现代数学译丛 23

组合最优化：理论与算法

〔德〕Bernhard Korte Jens Vygen 著
越民义 林诒勋 姚恩瑜 张国川 译

科学出版社

华罗庚-吴文俊数学出版基金资助项目

现代数学译丛 23

组合最优化：理论与算法

〔德〕 Bernhard Korte　Jens Vygen　著

越民义　林诒勋　姚恩瑜　张国川　译

科学出版社

北京

图字：01-2006-7397 号

内 容 简 介

本书系统和全面地介绍了组合优化的基本理论和重要算法. 全书共分 22 章, 内容既包括图论、线性和整数规划以及计算复杂性等基础部分, 又涵盖了组合优化中若干重要问题的经典结果和最新进展. 除了对理论的深刻讨论外, 书中还提供了丰富的研究文献和具有挑战性的习题.

本书是组合优化领域的重要著作, 既可作为研究生教材, 也是一本从事组合优化研究的必备参考书.

图书在版编目(CIP)数据

组合最优化：理论与算法/(德)科泰(Korte, B.)等著；越民义等译. —北京：科学出版社, 2014.1
(现代数学译丛；23)
ISBN 978-7-03-039342-5
I.①组… II.①科… ②越… III.①组合-最佳化 IV.①O122.4
中国版本图书馆 CIP 数据核字(2013)第 304918 号

责任编辑：赵彦超／责任校对：朱光兰
责任印制：赵德静／封面设计：王 浩

科学出版社 出版
北京东黄城根北街 16 号
邮政编码：100717
http://www.sciencep.com

三河市骏杰印刷厂 印刷
科学出版社发行 各地新华书店经销
*
2014 年 1 月第 一 版 开本：720×1000 1/16
2014 年 1 月第一次印刷 印张：35 1/2
字数：682 000

定价：148.00 元

(如有印装质量问题，我社负责调换)

译 者 序

组合优化作为一门学科出现已近 50 年了. 由于这门学科的问题和模型多来源于实际, 并为信息社会和生产系统提供决策服务, 因而吸引了众多的数学工作者. 在我国使用较多的教材是 Papadimitriou 和 Steiglitz 于 20 世纪 80 年代所著的《组合优化: 算法与复杂性》. 然而随着组合优化学科的快速发展, 涌现了大量的新模型和新方法. 广大青年学子亟需一本既可以用于教学, 又有助于研究, 基础深厚且涵盖面广的书. 德国波恩大学离散数学研究所的 Korte 和 Vygen 所著的《组合最优化: 理论与算法》第一版于 2000 年问世. 此书在内容取材上几乎覆盖了组合优化的所有分支, 同时在理论上很有深度. 所有基本的定理均给出严格证明. 大量的习题既包含基础性的题目, 也包括研究性的题目. 前者可以帮助读者对基本概念和方法的理解, 后者则引导读者对某个问题作深入的思考和研究. 针对问题的难易, 习题中还给出了提示和需要查阅的研究文献. 总之, 这是一本难得的教材和参考书, 其第一版一经发行便在同行中引起很大的反响, 随后第二版、第三版和第四版相继问世, 同时日文、德文和法文的译本也在近两年相继发行. 本次中译本的翻译和出版得到了作者的大力支持和热情帮助.

中译本是在原著第四版以及原作者近期修改的基础上完成的. 译者及分工如下: 姚恩瑜 (第 1~6 章)、林诒勋 (第 7~12 章)、越民义 (第 13~17 章)、张国川 (第 18~22 章), 全书由张国川负责协调. 在本书软件处理过程中曾得到部分学生的协助, 译者在此对刘龙城、王秀梅和余国松表示感谢. 为保证译文的准确和风格的统一, 四位译者曾集中商讨过两次, 但由于各自文字描述和风格上的差异, 或有前后不统一之处, 还请读者见谅. 限于译者自身的水平, 对原文的理解或有不当之处, 恳请指正为盼.

