命题 Q 是一个悖论。

例 1.2 说谎悖论。

“我正在说谎”。问：这个人是在说谎还是在讲真话？

解 如果他在说谎，这表明他的断言“我正在说谎”是谎话，也就是说他在讲真话。即他

说谎，推出他是讲真话(即没有说谎)。

另一方面，如果他讲真话，这表明他的断言"我正在说谎"是真话，也就是说他正说谎话，即他讲真话，推出他在说谎(即没有讲真话)。

通过以上分析看到，以命题形式出现的断言"我正在说谎"就是一个悖论，因为我们无法断言它的真伪。

例 1.3 罗素悖论。

(1) 将集合分成两类：一类是集合 A 本身是 A 的一个元素，即 $A \in A$；另一类是集合 A 本身不是 A 的一个元素，即 $A \notin A$。

(2) 构造一个集合 S：$S=\{A \mid A \notin A\}$，即 S 是由满足条件 $A \notin A$ 的那些 A 组成的一个新的集合。

问：S 是不是它自己的一个元素？即 $S \in S$，还是 $S \notin S$？

解 作如下分析：

如果 $S \notin S$，因为集合 S 由所有满足条件 $A \notin A$ 的集合组成，由于 $S \notin S$，所以 S 满足对于集合 S 中元素的定义，即 S 是集合 S 的元素，也就是说 $S \in S$。

如果 $S \in S$，因为 S 中任一元素 A 都有 $A \notin A$，又由于 $S \in S$，根据集合 S 的规定，得知 S 不是集合 S 的元素，也就是说 $S \notin S$。

即，既不是 $S \in S$，也不是 $S \notin S$。

罗素悖论的出现，说明朴素集合论有问题，从而使数学的基础发生了动摇(第 3 次数学危机)，引起了一些著名数学家的极大重视。数学家们经过长期努力，作出如下约定：

先有成员才形成集合，一个正在形成的集合不能作为一个实体充当本集合的成员，否则在概念上将产生循环，从而导致悖论。这正是正则公理的内容，从而消除悖论。

1.1.3 集合的表示方法

集合是由它所包含的元素完全确定的，为了表示一个集合，可以有许多种方法。一般有如下 5 种方法。

1. 列举法(外延法)

列举法就是将集合中的元素用一对花括号括起来，这个集合可以是有限集，也可以是无限集。如果是有限集，只需将集合中所有的元素列在花括号内；如果是无限集，则要求该集合是可列集，即集合中的元素之间有明显的关系，或能够列出反映集合中元素的特点。

例 1.4

(1) $A=\{1,2,3,4\}$

(2) $B=\{a,b,c,d,\cdots,x,y,z\}$

(3) $C=\{$桌子，椅子$\}$

(4) $N=\{0,2,4,6,8,10,\cdots\}$

列举法的优点在于具有透明性。并不是所有的集合都可以用列举法表示出来，例如，闭区间$[0,1]$中的所有实数，就无法用列举法来表示。而且从计算机的角度看，列举法是一种

“静态”表示法，如果一下子将这么多的“数据”都输入到计算机中，将占据大量的“内存”，这时需寻求其他的表示方法。

2. 描述法（概括法、隐式法）

描述法是通过刻画集合中元素所具备的某种特性来表示集合。通常用符号 $P(x)$ 来表示不同对象 x 所具有的性质 P，由 $P(x)$ 所定义的集合常记为：$\{x \mid P(x)\}$。像无法用列举法表示的闭区间 $[0,1]$ 中的所有实数，就可以用描述法来表示，可以将其表示成：$\{x \mid 0 \leqslant x \leqslant 1, x \in R\}$。

例 1.5 以下几种表示集合的方法均采用描述法。

(1) $A=\{x \mid 0<x<2, x \in R\}$

(2) $B=\{x \mid x^2-1=0, x \in R\}$

(3) $C=\{(x,y) \mid x^2+y^2 \leqslant 4, x,y \in R\}$

(4) $D=\{x \mid x$ 是动物$\}$

值得注意的是，在描述法中，$A=\{x \mid 0<x<2, x \in R\}$ 与 $A=\{y \mid 0<y<2, y \in R\}$ 是表示同一个集合。

