

地質投影基礎

(勘探系各專業用)

成都地質學院

制圖力學教研室

1966.3.

地质投影基础

目 录

	引 言	2
第一章	投影的基本知识	4
第二章	标高投影	13
第三章	极射平等投影	

成 都 地 质 学 院

引 言

一、課程性质、目的及任务

本課程是一门技术基础課。

它的主要目的是为解决地质上常見的几何性问题的表示和求解打下投影方面的基础。例如要将地形、岩层或晶面等表示成平面图形，以及在平面上解决岩层和地形或晶面与晶面之间的几何关系（譬如两者的相交线或者晶面的夹角等问题），便須通过投影方法来完成。

在地质工程中，往往是通过地形图和地质构造图来解决有关问题的，而绘制和阅读地形图和地质构造图时，就要运用标高投影基础知识，因此，本課程的主要任务是：教会学生掌握标高投影的基本知识、基本理论和基本方法，为绘制和阅读地形图及地质构造图打下有关的投影基础；其次，地质上还要解决有关夹角的问题，例如二晶面或二晶轴的夹角，或者二岩层面以及钻孔与岩层的夹角等问题，就要运用吴氏网这个工具，而吴氏网的投影基础是极射基平投影，所以本課程^{其次}的任务便是：为正确理解和应用吴氏网以解决地质上有关的问题，而适当介绍极射基平投影作为它的理论基础。再其次，地质工作中有时要绘制立体图以表示出地形内外部结构的^程空间形态，即是画出地质块状图，因此，本課程还須教会学生掌握块状图的画法。

为达到和完成上述目的及任务，本課程所包含的内容，除标高投影，极射基平投影及块状图的画法外，还介绍了“二视图”。各内容及其所牵涉的名词术语等，将在有关章节中详细阐述。

二、学习方法和要求

根据每门课程的不同特点，掌握該课程的学习方法，也是决

既能不能学好该门课程的重要关键之一。由上所述，本课程的目的^是为解决地质方面的几何性问题进行表示和解时打下投影基础的，换句话说，几何性问题的表示和解任务，是通过投影方法来完成的。这里所说的表示，即是把空间物体根据投影原理表示成平凸图形的方法，而解则是在表示的基础上根据平凸图形解决空间几何性问题的方法。因此可以看出本课程具有下面两大特点：

(一) 本课程自始至终都在贯穿着“空间—平凸—空间”这一反复的对应关系。例如表示，是将空间物体用投影方法表示成平凸图形，这是“从空间到平凸”，而人们在阅读平凸图形所表达的对象和从平凸图形上解决空间几何性问题时，则又须“从平面到空间”，把平凸与空间的对应关系分析清楚以便进行作图。根据这个特点，同学在学习过程中，便须对^那些几何性问题的空间与平凸关系，进行详细分析对照，想不清楚就拿纸片做模型、捏泥巴团，使得所表达的对象在空间形象地体现出来，直至弄清楚每个几何问题的平凸与空间的对应关系为止。

(二) 本课程在表示和解问题时，都表现了“以图为主”这一特点，因此，学习时便须根据几何关系和投影方法对投影图“多想象、多分析、多实践”，想象各种几何要素所处的位置及其形态，分析其相互的依存关系，但想象与分析又都必须建立在实践的基础上，针对不同的投影图样，拿与之相关的实物、模型和投影进行研究，仔细思考，以便得出正确的结论。

此外，要求学生具有认真负责的学习态度和逐步培养正确的思维方法也是很重要的。要求作到“三严”、“二活”，即“严肃认真、严格要求、严密思考”、“活学活用”。不要只满足于记住了几条几何定理或特性，掌握了一些投影概念，还要研究它们在什么条件下产生的；要善于提出问题，深入思考以求真正理解；不要只从定理或概念出发去解决几何问题，而要详细分析每一几何问题的几何特性及其内在联系。