译 者

2011 年 3 月

第四版序言

随着四个英文版本的出版, 四种其他语言的译本亦将面市, 我们非常高兴看到本书的发展. 在第四版中, 我们再一次作了修改、更新和实质上的扩充, 增加了一些迄今或许被遗漏的经典材料, 特别是关于线性规划、网络单纯形算法以及最大割问题, 也增加了一些新的习题, 并更新了文献. 我们希望, 这些改变能为教学和研究人员学习本书提供更好的基础.

我们要对德国自然科学院和人文科学院联盟以及北莱茵 - 威斯特法尔科学院通过长期的研究项目 “离散数学及其应用” 给予的不断支持表示感谢. 许多同行对第三版给予积极的反馈, 对他们富有价值的评论我们表示感谢, 特别是 Takao Asano, Christoph Bartoschek, Bert Besser, Ulrich Brenner, Jean Fonlupt, Satoru Fujishige, Marek Karpinski, Jens Maßberg, Denis Naddef, Sven Peyer, Klaus Radke, Rabe von Randow, Dieter Rautenbach, Martin Skutella, Markus Struzyna, Jürgen Werber, Minyi Yue 以及 Guochuan Zhang.

在 http://www.or.uni-bonn.de/~vygen/co.html, 我们将继续保持有关本书更新的讯息.

Bernhard Korte, Jens Vygen

波恩, 2007 年 8 月

第三版序言

五年已经过去, 现在该是将原有版本加以彻底修改和进行实质扩充的时候了. 这其中最显著的特点就是全新的关于设备选址的一章. 对于这一类重要的 NP 困难问题, 直到八年前人们还不知道有常因子的近似算法. 今天, 已有了几个令人关注和很不相同的技巧导致良好的近似保证, 使得这一领域特别迷人, 在教学方面也是如此. 事实上, 本章来自一门讲授设备选址的专门课程.

其他各章中也有许多部分进行了实质的扩充. 新的材料包括 Fibonacci 堆、Fujishige 的新的最大流算法、时变流、关于次 (子) 模函数最小化的 Schrijver 算法, 以及 Robins-Zelikovsky 的 Steiner 树近似算法. 有几个证明已经现代化, 还增添了许多新的习题和文献.

我们要感谢那些对于第二版给我们反馈的同行, 特别是 Takao Asano, Yasuhito Asano, Ulrich Brenner, Stephan Held, Tomio Hirata, Dirk Müller, Kazuo Murota, Dieter Rautenbach, Martin Skutella, Markus Struzyna 以及 Jürgen Werber, 对于他们富有价值的评论, 我们谨致以衷心的谢意. 要特别提到的是 Takao Asano 的手稿和 Jürgen Werber 关于第 22 章的校对, 这使我们在本书许多地方的表达方式得到改善.

我们要再一次提到德国自然科学院和人文科学院联盟以及北莱茵 - 威斯特法尔科学院, 他们通过长期项目 “离散数学及其应用” 持续地给予支持, 这一项目是由德国教育与研究部和北莱茵 - 威斯特法尔州赞助的, 对此我们谨表谢意.

Bernhard Korte, Jens Vygen

波恩, 2005 年 5 月

第二版序言

令我们喜出望外的是：本书第一版在第一次发行后的约一年时间里便销售一空. 我们从来自同行和广泛的读者那里所发出的信件及许多积极的甚至是热情的评论中得到鼓舞. 我们得到几位同行的帮助, 他们发现了本书中打印和其他方面的一些错误. 特别地, 我们要感谢 Ulrich Brenner, András Frank, Bernd Gärtner 以及 Rolf Möhring. 当然, 所有迄今已发现的错误在第二版中皆已得到改正, 另外, 参考文献也得以进一步更新.

还有, 第一版的序言有一缺点. 虽然我们一一列举了所有帮助过我们准备此书的个人, 但却忘记提及相关单位的支持. 为此, 我们将在此处加以补救.

