1+1 大课堂

Da Ketang

初中代数

二年级

郭奕津 主编

全一册

东北师范大学出版社

1+1 大课堂

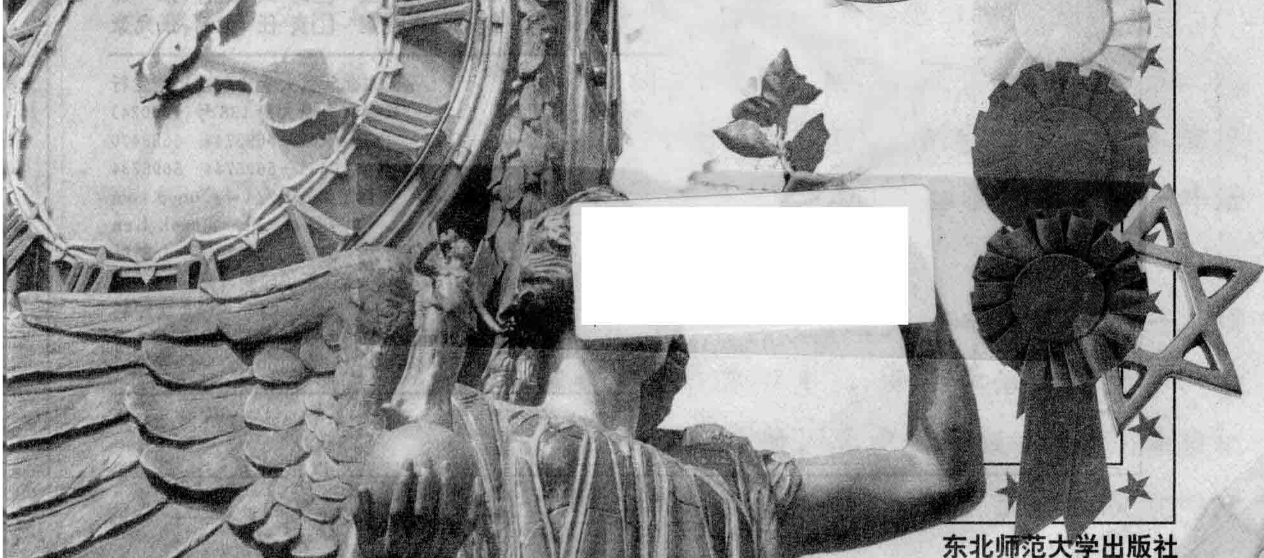
Da Ketang

初中代数

二年级

全一册

郭奕津 主编



东北师范大学出版社

长春

□主　　编：郭奕津
□副 主 编：王曾仪
□编　　者：郭奕津　张桂玲　生丽梅　孙国芹
刘　彦　孙树宝　孙丽敏　王连春
吕天旭　王丽艳　池　蕙　王保忠
马　芳　艾立君

图书在版编目(CIP)数据

1+1 大课堂.初中代数.二年级/郭奕津主编.—长春：东北师范大学出版社，2002.5
ISBN 7-5602-3028-8

Ⅰ.1…　Ⅱ.郭…　Ⅲ.代数课—初中—教学参考资料　Ⅳ.G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2002)第 019496 号

□出 版 人：贾国祥　□总策划：第三编辑室
□责任编辑：赵新莹　□封面设计：张　然
□责任校对：张含鎏　□责任印制：张允豪

东北师范大学出版社出版发行
长春市人民大街 138 号(130024)
电话：0431—5695744　5688470
传真：0431—5695744　5695734
网址：http://www.nnup.com
电子函件：sdcbs@mail.jl.cn
东北师范大学出版社激光照排中心制版
延边新华印刷有限公司印刷
2002 年 5 月第 1 版　2002 年 5 月第 1 次印刷
开本：787mm×1092mm 1/16　印张：6.75　字数：205 千
印数：00 001—15 000 册

定价：7.40 元

出版说明

培养中小学生的创新精神、创造性思维方式，提高创造性地运用知识解决实际问题的能力，是国家九五重点研究的课题，是中小学教师在教学过程中不断追求的目标，更是我们编写《1+1 大课堂》的主旨。今天，我们将这套书作为一份厚礼，奉献给广大同学。

