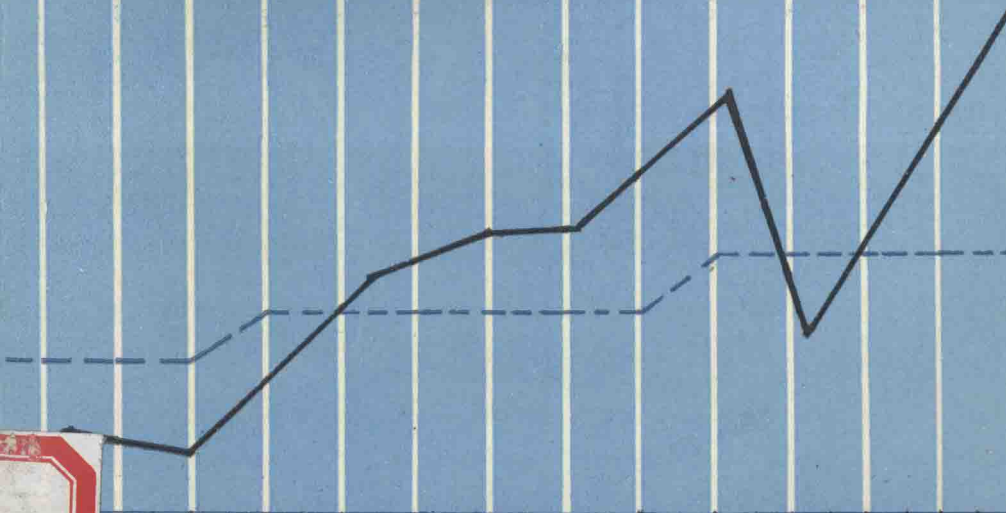


医药应用概率统计

周怀梧 主编
倪永兴 副主编



百家出版社

医药应用概率统计

周怀梧 主 编

倪永兴 副主编

百 家 · 出 版 社

医药应用概率统计

周怀梧 主编

倪永兴 副主编

百家出版社出版

新华书店上海发行所发行 群众印刷厂印刷

上海沪江电脑科技排印公司排版

开本 850×1156 1/32 印张 14.5 字数 357,000

1990年2月第1版 1990年2月第1次印刷

印数 1-7000册

ISBN 7-80576-039-x/R·02 定价: 6.00元

医药应用概率统计编写组成员

第二军医大学 薛祉绥
山东医科大学 郭怀兰 虞孝珍
山西医科大学 刘庆欧
哈尔滨医科大学 张 仲
贵阳医学院 严 燕
浙江医科大学 徐绍英 周怀梧
上海医科大学 王 珍 孙伟民
广东医药学院 饶裕珍 陈昭华
中国药科大学 倪永兴

前 言

概率论和数理统计都是研究随机现象的数量规律性的学科，在医学、药学及卫生科技工作中有着广泛的应用。我国高等医药院校中的药学、中药、生物医学工程，以及部分临床医学、卫生、检验、口腔等专业，已为本科生或研究生开设了概率统计课程。我们九所院校正是鉴于教学工作的需要而协作编写了这本教材。讲授本书全部内容约需 72 学时，其中基本部分（不打 * 号的）约需 50 学时。

本书根据医学、药学、卫生及生物医学工程科研工作的需要，结合医药科技的实际背景，叙述概率论的基本知识及数理统计的常用方法，包括：概率及其计算，随机变量和随机向量，抽样分布和抽样估计，假设检验与方差分析，正交试验的设计和分析，相关与回归分析，质量管理常用统计方法。编写中充分注意系统性、实用性和可接受性，除了可供高等医药院校各专业作教材使用以外，也可供医药卫生科技工作者自学或参考。