第一章 投影的基本知识

第一节 投影方法及其分类

我们常在阳光或灯光下，看见许多物体的影子映在地面或墙壁上（如图 1-1a），

这种现象，从本质上
看是由于光线照射物
体时，不透明的物体
遮住了一部分光线，
其余的光线则从物体
的轮廓以外到达地面
或墙壁，从而出现了
物体的影子。光线所
具有的这种特性，在
任何情况下都存在，
只要有光源和接受影
子的面（平面或曲面）

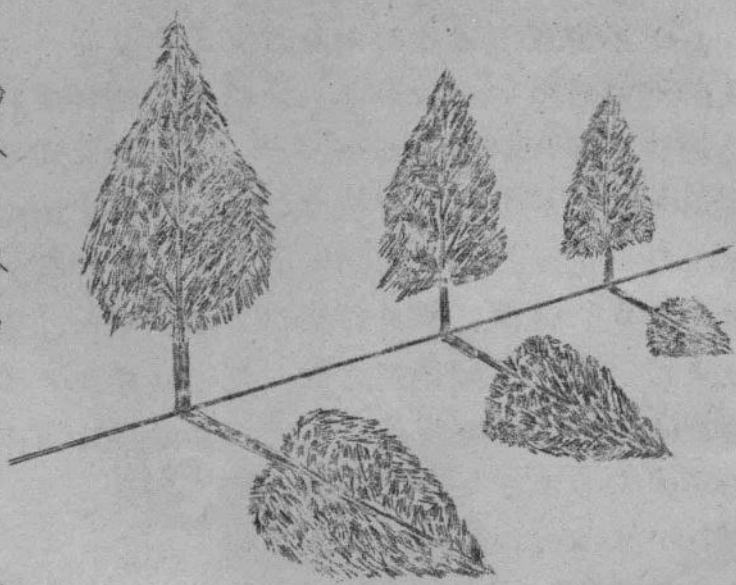


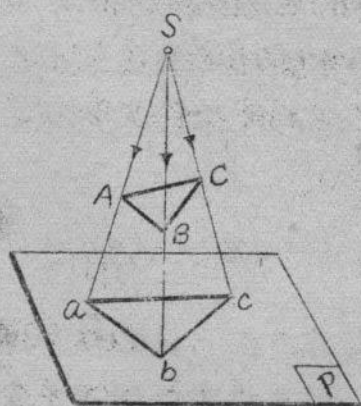
图 1-1a

物体被照射便会呈现自己的影子，这反映了物体的或形的原理。我们把这种原理，经过几何抽象，就成为投影原理。其所呈现的影子就叫该物体的投影，接受投影的面叫做投影面，照射物体的光线叫投影线。基于这一原理，我们用它来研究空间几何元素（点、线、面）的投影问题，从而产生了不同的投影方法。因此，投影方法即是利用投影原理将物体投射到投影面上以获得其投影的一种作图方法，简称投影法。

投影法可分为两大类，即中心投影法和平行投影法，现分述如下：

(一) 中心投影法 (参 1-1b)。

设在空间给定一三角形 ABC 及某一平面 P ，在平面 P 外任取一点 S ，并用直线将它与三角形各顶点 A 、 B 及 C 连接；在直线 SA 、 SB 及 SC 与平面 P 的相交处，得出点 a 、 b 及 c ，这三个点就叫做点 A 、 B 、 C 在 P 平面上的投影。用直线将 a 、 b 、 c 依次连接成三角形 abc ，这便是三角形 ABC 的中心投影参。