走进大课堂，新理念、新思维、新方法、新视觉使你目不暇接，流连忘返。

走进大课堂，巩固课内，拓展课外，定使你收获匪浅。

走进大课堂，创新题型、应用题型、竞赛题型，会培养你的创造性思维方式、多角度的探索精神、综合运用知识的能力。

让我们一起走进大课堂：

《**1+1 大课堂**》吸收“九五”国家重点课题“面向21世纪中国基础教育课程教材改革实验”的最新研究成果，重视中小学课程一体化理论的应用，无论是内容和方法都具有超前性和实用性。

《**1+1 大课堂**》按最新课程标准设计内容，依托人民教育出版社最新版本教材，又不局限于教材，具有很强的灵活性和指导性。

《**1+1 大课堂**》既注意课内知识的学习，又兼顾课外能力的培养，包括竞赛能力及综合素质的训练。作为少有的一套与教材同步的竞赛辅导书，既是对中小学课程教材的丰富，又是中小学生双休日、寒暑假课外活动的极好辅助读物。

《**1+1 大课堂**》与人民教育出版社教材相配套，即一本教材配一本辅导书（上、下册配上、下册，全一册配全一册），分小学语文、数学，中学语文、外语、数学、物理、化学，共69册，其中秋季版41册。每册由**知识链接**、**学法扫描**、**例题引路**、**分层体验**、**实际应用**、**答案放映**六部分

组成。

知识链接：在阐述本章与前后内容联系的同时，对知识点进行归纳总结，帮助学生从整体知识角度，理清知识脉络，构建科学的知识结构。

学法扫描：对本章知识点进行学习方法指导，针对学生学习所遇到的问题和困难，介绍学习策略，分析规律技巧，拓展发散思维空间。

例题引路：除对接近教材中典型习题加以分析外，还根据中小学教材内容增加竞赛内容，精选近年中、高考试题和作者多年教学积累的典型题目。通过例题分析，引导学生形成解题思路，掌握科学思维方法。

分层体验：精编基本题和提高题。基本题围绕重点、难点选题，旨在学好课本，巩固知识；提高题则以近年中、高考题和学科内综合题、跨学科综合题为主，意在培养学生综合运用所学知识分析和解决实际问题，提高创新能力。

实际应用：侧重理论联系实际，扩展学生知识视野，把生活中的具体问题知识化，从而提升学生的科学观念和素质。

答案放映：每章练习题均有答案，并配有提示与解题思维指导，使学生知其然也知其所以然，同时便于学生复习使用。

《**1+1大课堂**》由全国重点中小学特级和高级教师编写，大部分教师是参加教育部“面向21世纪教育振兴行动计划——跨世纪园丁工程”的骨干教师，具有很高的权威性。

《**1+1大课堂**》充分体现了求实、求新、求活的教育理念，它必将成为教辅书海中的又一颗璀璨明珠！望天下学子，走进我们的大课堂，跨知识海洋，攀科学高峰！

东北师大出版社第三编辑室

2002年5月

目　录

第八章　因式分解

第一节　提公因式法

★知识链接

本章的内容是因式分解．因式分解与整式乘法互为逆运算，因式分解在分式的运算及代数式的变形中都有十分重要的作用．

本节知识要点如下：

1．知道什么是因式分解．因式分解就是把一个多项式化成几个整式的积的一种变形．

2．因式分解与整式乘法是互逆的运算，我们常用整式的乘法来计算单项式与单项式、单项式与多项式、多项式与多项式之间的运算．但有时为了化简或整理某些代数式，我们须要把一个整式分成几个因式的乘积的形式，这就是因式分解的作用．

