

学第一 考第一 永远争第一

学考第

教材同步点拨

· 北师大课标版 ·

数学

七年级(上)

主编 / 于军生

东北师范大学出版社



学第一 考第一 永远争第一

学考第1

教材同步点拨

· 北师大课标版 ·

—— 数学 ——

七年级①

主编 / 于军生

东北师范大学出版社 · 长春

☐ 本册主编：于军生

☐ 编者：于军生 孙奎波 于秋生 于培冰 王 瑛 孙 杰 张 晔
孙永艳 郭 洁 初晓明 柳国光 衣美青 任 喆 蒋声华
于建春 宫明义 孙景晓 孙春红 夏文玲

图书在版编目 (CIP) 数据

学考第一·教材同步点拨·七年级数学·上：北师大课标版 / 于军生主编. —长春：东北师范大学出版社，2005.4

ISBN 7 - 5602 - 4059 - 3

I. 学... II. 于... III. 数学课—初中—教学参考资料 IV. G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2005) 第 019615 号

☐ 总策划：第二编辑室
☐ 责任编辑：汲 明 ☐ 封面设计：魏国强
☐ 责任校对：邢 娜 ☐ 责任印制：张允豪

东北师范大学出版社出版发行
长春市人民大街 5268 号 (130024)

电话：0431—5695744 5688470

传真：0431—5695734

网址：<http://www.nenup.com>

电子函件：sdcbs@mail.jl.cn

广告许可证：吉工商广字 2200004001001 号

东北师范大学出版社激光照排中心制版

延边新华印刷有限公司印装
吉林省延吉市河南街 818 号 (133001)

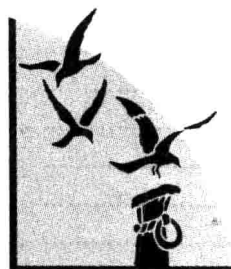
2005 年 6 月第 1 版 2005 年 6 月第 1 次印刷

幅面尺寸：185 mm×260 mm 印张：13.5 字数：390 千

印数：00 001—20 000 册

定价：16.20 元

如发现印装质量问题，影响阅读，可直接与承印厂联系调换



第一章 丰富的图形世界 1

1 生活中的立体图形 1



基础知识归纳	1
重点知识讲解	1
典型例题	2
教材例题习题的变形题	2
综合应用题	2
创新题	2
中考题	3
同步测试	3

2 展开与折叠 4

基础知识归纳	4
重点知识讲解	5
典型例题	6
教材例题习题的变形题	6
学科内综合题	6
综合应用题	7
创新题	7
中考题	7
同步测试	8

3 截一个几何体 9



基础知识归纳	9
重点知识讲解	9
典型例题	9
教材例题习题的变形题	10
学科内综合题	10
综合应用题	10
创新题	10
同步测试	11

4 从不同方向看 12

基础知识归纳	12
--------	----

重点知识讲解	12
典型例题	13
教材例题习题的变形题	13
学科内综合题	13
创新题	14
中考题	14
同步测试	15

5 生活中的平面图形 16



基础知识归纳	16
重点知识讲解	16
典型例题	16
教材例题习题的变形题	17
学科内综合题	17
综合应用题	18
创新题	18
中考题	18
同步测试	19

第一章 测试性自我考评 20

教材基础知识针对性训练	20
探究应用拓展性训练	22

第二章 有理数及其运算 23

1 数怎么不够用了 23

基础知识归纳	23
重点知识讲解	24
典型例题	24
学科内综合题	25
综合应用题	25
同步测试	25

2 数轴 26



基础知识归纳	26
--------	----

重点知识讲解	27	
典型例题	28	
教材例题习题的变形题	28	
综合应用题	28	
创新题	28	
中考题	29	
同步测试	29	
3 绝对值	30	
基础知识归纳	30	
重点知识讲解	30	
典型例题	31	
教材例题习题的变形题	31	
学科内综合题	31	
创新题	32	
中考题	32	
同步测试	32	
4 有理数的加法	33	
基础知识归纳	33	
重点知识讲解	33	
典型例题	33	
教材例题习题的变形题	34	
学科内综合题	34	
综合应用题	34	
创新题	34	
中考题	35	
同步测试	35	
5 有理数的减法	36	
基础知识归纳	36	
重点知识讲解	36	
典型例题	36	
教材例题习题的变形题	37	
学科内综合题	37	
综合应用题	37	
中考题	38	
同步测试	38	
6 有理数的加减混合运算	39	
基础知识归纳	39	
重点知识讲解	39	
典型例题	39	
教材例题习题的变形题	40	
学科内综合题	40	
综合应用题	40	
创新题	40	
中考题	41	