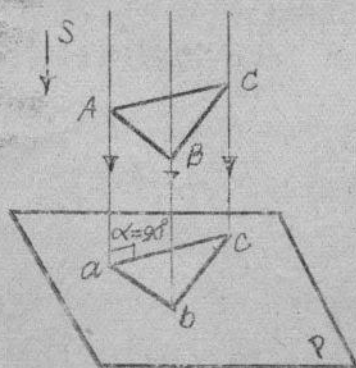
参 1-1b

点 S ，叫做投射中心，平面 P 叫做投影面；直线 SA 、 SB 及 SC 叫做投影线。我们把这种投影线集中于一点的投影方法，称为中心投影法。

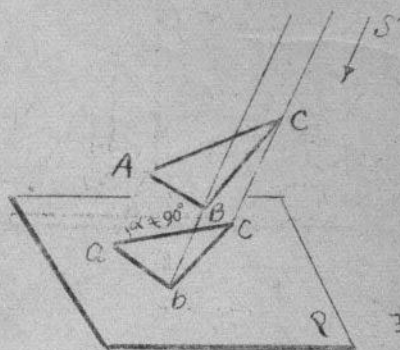
参，空间的点用 A 、 B 、 C ... 等大写字母表示，其投影用对应的小写字母 a 、 b 、 c ... 等表示。

(二) 平行投影法 (参 1-2)。

当投射中心移向无穷远处时，则投影线 SA 、 SB 及 SC 即可视为互相平行，如参 1-2 所示。此时应指明投影方向。这种方法称为平行投影法。



参 1-2 a



参 1-2 b

在平行投影法中，如果投影线垂直于投影面，则称正投影法 (参 1-2 a)；如果投影线倾斜于投影面，则称斜投影法 (参 1-2 b)。参中 S 为投影方向。

我们把投射线和投影面及其所据有的投影空间，合称为投影体系。当投射线的改变（集中于一点或平行，与投影面垂直与歪）或投影面不同（单面或多面、平面或曲面）时，可形成不同的投影体系。

第二节 投影的基本性质

投影法是在一定的投影体系中，研究空间各种几何元素（点、线、面）经过投影后保留不变的几何特性。这些不变的几何特性就是本课程用来进行作图的依据。

下面先谈在投影面为平面的投影体系中，都具有正确的基本性质：

(一) 直线的投影仍为直线，特殊情况为一点。

如题 1-3a 所示，直线 AB 在以点 S 为投射中心，平面 P 为投影面的条件下，其投影 ab 仍为直线。但特殊情况，即当 S 、 C 和 D 三点共投射线时，直线 CD 的投影 cd 变为一点。又如题 1-3b 所示，在平行投影体系中，也具有这种性质。