不言而喻, 一本历时七年的书的写作曾得益于来自许多不同单位的资助, 我们要明确提到由匈牙利科学院和德国科学研究协会赞助的匈 – 德双边研究计划、德国科学研究协会的两个特别研究单位 (Sonderforschungsbereiche)、法国研究与技术部、洪堡基金 (通过 Prix Alexandre de Humboldt 给予支持) 以及欧共体委员会 (因参与两个计划 DONET). 我们最要衷心感谢的是德国自然科学院和人文学院联盟以及北莱茵 – 威斯特法尔科学院, 由德国教育与研究部和北莱茵 – 威斯特法尔州长期支持的 "离散数学及其应用" 项目对本书来说是至关重要的.

Bernhard Korte, Jens Vygen

波恩, 2001 年 10 月

第一版序言

组合优化是离散数学中最年轻和最活跃的一个领域, 今天可能已成为离散数学的推动力. 五十年来, 它以其自身具有的价值成为一门学科.

本书讲述了组合优化中最重要的概念、理论结果和算法. 我们希望将其写成一本高年级研究生的课本, 同时也可用作当前研究工作的与时并进的一本参考书. 书中包含图论、线性与整数规划, 以及计算复杂性理论的必不可少的基础部分, 也包括组合优化中经典的以及非常近代的课题. 本书主要集中于理论结果和可以证明其具有良好性能的算法, 应用和启发式算法则会偶然提到.

组合优化的根源是组合学、运筹学以及理论计算机科学. 促使这门学科发展的原因是成千现实生活中的问题皆可表达成抽象的组合优化问题. 我们将集中对一些在许多不同背景中出现的经典问题以及与之相伴的基本理论进行详尽的研讨.

大多数组合优化问题皆可用图的语言和 (整) 线性规划来表达. 因此, 本书在作一引论之后即开始回顾图的基础理论和证明线性规划与整数规划中与组合优化最为相关的一些结果.

其次, 我们对组合优化中的一些经典课题进行研讨: 最小支撑树、最短路、网络流、匹配与拟阵. 第 6~14 章所讨论的大多数问题皆具有多项式时间 (“有效”) 算法, 而第 15~21 章所研究的问题大多数皆是 NP 困难的, 即多项式时间算法是不太可能存在的. 在许多情况下, 人们至少可以找到近似算法, 它们具有一定的性能保证. 另外, 我们也提到一些别的策略以对付此种 “难” 题.

本书在不少方面超出了组合优化的正规教材的范围. 例如, 本书包括了最优性与 (关于满维数多面体的) 分离性的等价关系、基于可分解的匹配算法的 $O(n^3)$ 实现、图灵机、完全图定理、MAXSNP 困难度、Karmarkar-Karp 关于装箱问题的算法、最近关于多种物资流的近似算法、可靠网络设计以及欧氏旅行商问题. 上述所有问题的结论皆伴有详细的证明.

当然, 没有一本组合优化的书可以绝对包罗万象. 所有课题之中, 我们在本书中只是简单提到或者根本就没有包括进去的, 比如树分解、分离算子、次 (子) 模流、路匹配、δ 拟阵、拟阵均等 (parity) 问题、选址与排序问题、非线性问题、半正定规划问题、算法的平均情况分析、高等数据结构、并行计算与随机算法、概率上可核查的证明理论 (我们提到 PCP 定理但未给出证明).

各章末尾的习题包含了该章所述材料的附加结果和应用. 有些可能较为困难的习题皆加上了星号 $(*)$. 各章结尾处的参考文献包含了供读者进一步阅读的相关文章.

本书起始于几个关于组合优化的课程和关于诸如多面体组合学或近似算法之类的专题讨论班. 因此, 关于基础性的或高深的课程可以从本书中选取教材.

从与许多同行和朋友的讨论中, 当然还有从关于这一学科的其他教材中, 我们受益匪浅, 特别地, 我们要真诚地感谢 András Frank, László Lovász, András Recski, Alexander Schrijver 和 Zoltán Szigeti. 我们在波恩的同行和学生 Christoph Albrecht, Ursula Bünnagel, Thomas Emden-Weinert, Mathias Hauptmann, Sven Peyer, Rabe von Randow, André Rohe, Martin Thimm 以及 Jürgen Werber, 他们曾仔细阅读了手稿的几种版本并帮助修改. 最后但仍然很重要的是, 我们要感谢 Springer 出版社最有效的合作.