同步测试	41	
7 水位的变化	42	
基础知识归纳	42	
重点知识讲解	42	
典型例题	42	
教材例题习题的变形题	42	
学科内综合题	43	
综合应用题	43	
中考题	43	
同步测试	44	
8 有理数的乘法	45	
基础知识归纳	45	
重点知识讲解	45	
典型例题	45	
学科内综合题	46	
创新题	46	
中考题	46	
同步测试	47	
9 有理数的除法	48	
基础知识归纳	48	
重点知识讲解	48	
易混知识辨析	48	
典型例题	48	
学科内综合题	49	
综合应用题	49	
创新题	49	
中考题	50	
同步测试	50	
10 有理数的乘方	51	
基础知识归纳	51	
重点知识讲解	51	
易混知识辨析	52	
典型例题	52	
教材例题习题的变形题	52	
学科内综合题	52	
综合应用题	53	
创新题	53	
中考题	53	
同步测试	53	
11 有理数的混合运算	54	
基础知识归纳	54	
重点知识讲解	54	
典型例题	55	
教材例题习题的变形题	55	

学科内综合题	55	中考题	71	
综合应用题	56	同步测试	71	
创新题	56	4 合并同类项	72	
中考题	56	基础知识归纳	72	
同步测试	56	重点知识讲解	72	
12 计算器的使用	57	典型例题	72	
基础知识归纳	57	教材例题习题的变形题	73	
重点知识讲解	57	学科内综合题	73	
典型例题	58	创新题	73	
教材例题习题的变形题	58	中考题	74	
学科内综合题	59	同步测试	74	
创新题	59	5 去括号	75	
中考题	59	基础知识归纳	75	
同步测试	59	重点知识讲解	75	
第二章 测试性自我考评	60	典型例题	75	
教材基础知识针对性训练	60	综合应用题	76	
探究应用拓展性训练	61	创新题	76	
		同步测试	76	
第三章 字母表示数	62	6 探索规律	77	
1 字母能表示什么	62	基础知识归纳	77	
基础知识归纳	62	重点知识讲解	77	
重点知识讲解	62	典型例题	78	
典型例题	63	教材例题习题的变形题	78	
教材例题习题的变形题	63	学科内综合题	78	
学科内综合题	63	创新题	78	
创新题	64	同步测试	79	
中考题	64	第三章 测试性自我考评	80	
同步测试	64	教材基础知识针对性训练	80	
2 代数式	65	探究应用拓展性训练	81	
基础知识归纳	65			
重点知识讲解	65	第四章 平面图形及其位置关系	82	
典型例题	66	1 线段、射线、直线	82	
教材例题习题的变形题	66	基础知识归纳	82	
学科内综合题	67	重点知识讲解	82	
综合应用题	67	典型例题	83	
中考题	67	教材例题习题的变形题	83	
同步测试	67	学科内综合题	84	
3 代数式求值	68	综合应用题	84	
基础知识归纳	68	创新题	84	
重点知识讲解	69	中考题	85	
典型例题	69	同步测试	85	
学科内综合题	69	2 比较线段的长短	86	
综合应用题	70	基础知识归纳	86	
创新题	70			

重点知识讲解	86
易混知识辨析	87
典型例题	87
教材例题习题的变形题	87
综合应用题	88
创新题	88
同步测试	88
3 角的度量与表示	89
基础知识归纳	89
重点知识讲解	90
典型例题	90
教材例题习题的变形题	91
创新题	91
同步测试	91
4 角的比较	92
基础知识归纳	92
重点知识讲解	93
易混知识辨析	93
典型例题	93
教材例题习题的变形题	93
学科内综合题	94
综合应用题	94
中考题	95
同步测试	95
5 平行	96
基础知识归纳	96
重点知识讲解	96
易混知识辨析	97
典型例题	97
教材例题习题的变形题	97
创新题	97
同步测试	98
6 垂直	99
基础知识归纳	99
重点知识讲解	99
易混知识辨析	100
典型例题	100
教材例题习题的变形题	100
学科内综合题	101
综合应用题	101
中考题	101
同步测试	101
7 有趣的七巧板	103
基础知识归纳	103



重点知识讲解	103
典型例题	103
学科内综合题	103
创新题	104
中考题	104
同步测试	104

第四章 测试性自我考评

教材基础知识针对性训练	105
探究应用拓展性训练	107



第五章 一元一次方程

1 你今年几岁了	108
基础知识归纳	108
重点知识讲解	108
易混知识辨析	109
典型例题	109
教材例题习题的变形题	109
学科内综合题	110
综合应用题	110
创新题	110
中考题	111
同步测试	111
2 解方程	112
基础知识归纳	112
重点知识讲解	112
典型例题	112
教材例题习题的变形题	113
学科内综合题	113
创新题	114
中考题	114
同步测试	114
3 日历中的方程	115
基础知识归纳	115
重点知识讲解	115
典型例题	116
教材例题习题的变形题	116
综合应用题	116
中考题	117
同步测试	117
4 我变胖了	118
基础知识归纳	118
重点知识讲解	118
典型例题	119
教材例题习题的变形题	119



学科内综合题	119
创新题	120
同步测试	120
5 打折销售	121
基础知识归纳	121
重点知识讲解	121
典型例题	121
综合应用题	122
创新题	123
中考题	123
同步测试	123
6 “希望工程”义演	124
基础知识归纳	124
重点知识讲解	124
典型例题	124
学科内综合题	125
综合应用题	125
创新题	126
同步测试	126
7 能追上小明吗	127
基础知识归纳	127
重点知识讲解	127
典型例题	128
教材例题习题的变形题	128
综合应用题	128
创新题	129
中考题	129
同步测试	130
8 教育储蓄	131
基础知识归纳	131
重点知识讲解	131
典型例题	132
教材例题习题的变形题	132
学科内综合题	132
综合应用题	132
创新题	132
中考题	133
同步测试	133
第五章 测试性自我考评	134
教材基础知识针对性训练	134
探究应用拓展性训练	135