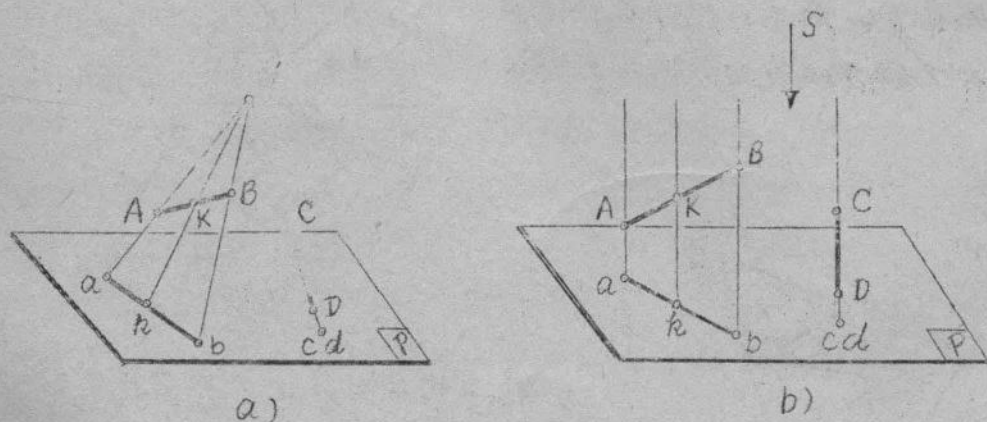


图 1-3

(二) 线上的点，其投影必在该线的投影上。

如题 1-3 所示，点 K 是直线 AB 上的点，则其投影 k 即在 ab

的投影 ab 上。

其次，再提出关于平行投影的基本性质：

(一) 一般情况下，一直线上两线段之比等于其投影之比。

如图 1-4，设点 K 在线段 AB 上，并将 AB 分割为 AK 、 KB 两段，其投影分别为 ak 及 kb ，则

$$AK:KB = ak:kb.$$

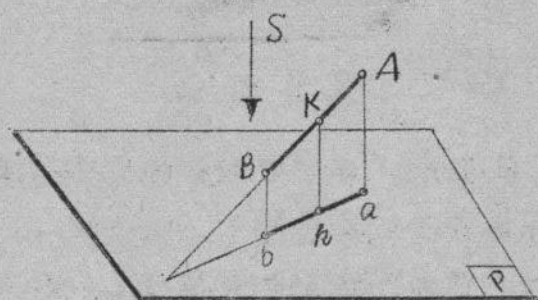


图 1-4

(二) 两平行直线的投影仍互相平行；且平行两线段之比等于其投影之比。

如图 1-5，设两直线 AB 和 CD 互相平行，则它们的投影 ab 和 cd 仍互相平行。且

$$AB:CD = ab:cd$$

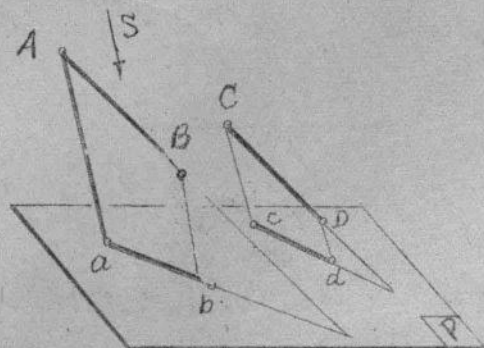


图 1-5

(三) 平行于投影面的任何线(曲线或折线)或各形, 它的投影反映该线或各形本身的实形(图 1-6)。

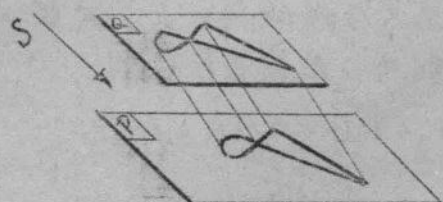


图 1-6

当直线或平面(或各形)平行于投射方向时, 其投影为一点或一直线, 此时直线或平面(或各形)上所有的点、线的投影都落在其投影上。这种特性称为投影的积聚性(如图 1-7)。在正投影体系中, 我们称这种直线为铅垂线, 这种平面叫铅垂面。

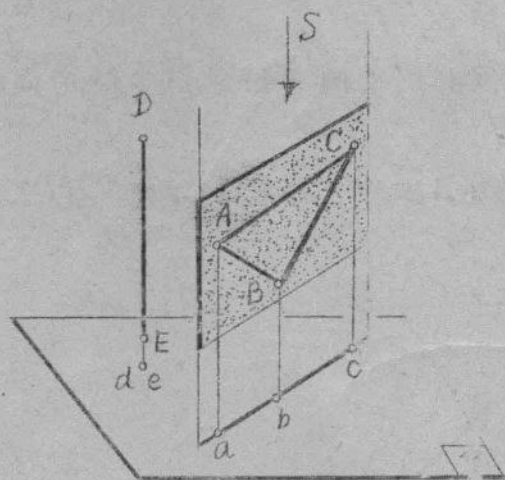
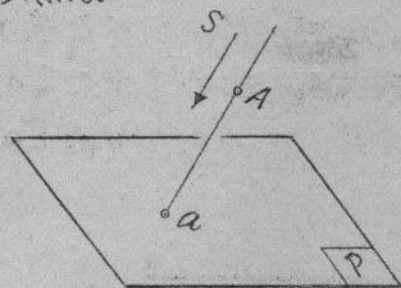


图 1-7

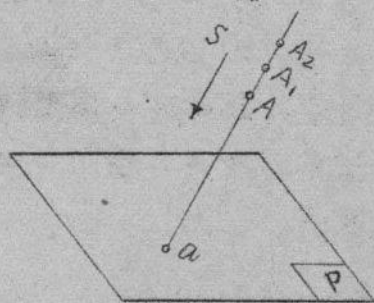
所有上述投影的各种基本性质, 都可以用初等几何的知识来证明。解题中, 除用到这些基本性质外, 以后各章中还将结合具体问题, 提出其它的一些投影性质来进行研究和应用。