3. 文氏图

文氏图法是用平面上封闭曲线包围点集的图形来表示集合的方法，如图 1.1 所示。文氏图可以形象和直观地描述集合之间的关系和集合间的有关运算。

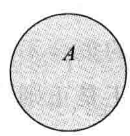

图 1.1

4. 备份范式

备份范式（Backup Normal Form，BNF）法常用于定义高级程序设计语言的语法集合。

例 1.6 在 Pascal 语言中，标识符集合定义如下：

```
<Letter>∷=<Letter>{<Letter or Digit>}
{<Letter or Digit>}∷=<Letter>|<Digit>
```

5. 递规定义

递归定义法首先给定集合中的基础元素，然后通过计算规则定义集合的其他元素。

例 1.7 $a_0=1, a_1=1, a_{i+1}=2a_i+a_{i-1} (i \geqslant 1)$，于是：

$$S=\{a_0, a_1, \cdots, a_n\}=\{a_k \mid k \geqslant 0\}$$

通常情况下，表示一个集合主要使用列举法、描述法和文氏图法，BNF 法和递归定义法一般用得比较少。

1.2　集合间的关系

集合的包含与相等关系是集合间的两个基本关系。两个集合之间也可以没有任何关系。下面具体讨论集合之间的包含与相等关系。

1.2.1　包含关系

定义 1.1　设 A 和 B 是两个集合，若 A 中的每一个元素都是 B 中的元素，则称 A 是 B 的**子集**，记作 $A\subseteq B$，读作"A 包含于 B"，也可记作 $B\supseteq A$，读作"B 包含 A"。称 $\subseteq$ 为**包含关系**：

$A\subseteq B\Leftrightarrow \forall x\in A$，有 $x\in B$（其中符号 $\forall$ 表示"任意"）。

若 $A\subseteq B$ 且 $A\neq B$，则称 A 是 B 的**真子集**，记作 $A\subset B$，读作"A 真包含于 B"，B 称为 A 的**超集**，即 $A\subset B\Leftrightarrow \forall x\in A$，有 $x\in B$ 成立；且至少存在某一 $x_0\in B$，使得 $x_0\notin A$。

此外，如果存在元素 $a\in A$，但 $a\notin B$，则 A 不是 B 的子集。

例 1.8　$N\subseteq I\subseteq Q\subseteq R$ 与 $N\subset I\subset Q\subset R$ 同时成立。

例 1.9　$\varnothing\subseteq\{1\}\subseteq\{1,2\}$ 与 $\varnothing\subset\{1\}\subset\{1,2\}$ 同时成立，其中 $\varnothing$ 表示"空集"，后面还会进一步讨论。

例 1.10　$N\subseteq N$ 成立，但是 $N\subset N$ 不成立。即一个集合可以是自身的子集，但不可以是自身的真子集。

根据定义可知集合间的包含关系具有下列性质：

(1) 自反性：$A\subseteq A$。

(2) 反对称性：若 $A\subseteq B$ 且 $B\subseteq A$，则 $A=B$。

(3) 传递性：若 $A\subseteq B$ 且 $B\subseteq C$，则 $A\subseteq C$。

1.2.2　相等关系

定义 1.2　设 A 和 B 是两个集合，如果 A 和 B 中的元素完全相同，则称 A 和 B **相等**，记作 $A=B$；否则称 A 和 B **不相等**，记作 $A\neq B$。

由集合包含关系的定义，可以给出集合相等关系的另一种定义形式，即下面的定义 1.3。

定义 1.3　设 A 和 B 是两个集合，如果 $A\subseteq B$ 且 $B\subseteq A$，则称 $A=B$。

例 1.11　集合 $A=\{2,3\}$，$B=\{x\mid x^2-5x+6=0\}$，则有集合 $A=B$。

例 1.12　集合 $A=\varnothing$，$B=\{x\mid x^2+x+1=0,x\in R\}$，则有集合 $A=B$。

定理 1.1　设 A 和 B 是两个集合，$A=B$ 的充要条件是 $A\subseteq B$ 且 $B\subseteq A$。即两个集合相等的充要条件是它们互为子集。