限于编者的教学经验和学识水平，书中或有不妥乃至错误之处，尚盼读者批评指正。

1989年6月

目 录

| | |
|---------------------------|----|
| 第一章 随机事件与概率 | 1 |
| 第一节 随机事件及其运算 | 1 |
| 第二节 概率的定义 | 5 |
| 第三节 概率的基本运算法则 | 10 |
| 第四节 全概率公式与贝叶斯公式 | 17 |
| 第五节 概率方法在疾病诊断中的应用 | 20 |
| 习题一 | 24 |
| 第二章 随机变量及其分布 | 29 |
| 第一节 离散型随机变量及其分布 | 29 |
| 第二节 连续型随机变量及其分布 | 33 |
| 第三节 随机变量的数字特征 | 38 |
| 第四节 贝努里试验与二项分布 | 49 |
| 第五节 泊松分布 | 54 |
| 第六节 正态分布 | 58 |
| 第七节 威布尔分布 | 68 |
| 习题二 | 72 |
| 第三章 随机向量 | 78 |
| 第一节 随机向量及其分布 | 78 |
| 第二节 随机向量的数字特征 | 88 |
| 第三节 大数定律和中心极限定理 | 93 |
| 习题三 | 96 |

| | | |
|------------|------------------------|-----|
| 第四章 | 抽样及抽样分布 | 98 |
| 第一节 | 抽样的概念和方法 | 98 |
| 第二节 | 样本的数字特征 | 101 |
| 第三节 | 样本分布图 | 105 |
| 第四节 | 概率纸的应用 | 110 |
| 第五节 | 抽样分布 | 119 |
| | 习题四 | 125 |
| 第五章 | 抽样估计 | 128 |
| 第一节 | 抽样估计的概念 | 128 |
| 第二节 | 参数的点估计 | 131 |
| 第三节 | 最大似然估计法 | 135 |
| 第四节 | 正态总体均数的区间估计 | 140 |
| 第五节 | 正态总体方差的区间估计 | 147 |
| 第六节 | 二项分布总体率的区间估计 | 148 |
| 第七节 | 泊松分布参数 λ 的区间估计 | 153 |
| | 习题五 | 156 |
| 第六章 | 假设检验 | 159 |
| 第一节 | 假设检验的基本原理 | 159 |
| 第二节 | 单个总体均数的检验 | 162 |
| 第三节 | 配对比较和成组比较 | 168 |
| 第四节 | 方差齐性检验 | 174 |
| 第五节 | 总体率的检验 | 177 |
| 第六节 | 非参数检验 | 183 |
| 第七节 | 适合性和独立性检验 | 189 |
| | 习题六 | 200 |

| | | |
|--------------|-------------------------|-----|
| 第七章 | 方差分析 | 206 |
| 第一节 | 方差分析的基本原理 | 206 |
| 第二节 | 单因素试验的方差分析 | 209 |
| 第三节 | 多组均值间的两两比较 | 217 |
| * 第四节 | 方差分析中的数据变换 | 220 |
| * 第五节 | 双因素试验的方差分析 | 225 |
| | 习题七 | 230 |
| 第八章 | 正交试验设计与分析 | 233 |
| 第一节 | 实验设计概论 | 233 |
| 第二节 | 正交试验的基本思想 | 235 |
| 第三节 | 正交试验的一般步骤 | 240 |
| 第四节 | 正交试验的直观分析法 | 242 |
| 第五节 | 考虑交互作用的试验分析 | 255 |
| 第六节 | 正交试验的方差分析 | 258 |
| | 习题八 | 262 |
| 第九章 | 相关与回归分析 | 265 |
| 第一节 | 相关与回归的概念 | 265 |
| 第二节 | 相关系数 | 266 |
| 第三节 | 一元线性回归 | 272 |
| 第四节 | 一元拟线性回归 | 284 |
| * 第五节 | 计算半数致死量的概率单位法 | 287 |
| | 习题九 | 296 |
| * 第十章 | 质量管理常用统计方法 | 300 |
| 第一节 | 质量管理的概念 | 300 |

| | | |
|-------------|----------------------------------|-----|
| 第二节 | 排列图法和因果分析图法 | 302 |
| 第三节 | 直方图法 | 307 |
| 第四节 | 分层法 | 314 |
| 第五节 | 控制图法 | 317 |
| 第六节 | 抽样检查方法 | 340 |
| 习题十 | | 357 |
| 参考书目 | | 361 |
| 习题答案 | | 362 |
| 附表 | | 369 |
| 1. | 二项分布表 | 369 |
| 2. | 泊松分布表 | 373 |
| 3. | 正态分布的密度函数表 | 387 |
| 4. | 正态分布表 | 389 |
| 5. | 正态分布的双侧分位数表 | 392 |
| 6. | 随机数表 | 393 |
| 7. | t 分布的双侧分位数表 | 395 |
| 8. | χ^2 分布的上侧分位数表 | 397 |
| 9. | 二项分布参数 P 的置信区间表 | 399 |
| 10. | $\varphi = 2\arcsin\sqrt{p}$ 数值表 | 407 |
| 11. | 泊松分布参数 λ 的置信区间表 | 411 |
| 12. | F 检验的临界值表 | 412 |
| 13. | 符号检验表 | 421 |
| 14. | 秩和检验表 | 423 |
| 15. | 游程总数检验表 | 424 |
| 16. | 多重比较中的 q 表 | 425 |
| 17. | 多重比较中的 s 表 | 429 |
| 18. | 正交表 | 431 |