第六章 生活中的数据



1 100万有多大	136
基础知识归纳	136
重点知识讲解	136
典型例题	136
教材例题习题的变形题	136
学科内综合题	137
综合应用题	137
创新题	137
同步测试	137
2 科学记数法	138
基础知识归纳	138
重点知识讲解	138
典型例题	138
综合应用题	139
创新题	139
中考题	139
同步测试	139
3 扇形统计图	140
4 你有信心吗	140
基础知识归纳	140
重点知识讲解	140
典型例题	141
教材例题习题的变形题	141
综合应用题	142
创新题	142
中考题	143
同步测试	143
5 统计图的选择	144
基础知识归纳	144
重点知识讲解	144
易混知识辨析	144
典型例题	144
教材例题习题的变形题	145
学科内综合题	146
中考题	146
同步测试	146



第六章 测试性自我考评

教材基础知识针对性训练	148
探究应用拓展性训练	149



第七章 可能性	150	
1 一定摸到红球吗	150	
基础知识归纳	150	
重点知识讲解	150	
典型例题	150	
综合应用题	151	
创新题	151	
同步测试	151	
2 转盘游戏	152	
3 谁转出的“四位数”大	152	
基础知识归纳	152	
重点知识讲解	152	
易混知识辨析	153	
典型例题	153	
学科内综合题	153	
综合应用题	153	

创新题	154
同步测试	154
第七章 测试性自我考评	155
教材基础知识针对性训练	155
探究应用拓展性训练	156

期中测试

教材基础知识针对性训练	157
探究应用拓展性训练	158



期末测试

教材基础知识针对性训练	159
探究应用拓展性训练	160

参考答案

161

第一章



丰富的图形世界



1

生活中的立体图形



基础知识归纳

1. 几种常见几何体的形状

如图 1-1-1 所示.

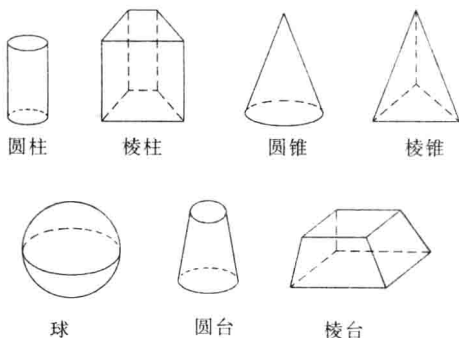


图 1-1-1

2. 图形(包括平面图形和立体图形)的构成元素

(1) 图形是由点、线、面构成的.

(2) 面有平面, 也有曲面, 面与面相交得到线: 线有直的, 也有曲的, 线与线相交得到点.

(3) 点动成线, 线动成面, 面动成体.



重点知识讲解

1. 常见立体图形的分类及其特征

(1) 本章所学的立体图形主要包括柱体、锥体和

球体这三种.



(2) 图形特征

① 圆柱: 由三个面组成, 上、下两个底面是半径相同的圆, 侧面是曲面, 每个底面与侧面相交得到一条圆形曲线, 如笔筒、易拉罐等.

② 棱柱: 棱柱分为直棱柱和斜棱柱, 本书只讨论直棱柱(简称棱柱), 其上、下两个面为形状、大小相同的多边形, 其余各面为长方形或正方形, 底面为 n 边形的棱柱叫 n 棱柱, 正方体、长方体都是棱柱.

③ 圆锥: 由两个面围成, 有一个底面是圆形, 一个顶点, 侧面为曲面, 底面与侧面的交线为圆形曲线, 如塔尖、粮囤的顶部等.

④ 棱锥: 由底面与侧面组成, 底面为多边形, 侧面为三角形, 底面为 n 边形的棱锥叫 n 棱锥.

⑤ 球: 由一个曲面围成, 如地球仪、各种球类等.

⑥ 圆台: 由三个面围成, 上、下两个底面是大小不等的圆形, 侧面为曲面.

⑦ 棱台: 上、下两底面为多边形, 侧面均为梯形.

2. 正方体、长方体的性质

(1) 正方体: 又称为立方体, 有 6 个面、8 个顶点、12 条棱, 每个面都是正方形, 每条棱都是直的, 经过每个顶点有 3 条棱, 12 条棱的长度均相等, 如积木、魔方、方糖等。

(2) 长方体: 有 6 个面、8 个顶点、12 条棱, 每个面都是平面, 每条棱都是直的, 经过每个顶点也有 3 条棱, 但 12 条棱的长度不都相等, 如文具盒、书本、抽屉、电冰箱、楼房等。