3．因式分解的方法很多，我们首先学习的是提公因式法．提公因式就是把多项式的各项的公因式提出来，其余的式子用括号括起来，成为乘积的形式．

4．运用提公因式法因式分解的关键是找到公因式．一般地，数字的公因式是各项数字的最大公约数，字母的公因式是各项都含有的字母中次数最低的．

★学法扫描

1．当多项式中某一项就是公因式时，这一项应看成 1 与公因式的乘积，提公因式后，这项记为 1．如

$$6a^2b+3ab=3ab(2a+1).$$

如果丢掉了括号中的 1，提公因式后就成为 $3ab\cdot 2a$，显然是不正确的．

我们也可以把等式反过来看：$3ab(2a+1)=6a^2b+3ab$．

由整式的乘法也能验证这样提公因式是正确的．

2．公因式不一定是单项式，多项式有时也可能成为公因式．如

$$m(a-b)+n(a-b)=(a-b)(m+n).$$

在这里，$(a-b)$就是公因式，直接提出公因式就达到因式分解的目的了．

3．注意互为相反数的数的公因式的关系．我们先来看

$\because a+b=b+a$，$\therefore (a+b)^2=(b+a)^2$，$(a+b)^3=(b+a)^3\cdots$

$\therefore (a+b)^n=(b+a)^n$，其中 n 为正整数．

我们再来看

$\because a-b=-(b-a)$，$\therefore (a-b)^2=(b-a)^2$，$(a-b)^3=-(b-a)^3\cdots$

$$\therefore (a-b)^n=\begin{cases}(b-a)^n,\ n\text{ 为偶数}\\ -(b-a)^n,\ n\text{ 为奇数}\end{cases}$$

对于$(b-a)$的 n 次幂这样的因式应根据 n 的奇偶性先转化为$(a-b)$的幂的关系，再提公因式．

★例题引路

例 1　下列从左边到右边的变形，哪些是因式分解，哪些不是？

(1) $4(x+2y)=4x+8y$；　　(2) $x^2-y^2=(x+y)(x-y)$；

(3) $(x^2-3x+1)+1=(x-1)(x-2)$；　　(4) $2x^2-4xy+x=x(2x-4y+1)$；

(5) $x^2+3x+2=x(x+3)+2$.

[分析]　判断一个多项式的变形是否因式分解，就是要根据因式分解的定义，看是否把一个多项式分成了几个整式的乘积的形式.

解　(1) $4(x+2y)=4x+8y$ 不是因式分解，而是整式乘法的运算.

(2) $x^2-y^2=(x+y)(x-y)$是把多项式化成整式的乘积，根据平方差公式可知，等式的左、右两边是相等的，所以是因式分解.

(3) $(x^2-3x+1)+1=(x-1)(x-2)$是多项式的因式分解，是把多项式化成$(x-1)$与$(x-2)$的积的形式，把这个多项式分解的方法现在还没有学，但我们可以把$(x-1)(x-2)$计算后得到左边的多项式，因此，从左边到右边是因式分解.

(4) 本题不是多项式的因式分解，因为左、右两边是不相等的. 如果 $2x^2-4xy+x=x(2x-4y+1)$，那么这个变形是因式分解.

(5) 本题不是多项式的因式分解，虽然左右两边相等，但等式的右边不是整式的积的形式，因此，它不是因式分解.

例 2　指出下列多项式中各项的公因式.

(1) $ab+bc$;　(2) $3a^2b-6ab^2$;

(3) $x^{m-1}-x^m$;　(4) $\frac{8}{27}x^3y^2-\frac{4}{9}xy^3$;

(5) $6(3x-2)-x(3x-2)$;　(6) $p(x-y)-q(y-x)$.

[分析]　确定公因式可以分两步：(1)先看系数，公因式的系数是多项式中各项系数的最大公约数；(2)再看各项都有的字母，取这个字母的最低次幂.

解　(1) $ab+bc$ 的公因式是 b.　(2) $3a^2b-6ab^2$ 的公因式是 $3ab$.

(3) $x^{m-1}-x^m$ 的公因式是 x^{m-1}.　(4) $\frac{8}{27}x^3y^2-\frac{4}{9}xy^3$ 的公因式是$\frac{4}{9}xy^2$.

(5) $6(3x-2)-x(3x-2)$的公因式是 $3x-2$.　(6) $p(x-y)-q(y-x)$的公因式是 $x-y$.

例 3　运用提公因式法分解因式.

(1) $12a^2b^3+6a^2b^2-18a^3b^2$;　(2) $-27m^2n+9mn^2-18mn$;

(3) $5a^2(x-y)+10a(y-x)$;　(4) $6x(x-y)^2+3(y-x)^3$.

[分析]　用提公因式法分解因式的关键是找出各式中的公因式. (1)中的公因式是 $6a^2b^2$，(2)中的公因式是 $-9mn$，(3)中的公因式是 $5a(x-y)$，(4)中的公因式为 $3(x-y)^2$.

解　(1) $12a^2b^3+6a^2b^2-18a^3b^2=6a^2b^2\cdot 2b+6a^2b^2\cdot 1-6a^2b^2\cdot 3a=6a^2b^2(2b+1-3a)$.

(2) $-27m^2n+9mn^2-18mn=-9mn\cdot 3m+9mn\cdot n-9mn\cdot 2=-9mn(3m-n+2)$.