| | |
|---------------------------------|-----|
| 19. 检验相关系数 $\rho=0$ 的临界值表 | 443 |
| 20. 百分率与概率单位对照表 | 444 |
| 21. 概率单位与权重系数对照表 | 445 |
| 22. 作业用概率单位之极小值、极大值及全距 | 446 |
| 23. 样本容量字码 | 448 |
| 24. 一次正常检查抽样方案(主表) | 449 |
| 25. 一次加严检查抽样方案(主表) | 451 |
| 26. 一次放宽检查抽样方案(主表) | 453 |
| 27. 放宽检查的界限数表 | 455 |

第一节 随机事件及其运算

一、随机试验

自然现象和社会现象大致可分为两类：一类为确定性现象，另一类为随机性现象。

为了研究客观现象的规律性，我们在一定条件下对该现象进行观察、调查或实验(统称试验)。若在相同条件下试验的结果是确定的，则此类现象称为**确定性现象**。例如，电流通过导线，使导线周围产生磁场，这是确定性现象。另一种现象则不然。虽然在相同条件下进行试验，其结果可能是这样，也可能是那样，呈现偶然性；此类现象称为**随机性现象**。人们经过长期实践，发现在大量试验中随机性现象也具有明显的规律性。

下面举一些随机性现象的例子：

抛一枚硬币，出现正面、反面的情况；

某种药品对一种疾病的治疗效果；

某电话交换台一分钟内接到的呼唤次数；

电视显像管的使用寿命(小时)。

上面这些随机性现象在试验中具有下列三个特性：

1. 可在相同的条件下重复进行；
2. 出现多个(两个或两个以上)可能的结果；
3. 每次试验之前，不能肯定将会出现哪个结果。

具有上述三个特性的试验称为随机试验(random trial), 简称试验。我们就是通过随机试验来研究随机性现象内在的规律性的。

在一随机试验中, 它的每一个可能出现的结果称为基本事件, 或称样本点(sample point)。为了研究一随机试验 E , 首先应明确该试验究竟有哪些不同的结果。随机试验 E 的基本事件(样本点) 所组成的集合称为 E 的完备事件组, 或称 E 的样本空间(sample space), 记为 U 。

U 中的元素就是试验 E 的各个基本事件。

上面所举四个试验的样本空间可依次表为:

$$U_1 = \{\text{正面, 反面}\}$$

$$U_2 = \{\text{治愈, 有效, 无效}\}$$

$$U_3 = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$$

$$U_4 = \{x \mid 0 \leq x < \infty\}$$

在具体问题中, 构造样本空间是描述随机性现象的第一步。

二、随机事件

定义 随机事件 (random event, 简称事件) A 是指样本空间 U 中的某个子集 A 。称事件 A 发生, 当且仅当子集 A 中的一个样本点出现。

例如在上述交换台的例子中, 事件 $A = \{\text{一分钟内呼唤的次数不超过 4 次}\}$ 是由五个样本点: 0, 1, 2, 3, 4 组成的。又如事件 $B = \{\text{一分钟内呼唤的次数多于 1 次少于 5 次}\}$ 是由样本点: 2, 3, 4 组成的。

事件用大写字母 A, B, C, \dots 表示。我们把样本空间 U 也作为一个事件, 因为在每次试验中必然出现 U 中的某个样本点, 也即 U 必然发生, 所以常称 U 为必然事件。类似地, 我们