典型例题

例 1 试分析棱柱与圆柱的异同点。

解析 (1) 棱柱与圆柱的相同点: ① 都有上、下两个底面; ② 两底面形状、大小完全相同; ③ 都属于柱体。

(2) 棱柱与圆柱的不同点: ① 棱柱有顶点, 圆柱无顶点; ② 棱柱有棱, 圆柱无棱; ③ 棱柱的两个底面都是多边形, 圆柱的两个底面是圆; ④ 棱柱的侧面是长方形或正方形, 是平的, 圆柱的侧面是曲的; ⑤ 棱柱的侧面与底面的交线是直的, 圆柱的侧面与底面的交线是曲的, 是圆形。

评注 判断棱柱与圆柱的异同点应着重从点(顶点), 线(条数、直的还是曲的), 面(面的个数、平面还是曲面), 体(何种类型立体图形)等几方面进行具体分析。

例 2 将以下物体与相应的几何体用线连接起来。

螺丝帽 一堆沙子 电冰箱 粉笔 篮球 蜡烛 魔方 长方体 正方体 圆锥 球 圆柱 棱柱 圆台

解析

螺丝帽 一堆沙子 电冰箱 粉笔 篮球 蜡烛 魔方

长方体 正方体 圆锥 球 圆柱 棱柱 圆台

评注 解决此类问题的关键是熟练掌握常见几何体的基本特征, 具有从实物中抽象出几何特征的能力, 从而与相应的几何体连接起来。



教材例题习题的变形题

例 (P7 第 2 题) 将图 1-1-2 中的图形绕虚线旋转一周, 能够形成什么样的几何体? 并画出所形成的几何体。

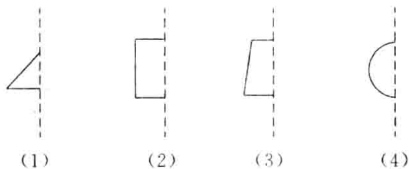


图 1-1-2

解析 所形成的几何体如图 1-1-3 所示。

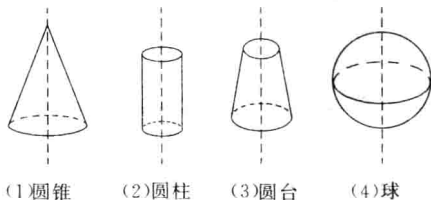


图 1-1-3

评注 本题须充分发挥空间想象力, 并以运动的观点来分析问题、解决问题。(1) 图是直角三角形绕其一直角边旋转一周形成圆锥; (2) 图是长方形绕其一边旋转一周形成圆柱; (3) 图是直角梯形绕其垂直于底的腰旋转一周形成圆台; (4) 图是半圆绕其直径旋转一周形成球。



综合应用题

例 如图 1-1-4, 已知某种足球是用黑白两种颜色的皮革缝制而成的, 黑皮是正五边形, 白皮是正六边形, 其中黑皮有 12 块, 问白皮有多少块。

解析 因 12 块黑皮的边数为 $5 \times 12 = 60$ (条), 故白皮的块数为 $60 \div 3 = 20$ (块)。



答案 20 块

图 1-1-4

评注 本题是充分利用面与面相交得到线的几何性质来解决问题的。因为每块白皮有 3 条边与黑皮缝制在一起, 所以每 3 块黑皮的边确定一块白皮。



创新题

例 (探究题) 如图 1-1-5, 27 个小方块堆成一个正方体, 如果将它的表面涂成红色。

(1) 有 3 个面涂成红色的小方块有几块?

(2) 有 1 个面涂成红色的小方块有几块?

(3) 有 2 个面涂成红色的小方块有几块?

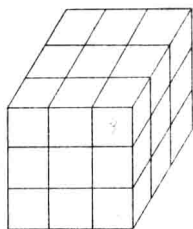


图 1-1-5

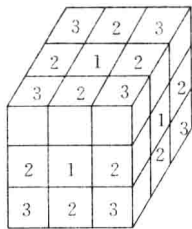


图 1-1-6

解析 如图 1-1-6.

(1) 有 3 个面涂成红色的小方块有 8 块;

(2) 有 1 个面涂成红色的小方块有 6 块;

(3) 有 2 个面涂成红色的小方块有 $26 - 8 - 6 = 12$ (块).

评注 解答本题需要仔细观察、丰富想象、准确判断. 首先应判断出涂色的共有 26 个小方块, 3 个面涂色的只有 8 个顶点上的小方块, 1 个面涂色的只有 6 个面上中间的小方块, 其余的必然是 2 个面涂色的小方块.



中考题

例 (2001 年江苏) 在图 1-1-7 中, 将三角形绕直线 l 旋转一周, 可以得到右面的立体图形的是 ().

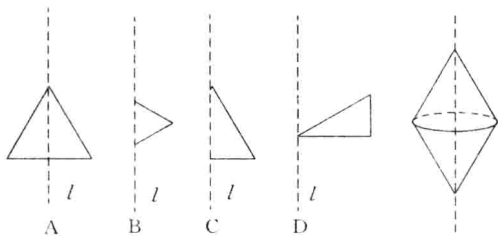


图 1-1-7

解析 因为旋转后, A 形成的是一个圆锥, B 形成的是如右图所示的两个底面重合的圆锥, C 形成的是一个圆锥, D 形成的是一个圆柱体内挖去一个圆锥体后的剩余部分, 故选 B.