归结起来，这些基本性质都是从空间几何元素投射到平面上而获得投影的，因此它们都具有同一的特性，即投影的确定性。今以一点的投影为例来说明该性质如下：

在一定的投影体系中，一个空间点具有唯一确定的投影。如各 1-8 所示，因为每一确定的投射线与给定的投影面，只能有一个交点 a 。



各 1-8



各 1-9

但如从投影返回空间，即从平面上的投影确定空间几何元素的性质时，则在单面投影中，便有一个特性，即空间几何元素位置的不定性。即

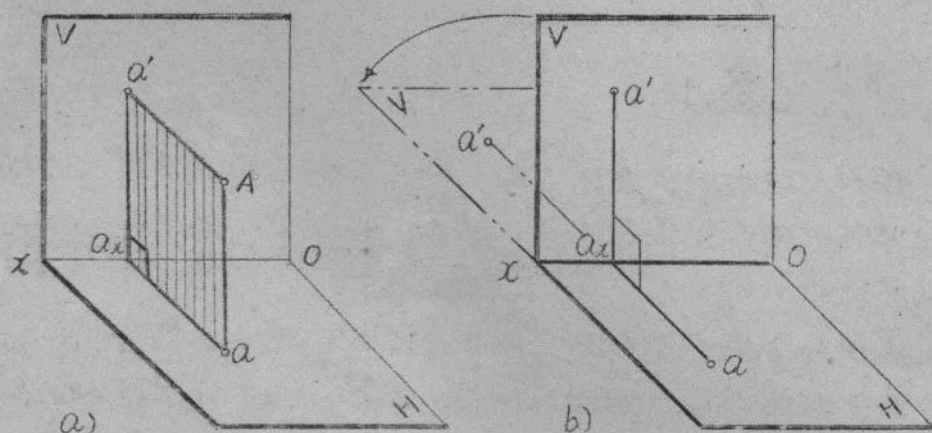
点的一个投影不能确定该点的空间位置。如各 1-9 所示，从平面 P 上的投影 a 返回空间时，在同一投射线上便能找到 A 、 A_1 、 $A_2 \dots$ 等许多空间点，它们的投影都是 a 。这主要是该点到投影面的距离未定，上述的投影面 P ，通常取为水平位置，因此对水平面来说，就是高程未定。

随生产方面的需要，解决这一问题有很多方法，而上述诸投影法中，生产上应用最广的要称正投影法。因此，下面就以正投影法中投影方面的这一不定性问题，介绍两种解决的途径：

(一) 增加一垂面——“二视图”

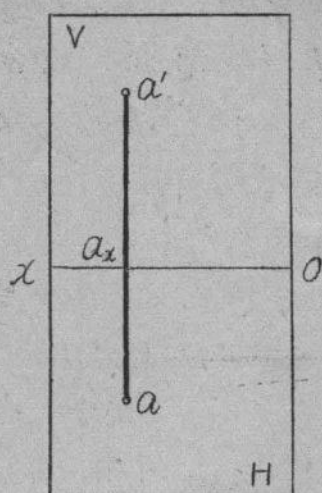
如各 1-10a 所示，我们任意作一个平面来垂直于水平面 H 构成直角二面正投影体系（垂直于水平面的平面叫铅垂面，此处

叫V面)。此二平面的交线用OX表示，称为投影轴，然后按正投影法将空间点A分别垂直地投射到H面及V面上而获得其投影。其在H面上的，用a表示，在V面上的则用 a' 表示。由于由点A出发的二投影线 Aa 及 Aa' 是分别垂直于H面及V面的，因此，由其所构成的平面 Aaa' 亦必垂直于H面及V面，且与OX轴分别相交于 Qa_x 及 $Q'a_x$ ，并同时过 Q_x 而垂直于OX轴。如将空间点A去掉，则如各1-10b所示。这时，如分别从Q及 Q' 返回空间，则沿其既定的二投影线所得的交点，即为空间点A的确切位置。这是因为点A至水平面H的高程，已由其在V面上的投影 a' 所确定之故。