证明　(1)必要性：$A=B\Rightarrow A\subseteq B$ 并且 $B\subseteq A$。

因为 $A=B$，由定义可知，A 中的每个元素都是 B 中的元素，所以 $A\subseteq B$，同理 B 中的每个元素都是 A 中的元素，所以 $B\subseteq A$。

(2) 充分性：$A\subseteq B$ 并且 $B\subseteq A\Rightarrow A=B$。用反证法。

如果 $A\neq B$，则 A 中至少有一个元素不在 B 中，与 $A\subseteq B$ 矛盾；或者 B 中至少有一个元

素不在 A 中，与 $B\subseteq A$ 矛盾。所以，$A\neq B$ 不可能成立，故 $A=B$。

根据定义可知集合间的相等关系具有下列性质：

(1) 自反性：$A=A$。

(2) 对称性：若 $A=B$，则 $B=A$。

(3) 传递性：若 $A=B$ 且 $B=C$，则 $A=C$。

定义 1.4 集合 A 中所包含的不同元素的个数，称为集合 A 的**基数**，通常用 $|A|$ 或 Card(A)表示。

例 1.13 集合 $A=\{0,1,2\}$，有 $|A|=3$。

例 1.14 对空集 $\varnothing$，有 $|\varnothing|=0$。

定义 1.5 设 A 是集合，如果 A 中有有限个不同的元素，则称 A 为**有限集**，否则称 A 为**无限集**。对有限集 A，如果含有 n 个不同的元素，简称 A 为 n **元集**，即集合 A 的基数为 n，则对 A 的基数为 $m(0\leqslant m\leqslant n)$ 的子集称为集合 A 的 m **元子集**。

任意给定一个有限集，只要将子集按照基数由小到大的顺序进行分类，就可以不重复、不遗漏地将该集合的全部子集写出来。

例 1.15 设集合 $A=\{a,b\}$，写出它的全部子集。

解 0 元子集，有 $C_2^0=1$ 个：$\varnothing$。

1 元子集，有 $C_2^1=2$ 个：$\{a\},\{b\}$。

2 元子集，有 $C_2^2=1$ 个：$\{a,b\}$。

共有 $C_2^0+C_2^1+C_2^2=4$ 个子集。

例 1.16 设集合 $A=\{a,b,c\}$，写出它的全部子集。

解 0 元子集，有 $C_3^0=1$ 个：$\varnothing$。

1 元子集，有 $C_3^1=3$ 个：$\{a\},\{b\},\{c\}$。

2 元子集，有 $C_3^2=3$ 个：$\{a,b\},\{a,c\},\{b,c\}$。

3 元子集，有 $C_3^3=1$ 个：$\{a,b,c\}$。

共有 $C_3^0+C_3^1+C_3^2+C_3^3=8$ 个子集。

一般地，对于 n 元子集，它的 $m(0\leqslant m\leqslant n)$ 元子集有 C_n^m 个，所以集合 A 的不同子集总数有 $C_n^0+C_n^1+\cdots+C_n^n=2^n$ 个。

在例 1.15 与例 1.16 中，对于非空集合 A 有两个不同的子集，即 $\varnothing$ 和 A，对这两个特殊的子集，有如下定义 1.6。

定义 1.6 对于每个非空集合 S，至少有两个不同的子集 $\varnothing$ 和 S，称 $\varnothing$ 和 S 是 S 的**平凡子集**。

1.2.3 特殊集合

在集合论中有两个特殊的集合，即空集和全集，这两个集合在集合论中的地位很重要。

定义 1.7 不包含任何元素的集合称为**空集**，用符号 $\varnothing$ 或 $\{\}$ 表示。

由定义 1.7 可以看出，如果集合 A 为空集，则有 $|A|=0$。空集的引入可以使得许多问题的叙述得到简化。

例 1.17 集合 $A=\{x\mid x^2+x+2=0,x\in R\}$ 为空集，即 $|A|=0$。