答案 B

评注 本题旨在考查平面图形的旋转与几何体的关系以及几何体的形成过程.



同步测试

教材基础知识针对性训练

一、选择题.

1. 如图 1-1-8 所示, 左面的平面图形绕虚线旋转一周形成的图形是 ().

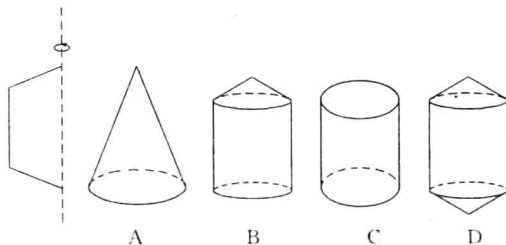


图 1-1-8

2. 长方体、正方体属于 ().

A. 斜棱柱 B. 直棱柱 C. 圆柱 D. 锥体

3. 图 1-1-9 中是圆柱的是 ().

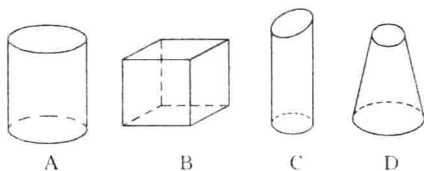


图 1-1-9

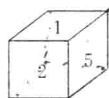
4. 有一个正方体木块, 它的六个面分别标上数字 1~6, 如图 1-1-10, 是从不同方向看到的数字情况, 则数字 5 对面的数字是 ().

A. 3

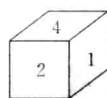
C. 6

B. 4

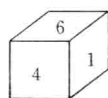
D. 无法确定



(1)



(2)



(3)

图 1-1-10

二、填空题.

1. 写出和下列实物最类似的几何体名称:

(1) 西瓜 _____

(2) 杯子 _____

(3) 皮箱 _____

(4) 雨伞 _____

2. 天上落下的雨点走过的路径可解释为 _____, 擦黑板时黑板擦走过的路径可解释为 _____, 一个长方形绕它的一边旋转走过的路径可解释

为_____.

3. 正方体是由_____个面围成,共有_____个顶点,_____条棱,经过一个顶点有_____条棱,经过一个顶点有_____个面,侧面形状是_____.
4. 圆柱是由_____个面围成,其中一个面是_____,两个面是_____,面与面相交得到的线是_____;圆锥是由_____个面围成,底面形状是_____.

三、解答题.

1. 试分析圆锥与棱锥的异同点.
2. 请在图 1-1-11 所示的图形中找出哪些是棱柱,哪些是棱锥,并说出棱柱和棱锥的异同点.

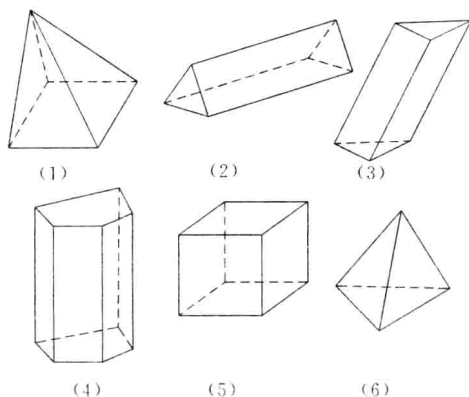


图 1-1-11

探究应用拓展性训练

1. (开放题)将下列几何体(如图 1-1-12)分类,并说明理由.

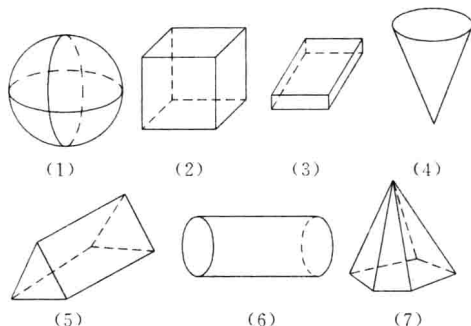


图 1-1-12

2. (与现实生活联系的应用题)试联系生活实际说明怎样理解“点动成线,线动成面,面动成体”.
3. (2002 年烟台)把棱长为 a 的正方体摆成如图 1-1-13 的形状,从上向下数,第一层 1 个,第二层 3 个……按这种规律摆放,第五层正方体的个数是().
- A. 10 B. 12 C. 15 D. 20

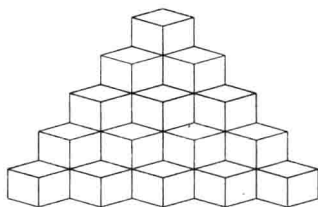


图 1-1-13



2

展开与折叠



基础知识归纳

1. 棱柱的基本概念及其特征

- (1)棱:任何相邻两个面的交线都叫做棱.
- (2)侧棱:相邻两个侧面的交线叫做侧棱,棱柱的所有侧棱长都相等.
- (3)底面:棱柱的上、下底面是形状相同、大小一

样的多边形,而且互相平行.

- (4)侧面:棱柱侧面的形状是长方形或正方形.

2. 棱柱的命名

- (1)通常根据棱柱底面图形的边数将棱柱分为三棱柱、四棱柱、五棱柱……它们底面图形的形状分别为三角形、四边形、五边形……
- (2)棱柱的底面为 n 边形时,称之为 n 棱柱.