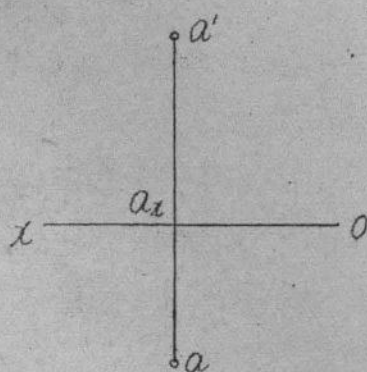


各 1-10

但在工程的实际应用中，须将所得的二面投影叠展成平面图形，因此，我们特别规定H面不动，使V面绕OX轴向后旋转 90° ，使与H面位于同一平面上，如各1-10c所示。又由于平面可扩大，所以将边框擦去，便成各1-10d所示的正投影图，在立体几何里称之为“二视图”。



c)



d)

图 10

由上述投影情况，我们又可得出关于正投影在直角二面投影体系中的两条基本投影特性：

1. 二个面上的投影的连线必垂直于相应的投影轴。即垂直特性，用具体式子表示如下：

$$a'a \perp ox$$

2. 二个面上的投影至其相应的投影轴的距离，分别等于空间点至其相对的投影面的距离。即距离特性，用具体式子表示如下：

$$aa_x = Aa' = \text{空间点到V面的距离；}$$

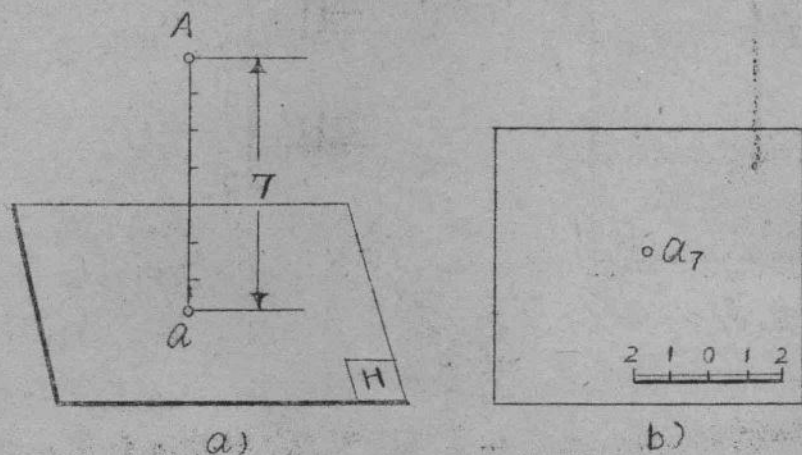
$$a'a_x = Aa = \text{空间点到H面的距离。}$$

上述性质，可用平面相互垂直的关系证明。

这里必须指出，所作铅垂面的位置，可随所要解决的同题的需要加以选择。

(二) 标出高程——标高投影法

如题 1-11a 所示，点 A 距 H 面的高程为 7，其投影为 a 。我们不作垂足，而将此高程以具体数字的形式标注在水平投影 a 的右下角，称为点 A 的标高值，加上比例尺，如题 1-11b 所示，即为点 A 的标高投影。



题 1-11

思 考 题

1. 本课程的目的与任务是什么？
2. 本课程有哪些主要特点？
3. 要获得投影应该具备哪几个条件？
4. 中心投影和平行投影有何异同点？
5. 平行投影时什么情况下几何元素（线或平面图形）的投影反映其本身的实形？
6. 为了确定几何元素（点、线等）在空间的位置，在正投影中我们采用了什么办法？
7. 在平行投影中，当直线或平面平行于投射方向时，其投影成什么形状？具有什么性质？

第二章 标高投影

第一节 标高投影概述

地质工作者通常要研究地形石、岩层石等。而在进行设计施工、计算或科学研究等工作时，就必须将地形石、岩层石及其相互关系表示成平面图形，以便从事研究与分析，从而指导生产。