Bernhard Korte, Jens Vygen

波恩, 2000 年 1 月

符 号 表

$\mathbb{N}$	自然数集 $\{1,2,3,\cdots\}$
$\mathbb{Z}$ ($\mathbb{Z}_+$)	(非负) 整数集
$\mathbb{Q}$ ($\mathbb{Q}_+$)	(非负) 有理数集
$\mathbb{R}$ ($\mathbb{R}_+$)	(非负) 实数集
$\subset$	真子集
$\subseteq$	子集
$\dot{\cup}$	不交并
$X \triangle Y$	集合 X 与 Y 的对称差
$\|\|x\|\|_2$	向量 x 的欧氏范数
$\|\|x\|\|_\infty$	向量 x 的无穷范数
$x \bmod y$	唯一数 z 使得 $0 \leqslant z < y$ 并且 $\frac{x-z}{y} \in \mathbb{Z}$
x^{T}, A^{T}	向量 x 与矩阵 A 的转置
$\lceil x \rceil$	不严格小于 x 的最小整数
$\lfloor x \rfloor$	不严格大于 x 的最大整数
$f = O(g)$	O 表示法
$f = \Theta(g)$	Θ 表示法
$\mathrm{size}(x)$	x 的编码长度; x 的二进制字符串长度
$\log x$	x 以 2 为底的对数
$V(G)$	图 G 的顶点集
$E(G)$	图 G 的边集
$G[X]$	由 $X \subseteq V(G)$ 诱导的 G 的子图
$G - v$	图 G 中由 $V(G) \setminus \{v\}$ 诱导的子图
$G - e$	图 G 删去边 e 的子图
$G + e$	图 G 添加边 e 后的图
$G + H$	图 G 和 H 的并集
G/X	在图 G 中将顶点集 X 收缩成单点所得的生成图
$E(X,Y)$	两端点分别在顶点集 $X \setminus Y$ 和 $Y \setminus X$ 的边集
$E^+(X,Y)$	顶点集 $X \setminus Y$ 到 $Y \setminus X$ 的有向边集
$\delta(X)$, $\delta(v)$	$E(X, V(G) \setminus X)$, $E(\{v\}, V(G) \setminus \{v\})$
$\Gamma(X)$, $\Gamma(v)$	顶点集 X 的邻点集, 顶点 v 的邻点集
$\delta^+(X)$, $\delta^+(v)$	顶点集 X 的出边集, 顶点 v 的出边集
$\delta^-(X)$, $\delta^-(v)$	顶点集 X 的入边集, 顶点 v 的入边集
2^S	S 的幂集

K_n	n 个顶点的完全图
$P_{[x,y]}$	路径 P 的 x-y 子路径
$\mathrm{dist}(v,w)$	最短 v-w 路径的长度
$c(F)$	$\sum_{e\in F} c(e)$ (假设 $c: E\to\mathbb{R}$ 以及 $F\subseteq E$)
$K_{n,m}$	n 个和 m 个顶点构成的完全二分图
$cr(J,l)$	多胞形 J 与直线 l 的交点数
G^*	图 G 的平面对偶图
e^*	图 G^* 的一条边; 边 e 的对偶
$x^{\mathrm{T}}y$, xy	向量 x 与 y 的内积
$x\leqslant y$	给定向量 x 和 y, 不等号在 x 和 y 的每个分量上成立
$\mathrm{rank}(A)$	矩阵 A 的秩
$\dim X$	非空集 $X\subseteq\mathbb{R}^n$ 的维数
I	单位阵
e_j	j-单位向量 (第 j 个分量为 1, 其余为 0)
A_J	由矩阵 A 中 J 的对应行组成的子矩阵
b_J	由向量 b 中指标集 J 对应元素组成的子向量
$\mathbb{1}$	各分量均为 1 的向量
A^J	由矩阵 A 中指标集 J 所对应列组成的子矩阵
$\mathrm{conv}(X)$	集合 X 中所有向量的凸包
$\det A$	矩阵 A 的行列式
$\mathrm{sgn}(\pi)$	排列 π 的符号函数
$E(A,x)$	椭球
$B(x,r)$	欧氏空间中以 x 为圆心、r 为半径的球
$\mathrm{volume}\,(X)$	非空集 $X\subseteq\mathbb{R}^n$ 的容积
$\lVert A\rVert$	矩阵 A 的范数
X°	集合 X 的极点集
P_I	多胞形 P 的整数包
$\Xi(A)$	矩阵 A 子行列式的最大绝对值
P', $P^{(i)}$	P 的 1 阶, i 阶 Gomory-Chvátal 割体
$LR(\lambda)$	拉格朗日松弛
$\delta(X_1,\cdots,X_p)$	多割
$c_\pi((x,y))$	边 (x,y) 关于 π 所降低的费用
$(\bar{G},\bar{c})$	(G,c) 在度量空间中的闭包
$\mathrm{ex}_f(v)$	顶点 v 的入流与出流之差
$\mathrm{value}\,(f)$	s-t 流的值 f
$\overleftrightarrow{G}$	图 G 添加反向边所得的有向图
$\overleftarrow{e}$	有向边 e 的反向边