(3) 正方体、长方体都是四棱柱。

3. 展开与折叠

展开指的是把立体图形展开成平面图形,而折叠指的是把平面图形围成立体图形,二者是一个互逆过程。



重点知识讲解

1. 棱柱性质一览表

	三棱柱	四棱柱	五棱柱	...	n 棱柱
图 形					
底面形状	三角形	四边形	五边形	...	n 边形
侧棱数	3	4	5	...	n
棱 数	9	12	15	...	$3n$
侧面数	3	4	5	...	n
面 数	5	6	7	...	$n+2$
顶点数	6	8	10	...	$2n$
侧面展开图				...	
表面展开图				...	

2. 正方体的表面展开图

由于正方体共有 12 条棱、6 个面,所以将一个正方体的表面沿某些棱剪开,展成一个平面图形时,其面与面之间须有 5 条棱相连,即有 5 条棱不能剪开,故须剪开 $12-5=7$ (条)棱。

由于展开时所剪开的 7 条棱的位置不同,故得到的展开图也不一样,现把正方体的表面展开图总结归类如下:

(1) 四个面连成一排的,如图 1-2-1 所示。

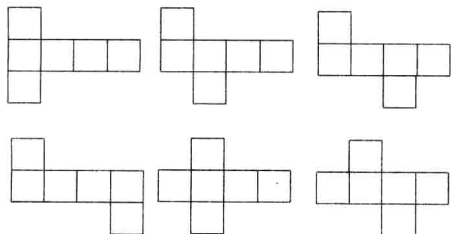


图 1-2-1

(2) 三个面连成一排的,如图 1-2-2 所示。

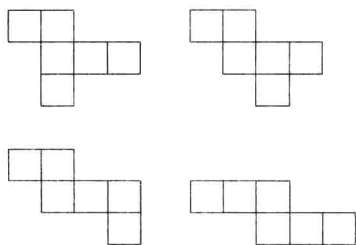


图 1-2-2

(3) 两个面连成一排的,如图 1-2-3 所示。

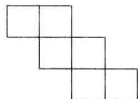


图 1-2-3

3. 圆柱、圆锥的展开图

	圆 柱	圆 锥
图 形		
侧面展开图		
表面展开图		

4. 正多面体与欧拉公式

(1) 正多面体

① 多面体: 各个面都是平面的几何体是多面体。

② 正多边形: 边长和角都相等的多边形叫正多边形。

③ 正多面体: 由形状、大小完全相同的正多边形围成的多面体叫做正多面体。

④ 正多面体有五种: 正四面体、正六面体、正八面体、正十二面体、正二十面体。

⑤ 正多面体各面形状: 正四面体、正八面体及正二十面体的各面均为全等的正三角形,而正六面体的面是全等的正方形,正十二面体的面是全等的正五边形。

(2) 欧拉公式

① 设 f 表示多面体的面数, e 表示棱数, v 表示顶点数, 则有 $f+v-e=2$.

② 欧拉公式的变式: $f=e-v+2$, $v=e-f+2$, $e=f+v-2$.

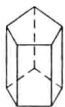
③ 欧拉公式的适用范围: 欧拉公式不仅适用于五种正多面体, 事实上, 它对于所有多面体都适用, 同时, 该公式也适用于棱柱.



典型例题

例 1 一个五棱柱如图 1-2-4 所示, 它的底面边长都是 4 cm, 侧棱长 6 cm, 回答下列问题:

(1) 这个五棱柱一共有多少个面? 它们分别是什么形状? 哪些面的形状、面积完全相同?



(2) 这个五棱柱一共有多少条棱? 它们的长度分别是多少? 图 1-2-4

(3) 这个五棱柱一共有多少个顶点?

(4) 通过对棱柱的观察, 你能说出 n 棱柱的顶点数、面数、棱数与 n 的关系吗?

解析 (1) 这个五棱柱一共有 7 个面; 其中 5 个是长方形, 2 个是五边形; 2 个五边形的底面形状、面积完全相同, 所有的侧面形状、面积完全相同.

(2) 这个五棱柱一共有 15 条棱; 5 条侧棱长度相等, 都等于 6 cm, 围成底面的所有的棱长都相等, 都等于 4 cm.

(3) 这个五棱柱一共有 10 个顶点.

(4) n 棱柱有 $2n$ 个顶点, $(n+2)$ 个面, $3n$ 条棱.

例 2 在图 1-2-5 中(每个小四边形皆为全等的正方形), 能围成一个正方体的是().

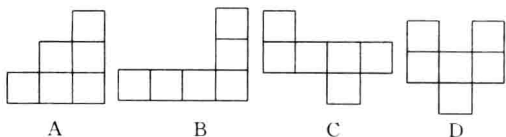


图 1-2-5

解析 因为正方体展成平面图形时未被剪开的棱应为 5 条, 而 A 有 6 条棱未被剪开, 故可排除. B 和 D 在折叠后都有一个重合的面, 故

排除.