因为地形石和岩层石的形状变化相当复杂，而且极不规则；再加其长度与高度相比相差很大，如采用“二视图”或块状石（立体石）来表示，不仅不能较确切地表示空间几何关系，而且作图也较麻烦，因此，常采用标高投影来表示。

如图 2-1a 所示，为一地形石的块状石，它只能表示出该地形石及局部侧石的空间形态，对背石和其他侧石的形态则不易明确表示。

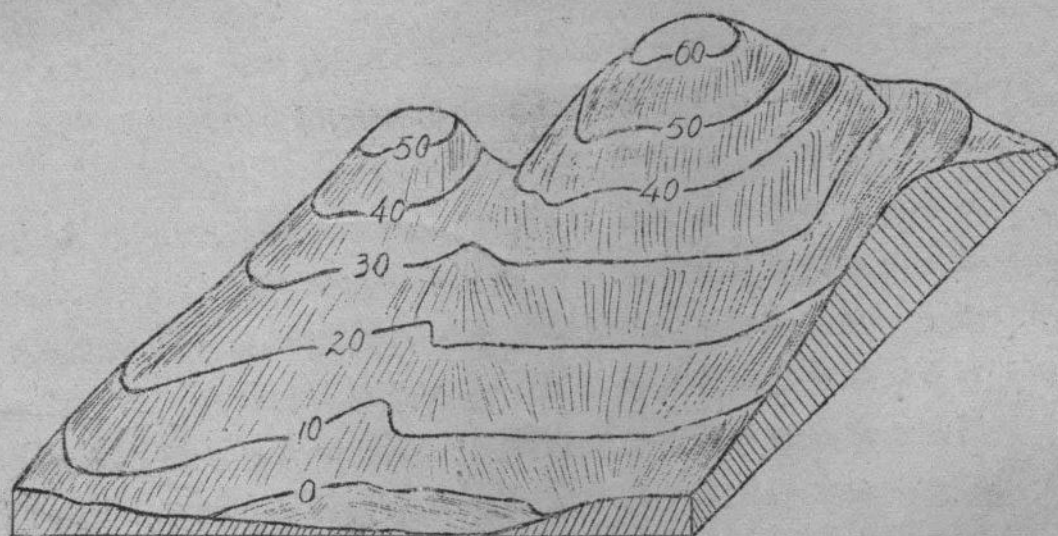


图 2-1a)

图2-1b就是该地形凸的标高投影图。

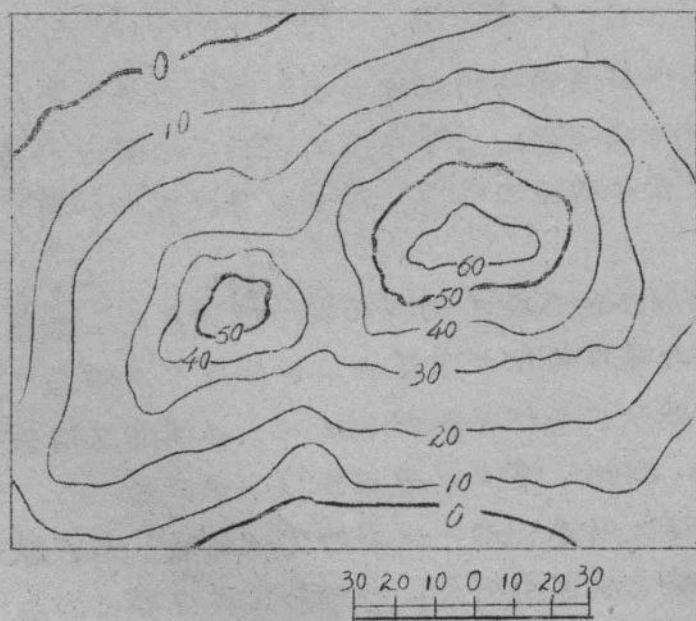


图2-1b)

它是用高度差相等的一组水平凸去切截该地形凸，而相应地获得若干截交线；由于每条截交线上的各点都具有相同的高度数值（高程），因此，把每一截交线称为地形凸的等高线。

如果把各等高线上的各点，沿垂直于H凸的方向进行投影，并把同一等高线上各点的投影，依次光滑地接起来，注上相应的高度数值，这就得到一组等高线的投影，我们就用这样一组高度相等的等高线来表示该地形凸，这种投影图叫标高投影图。