把空集 V 也作为一个事件，它在每次试验中都不会发生，故称为不可能事件。

三、事件间的关系和运算

基本事件也称简单事件，一般所说的事件是指样本空间的某个子集，也称复杂事件。为了研究事件的性质，需要讨论事件的关系和运算。

设试验 E 的样本空间为 U ， A ， B ， $A_k(k=1, 2, \dots)$ 是 E 的事件。

1. 包含关系 若事件 A 发生必然导致事件 B 发生，则称事件 B 包含事件 A ，记为 $B \supset A$ ，或 $A \subset B$ 。

这可用图 1.1 来直观说明，图中长方形表示样本空间 U ，圆 A 与圆 B 分别表示事件 A 与事件 B ，事件 B 包含 A 。这种示意图称为文(Venn)图。

2. 相等关系 若事件 B 包含事件 A ，事件 A 也包含事件 B ，即 $B \supset A$ 且 $A \supset B$ ，则称事件 A 与事件 B 相等，记为 $A = B$ 。

3. 事件的并 事件 A 与事件 B 至少有一个发生，这一事件称为事件 A 与事件 B 的并(或和)，记为 $A \cup B$ (或 $A+B$)。

图 1.2 中阴影部分即表示事件 A 与事件 B 的并。

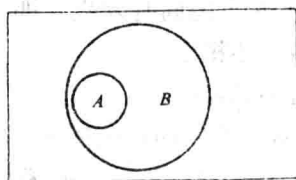


图 1.1 $A \subset B$

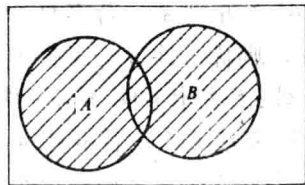


图 1.2 $A \cup B$

类似地, 事件 A_1, A_2, \dots, A_n 中至少有一个发生, 这一事件称为这 n 个事件的并(或和), 记为 $A_1 \cup A_2 \cup \dots \cup A_n$ (或 $A_1 + A_2 + \dots + A_n$), 简记为 $\bigcup_{k=1}^n A_k$ (或 $\sum_{k=1}^n A_k$)。

4. 事件的差 事件 A 发生而事件 B 不发生, 这一事件称为事件 A 与事件 B 的差, 记为 $A-B$ (图 1.3)。

5. 事件的交 若事件 A 与事件 B 同时发生, 则这一事件称为事件 A 与事件 B 的交 (或积), 记为 $A \cap B$ 或 $A \cdot B$ 或 AB (图 1.4)。

事件 A_1, A_2, \dots, A_n 同时发生, 这一事件称为这 n 个事件的交 (或积), 记为 $A_1 \cap A_2 \cap \dots \cap A_n$, (或 $A_1 A_2 \dots A_n$), 简记为 $\bigcap_{k=1}^n A_k$ (或 $\prod_{k=1}^n A_k$)。

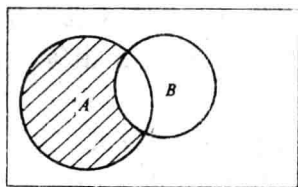


图 1.3 $A-B$

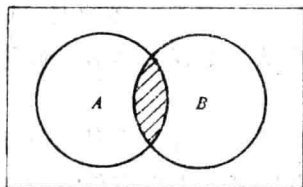


图 1.4 $A \cap B$

6. 互斥关系 若事件 A 与事件 B 不能同时发生, 即 $A \cap B = \emptyset$, 则称事件 A 与事件 B 互斥(或互不相容)。

图 1.5 表示事件 A 与事件 B 是互不相容的。

7. 互逆关系 若事件 A 与事件 B 互斥, 而且在任何一次试验中二者必有一个发生, 即 $A \cap B = \emptyset$ 且 $A \cup B = U$, 则称事件 A 与事件 B 互逆(或互相对立)。 A 的对立事件记为 \bar{A} (图 1.6)。