答案 C

评注 (1) 在遇到有关正方

体展开图的问题时, 可运用空间想象将平面图形中任意一个小正方形看成正方体的某一个面, 通常选择偏中位置的小正方形作为下底面, 然后围绕下底面去想象其他面的折叠, 就很容易得出答案了, 如图 C 可以想象为图 1-2-6.

(2) 展开图中一般出现“田”字形的都不能围成正方体, 如图 A.

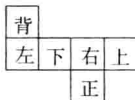


图 1-2-6



教材例题习题的变形题

例 (P10 习题第 1 题) 图 1-2-7 是某些多面体的展开图, 说出这些多面体的名称.

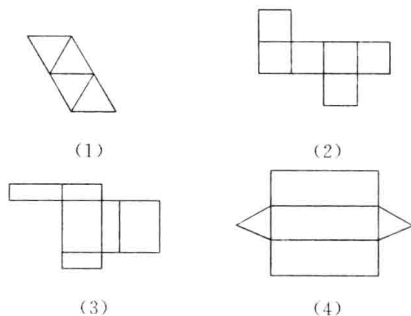


图 1-2-7

解析 图(1)是三棱锥的展开图, 图(2)是正方体的展开图, 图(3)是长方体的展开图, 图(4)是三棱柱的展开图.

评注 (1) 图是 4 个正三角形面, 围成的只能是正四面体, 即三棱锥;

(2) 图显然是正方体的展开图;

(3) 图是 6 个矩形面, 又图中 6 个面两两相同, 所以围成的应是长方体;

(4) 图是 2 个全等的三角形面, 3 个矩形面, 应是三棱柱的展开图.



学科内综合题

例 图 1-2-8 是多面体的展开图, 每个面都标注了字母, 请根据要求回答问题:

(1) 如果面 F 在多面体的底部, 那么哪一面

会在上面?

(2) 如果面 A 在前面, 从左看是面 C, 那么哪一面会在上面?

(3) 从右面看是面 D, 面 E 在后面, 那么哪一面会在上面?

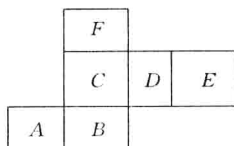


图 1-2-8

解析 这是一个长方体的表面展开图, 共有六个面, 根据所处位置可知面 A 和面 D 相对, 面 B 和面 F 相对, 面 C 和面 E 相对。

(1) 中面 F 在长方体的底部, 那么它所对的面 B 就应该在上面;

(2) 中面 A 在前面, 面 C 在左面, 那么面 A 所对的面 D 就在后面, 面 C 所对的面 E 在右面, 所以面 B 应该在上面, 而面 F 在底部;

(3) 中面 D 在右面, 那么面 D 所对的面 A 就在左面, 面 E 在后面, 那么面 E 所对的面 C 就在前面, 所以此时面 B 在底部, 而面 F 则应该在上面。

答案 (1) 面 B (2) 面 B (3) 面 F



综合应用题

例 如图 1-2-9, 有一正方体房间, 在房间内的一角 A 处有一只蜘蛛, 另一角 C_1 处逗留着一只苍蝇, 试问蜘蛛应采取怎样的行走路线, 才能以最短的路径爬到苍蝇处。如果 A 处是一只小飞虫, 它要以最短的路径飞到苍蝇处, 又应该采取怎样的行走路线呢?

解析 把正方体表面展开, 使平面 AB_1 与平面 BC_1 连在一起, 展开图如图 1-2-10(1), 连结 AC_1 , 即为蜘蛛应采取的最短行走路线之一, 同理可

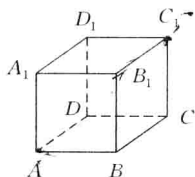


图 1-2-9

得图(2)~(6), 为另外 5 条最短路线。综上所述, 蜘蛛行走的最短路线共有 6 条。

若 A 处是一只小飞虫, 它要以最短的路径飞到苍蝇处, 应采取的行走路线为图 1-2-11 中的连线 AC_1 。

评注 由于正方体展开图有多种不同的方法, 因而从蜘蛛到苍蝇可以用 6 种不同的方法选取最短的路径。但蜘蛛只能沿正方体表面爬行,

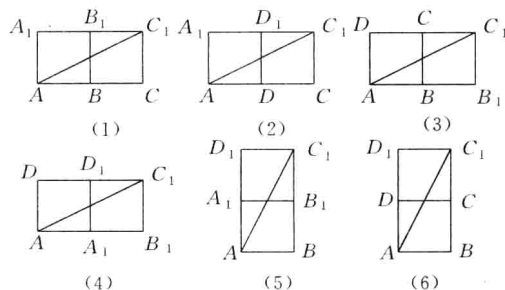


图 1-2-10

不要误认为其行走的最短路线为图 1-2-11 中的 AC_1 , 因为它在正方体内部而不在表面上。

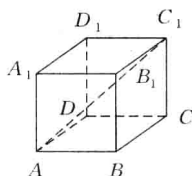


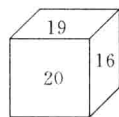
图 1-2-11



创新题

例 (探究题) 如图 1-2-12, 一个正方体六个面上分别写着六个连续的整数, 且每两个相对面上的两个数的和都相等, 问这六个整数的和为多少。

解析 因为能看到 16, 19, 20, 所以这六个连续的整数必为 16, 17, 18, 19, 20, 21 或 15, 16, 17, 18, 19, 20。若是