因此，标高投影是运用正投影法，将物体上起决定性作用的点线^沿铅垂方向投射在水平凸（以下称H凸）上而获得投影，并注上其到该投影凸的高度尺寸的作业方法。

第二节 标高投影的基本性质

由于标高投影是应用平行投影中的正投影法进行作图的，因此，就几何性质方面看，凡原平行投影不变的基本几何特性它都具有。但因它在表达方式上采用数值来说明空间几何要素所处位置的高度的，故对于这些要素在其投影与空间关系方面所体现出来的投影性质，是几何性与数值的共同结合，现归纳其性质如下：

(一) 直线的投影仍为直线，特殊情况为一点，且线段两端点的高程决定，则该直线的高低向亦定。

(二) 线段上的点其投影必在线段的投影上，且其标高值对应相符。

(三) 两平行直线的投影仍互相平行，则此两线段的高低向一致，且斗将两线段两端高差相等时其投影亦互等。(参 2-2)。

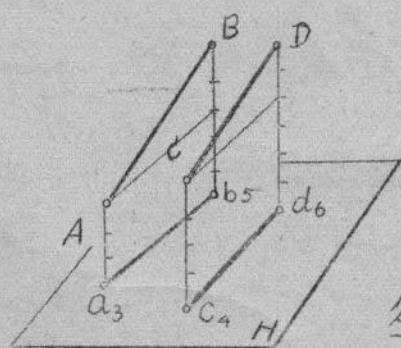


图 2-2

(四) 平行于投影面的任何线(曲线或折线)或各形，它的投影反映该线或各形本身的实形，且其上任意点的高程相等。

上述这些基本性质，是以后标高投影中进行各示各解的基本依据。

思 考 题

1. 为什么要用标高投影来表示地形图？

2. 地形图的标高投影是怎样获得的？什么叫等高线？

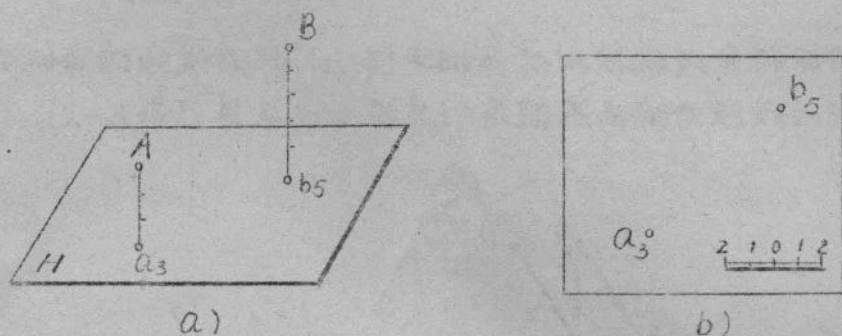
3. 标高投影有哪些性质，它与平行投影中的性质有无相近之处？

第三节 点和直线

一、点和线段的表示法

(一) 点的表示法

如题 2-3 a 所示，按投影的确定性可知，若点 A 和点 B 的位置已知，则它在 H 面上的投影 a 和 b 的位置亦必确定；假为解决其空间位置的不定性，可按 A 和 B 的高程，在其投影 a 和 b 的右下方，按比例尺注出其相应的标高值（题 2-3 b）。



题 2-3

标高值正负的确定，按规定是以某一水平投影面为基准，其上方为正，其下为负。

题 2-3 b 为 A、B 二点的标高投影图。题 2-3 a 为其立体图。

在标高投影中，为便于量度，常绘出比例尺，比例尺占一小格，表示一个单位长度，通常用米或公里为单位。比例尺应放在图的下方。

(二) 直线的表示法

从初等几何中知道，在空间确定直线的几何条件是：直线上的任意两点，或一点及直线的方向。在标高投影中，也要根据这