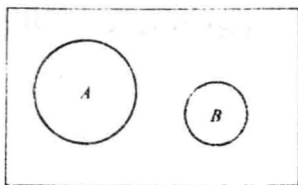


图 1.5 $A \cap B = \emptyset$

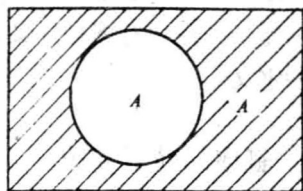


图 1.6 \bar{A}

从上面的讨论可以看到，概率论中事件间的关系和运算与集合论中集合间的关系和运算是一致的，见表 1.1。

表 1.1

| 记号 | 概 率 论 | 集 合 论 |
|------------------|------------------------|-------------------|
| U | 样本空间，必然事件 | 全集 |
| V | 不可能事件 | 空集 |
| e | 基本事件 | 元素 |
| A | 事件 | 子集 |
| \bar{A} | A 的对立事件 | A 的余集 |
| $A \subset B$ | 事件 A 发生导致事件 B 发生 | A 是 B 的子集 |
| $A = B$ | 事件 A 与事件 B 相等 | A 与 B 相等 |
| $A \cup B$ | 事件 A 与事件 B 至少有一个发生 | A 与 B 的并集 |
| $A \cap B$ | 事件 A 与事件 B 同时发生 | A 与 B 的交集 |
| $A - B$ | 事件 A 发生而事件 B 不发生 | A 与 B 的差集 |
| $AB = \emptyset$ | 事件 A 与事件 B 互不相容 | A 与 B 没有相同的元素 |

第二节 概率的定义

上面已指出，随机试验虽然是在一定条件下进行观察和实验，而一个随机事件却可能发生也可能不发生。那么能否对随机事件发生的可能性大小作出度量呢？

所谓事件的概率，粗糙地说，就是事件发生的可能性大小的一种度量。概率有多种定义方式，下面是科学技术工作中常用的两种定义：

一、概率的统计定义

1、频率

从频率来引出概率的统计定义如下：

定义 设在 n 次随机试验中，事件 A 出现 m 次，比值

$$f_n(A) = \frac{m}{n} = \frac{A \text{ 发生的试验次数}}{\text{试验的总次数}} \quad (1.1)$$

称为事件 A 在 n 次试验中出现的频率(frequency)， m 称为频数。

医疗工作中所说的发病率、死亡率、治愈率等都是频率，常用百分数表示。显然，频率具有如下性质：

$$0 \leq f_n(A) \leq 1 \quad (1.2)$$

例 1 在某地区 40 岁以上的居民中进行心血管疾病调查，结果在 4000 名男子中发现冠心病患者 132 人；在 1800 名女子中发现患该病的有 60 人。所以，该地区 40 岁以上男子患冠心病(记为 M) 的频率为

$$f(M) = \frac{132}{4000} = 3.30\%$$

40 岁以上女子中患冠心病(记为 W) 的频率为

$$f(W) = \frac{60}{1800} = 3.33\%$$

2. 频率的稳定性

例 2 掷一枚质量均匀的硬币，出现正面与反面的机会是相等的，即在大量重复试验中，出现正面的频率应接近于 0.5。为了验证这一点，历史上曾有几位数学家做过试验，结果见表 1.2。

表 1.2

| 实验者 | 掷硬币次数 | 出现正面次数 | 频率 |
|-----|-------|--------|--------|
| 狄摩根 | 2048 | 1061 | 0.5181 |
| 蒲丰 | 4040 | 2048 | 0.5069 |
| 皮尔逊 | 12000 | 6019 | 0.5016 |
| 皮尔逊 | 24000 | 12012 | 0.5005 |

例 3 瑞典 1935 年官方统计资料显示该年各个月份出生的男婴和女婴人数，以及生女频率见表 1.3。

表 1.3

| 月份 | 总数 | 男婴 | 女婴 | 生女频率 |
|----|-------|-------|-------|--------|
| 1 | 7280 | 3743 | 3537 | 0.486 |
| 2 | 6957 | 3550 | 3407 | 0.490 |
| 3 | 7883 | 4017 | 3866 | 0.490 |
| 4 | 7884 | 4173 | 3711 | 0.471 |
| 5 | 7892 | 4117 | 3775 | 0.478 |
| 6 | 7609 | 3944 | 3665 | 0.482 |
| 7 | 7585 | 3964 | 3621 | 0.477 |
| 8 | 7393 | 3797 | 3596 | 0.486 |
| 9 | 7203 | 3712 | 3491 | 0.485 |
| 10 | 6903 | 3512 | 3391 | 0.491 |
| 11 | 6552 | 3392 | 3160 | 0.482 |
| 12 | 7132 | 3761 | 3371 | 0.473 |
| 全年 | 88273 | 45682 | 42591 | 0.4825 |

由表 1.3 可以发现一个有趣的现象，即各个月份的生女频率摆动于 0.4825 左右。