后者, 则由每两个相对面的数之和相等, 知 15 的对面为 20, 16 的对面为 19, 17 的对面为 18, 而由图知, 16 不为 19 的对面, 所以这六个整数只能为 16, 17, 18, 19, 20, 21, 从而它们的和为 $16+17+18+19+20+21=111$ 。

答案 111



中考题

例 (2003 年杭州) 有一块长为 a , 宽为 b 的长方形铝片, 四角各截去一个相同的边长为 x 的正方形, 折起来做成一个没有盖的盒子, 则此盒子容积 V 的表达式应该是()。

- A. $V=x^2(a-x)(b-x)$
- B. $V=x(a-x)(b-x)$
- C. $V=\frac{1}{3}x(a-2x)(b-2x)$
- D. $V=x(a-2x)(b-2x)$

解析 如图 1-2-13, 折叠后长方体盒子的

长为 $a-2x$, 宽为 $b-2x$, 高为 x , 所以 $V=x(a-2x)(b-2x)$. 故选 D.

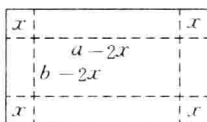
答案 D

评注 根据题意画

图 1-2-13

出示意图, 正确判断出折

叠成的长方体的长、宽、高, 然后代入长方体体积公式: 长方体体积 = 长 $\times$ 宽 $\times$ 高.



同步测试

教材基础知识针对性训练

一、选择题.

1. 一个底面边长是 6 cm, 侧棱长是 5 cm 的正六棱柱共有 18 条棱, 它们的长度和是 102 cm.
A. 18, 66 B. 6, 92
C. 18, 92 D. 18, 102
2. 图 1-2-14 中不能围成正方体的是 ().

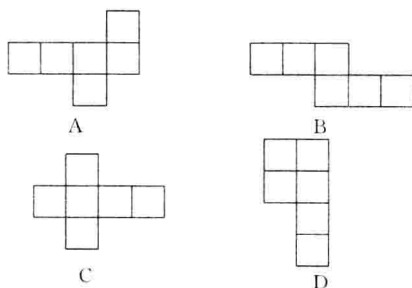


图 1-2-14

3. 如图 1-2-15 所示, 一张硬纸片沿虚线折起来便可成为一个正方体, 与“机”对面的是 ().



图 1-2-15

4. 如图 1-2-16 所示, 其中是三棱柱侧面展开图的是 ().

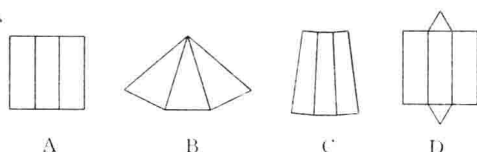


图 1-2-16

二、填空题.

1. 如果一个棱柱有 24 个顶点, 那么底面边数 $n =$ 12, 有 36 条棱, 有 12 条侧棱.

有 14 个面, 有 12 个侧面.

2. 将一个正方体的表面沿某些棱剪开, 展开成一个平面图, 则至少需要剪 7 条棱, 至多可以剪 7 条棱.

3. 图 1-2-17 是正方体的平面展开图, 每个面都标注了字母, 如果 B 在正方体的左面, C 在下面, 那么背面的字母是

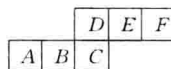


图 1-2-17

三、解答题.

1. 说出如图 1-2-18 所示的展开图是哪个物体的展开图.

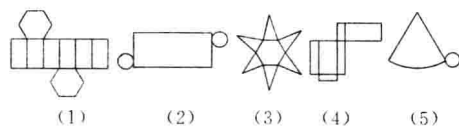


图 1-2-18

2. 已知一个八棱柱的底面棱长都是 3 cm, 侧棱长为 7 cm, 求它的侧面积.

探究应用拓展性训练

1. (学科内综合题) 如图 1-2-19, 请沿虚线折叠, 看看能折成什么形状的几何体.

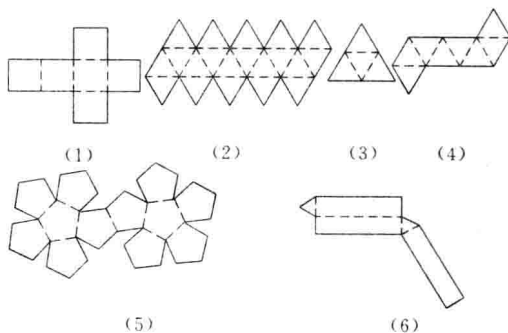


图 1-2-19

2. (学科内综合题) 用一个弧长为 24π 的扇形铁片围成一个圆锥的侧面, 求这个圆锥的底面积.

3. (与现实生活联系的应用题)

如图 1-2-20, 在一圆柱体器物的下底面沿 A 处有一只壁虎, 在上底面沿 B 处有一只小飞虫, 若壁虎不走直线, 而是绕着圆柱侧面, 沿一条螺旋形路线绕到 B 点的飞虫处, 那么它的最短路线是什么呢?



图 1-2-20