$u_f(e)$	边 e 关于流 f 的剩余容量
G_f	关于流 f 的剩余图
G_f^L	图 G_f 的分层图
λ_{st}	最小 s-t 截的容量
$\lambda(G)$	图 G 中最小截的容量 (边连通度)
$\nu(G)$	图 G 中匹配的最大基数
$\tau(G)$	图 G 顶点覆盖的最小基数
$T_G(x)$	图 G 关于向量 x 的 Tutte 矩阵
$q_G(X)$	图 G-X 中顶点个数为奇数的连通分支数目
$\alpha(G)$	图 G 中稳定集的最大基数
$\zeta(G)$	图 G 的边覆盖的最小基数
$r(X)$	集合 X 在独立系统中的秩
$\sigma(X)$	集合 X 在独立系统中的闭包
$\mathcal{M}(G)$	无向图 G 的圈拟阵
$\rho(X)$	集合 X 在独立系统中的低阶秩
$q(E,\mathcal{F})$	独立系统的秩商 $(E,\mathcal{F})$
$C(X,e)$	对于 $X\in\mathcal{F}: X\cup\{e\}$ 的唯一圈 (或 $\varnothing$, 若 $X\cup\{e\}\in\mathcal{F}$)
$(E,\mathcal{F}^*)$	独立系统 $(E,\mathcal{F})$ 的对偶
$P(f)$	次模函数 f 的多胞拟阵
$\sqcup$	空字符
$\{0,1\}^*$	所有二进制字符串集合
P	多项式时间可解的判定问题类
NP	具有肯定验证的判定问题类
$\overline{x}$	字 x 取非
coNP	NP问题的补集
$\mathrm{OPT}(x)$	实例 x 的最优解值
$A(x)$	算法 A 对该优化问题实例 x 所得解的值
$\mathrm{largest}(x)$	实例 x 中的最大整数值
$H(n)$	$1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\cdots+\frac{1}{n}$
$\chi(G)$	图 G 的着色数
$\omega(G)$	图 G 中最大团的顶点数
$\mathrm{Exp}(X)$	随机变量 X 的期望值
$\mathrm{Prob}(X)$	事件 X 的发生概率
$\mathrm{SUM}(I)$	I 中全部元素之和
$\mathrm{NF}(I)$	NEXT-FIT 算法对实例 I 的输出结果
$\mathrm{FF}(I)$	FIRST-FIT 算法对实例 I 的输出结果

$\mathrm{FFD}(I)$	First-Fit-Decreasing 算法对实例 I 的输出结果
$G_i^{(a,b)}$	移动网格
$Q(n)$	K_n 中环游所对应的邻接向量的凸包
$\mathrm{HK}(K_n, c)$	TSP问题实例 (K_n, c) 的 Held-Karp 界
$c_F(X)$, $c_F(x)$	设施的费用
$c_S(X)$, $c_S(x)$	服务费用

目　录