(3) $5a^2(x-y)+10a(y-x)=5a(x-y)\cdot a-5a(x-y)\cdot 2=5a(x-y)(a-2)$.

(4) $6x(x-y)^2+3(y-x)^3=3(x-y)^2\cdot 2x-3(x-y)^2\cdot(x-y)=3(x-y)^2(2x-x+y)=3(x-y)^2(x+y)$.

说明　提公因式分解因式最主要的是准确地找出各项的公因式，即系数的最大公约数与各项都含有的因式的最低次幂的积；首项为负数时，一般要提出负号；不要漏掉提公因式后为 1 的项.

例 4　分解因式.

(1) $a(x-y)-b(y-x)-c(x-y)$;　(2) $2x(x+y)^2-4(x+y)^3$;

(3) $\frac{1}{2}a^2(x-2a)^2-\frac{1}{4}a(2a-x)^3$.

[分析]　(1) 中可以看成共有三项，由于$(x-y)$与$(y-x)$互为相反数，因此要先把$(y-x)$转化为$-(x-y)$，因此公因式为$(x-y)$.

(2) 中要注意数字系数的公因数，这个多项式的公因式为 $2(x+y)^2$.

(3) 中两部分的系数都是分数，为了尽量使提取公因式后的括号内各项系数为整数，就应提取各分母的最小公倍数的倒数，即$\frac{1}{4}$，因此，各项的公因式为$\frac{1}{4}a(2a-x)^2$.

解　(1) $a(x-y)-b(y-x)-c(x-y)=a(x-y)+b(x-y)-c(x-y)=(x-y)(a+b-c)$.

(2) $2x(x+y)^2-4(x+y)^3=2(x+y)^2[x-2(x+y)]=2(x+y)^2[x-2x-2y]=2(x+y)^2(-x-2y)=-2(x+y)^2(x+2y)$.

(3) $\frac{1}{2}a^2(x-2a)^2-\frac{1}{4}a(2a-x)^3=\frac{1}{2}a^2(x-2a)^2+\frac{1}{4}a(x-2a)^3=\frac{1}{4}a(x-2a)^2[2a+(x-2a)]=\frac{1}{4}a(x-2a)^2x=\frac{1}{4}ax(x-2a)^2$.

例 5　把 $16x^{n-1}-8x^n$ 分解因式.

[**分析**]　当所给多项式各项中字母的指数含有字母时，仍要先找出这个字母的最低次幂，本题公因式为 $8x^{n-1}$.

解　$16x^{n-1}-8x^n=8x^{n-1}(2-x)$.

★分层体验

基　本　题

1. 填空题.

(1) $am-an+ap=a$ ______.

(2) $4x^2-8xy^2+3x=$ ______$(4x-8y^2+3)$.

(3) $-25b^2+5b=$ ______$(5b-1)$.

(4) $3x(y+2)-5(y+2)=(y+2)$ ______.

(5) $3x(y-2)-5(2-y)=(y-2)$ ______.

(6) $a-b=$ ______$(b-a)$.

(7) $(x-y)^2=$ ______$(y-x)^2$.

(8) $(x+y)(x-y)=$ ______$(y+x)(y-x)$.

(9) 因式分解：$8x^3y^2-12xy^3z=$ ______.

(10) 因式分解：$15x^2y^2-5xy^2=$ ______.

2. 选择题.

(1) 下列各式中，由左到右的变形是因式分解的是(　　).

A. $(a+b)(x-y)=ax+bx-ay-by$.

B. $x^2+4x+3=(x+1)(x+3)$.

C. $x(a^2-b)+3y(x-y)=a^2x-bx+3xy-3y^2$.

D. $(a+b-c)^2=a^2+b^2+c^2+2ab-2ac-2bc$.

(2) 多项式 $-6ab^2+18a^2b^2-12a^3b^2c$ 的公因式是(　　).

A. $-6ab^2c$　　B. $-ab^2$　　C. $-6ab^2$　　D. $-6a^3b^2c$

(3) $x^{2n}+x^n$ 提取公因式 x^n 后，剩下的因式是(　　).

A. x^{2n}　　B. x^2　　C. x^2+1　　D. x^n+1

(4) 下列提取公因式因式分解正确的是(　　).

A. $6(x-2)+x(2-x)=(x-2)(6+x)$

B. $x^3+2^2+x=x(x^2+2x)$

C. $a(a-b)^2+ab(a-b)=a(a-b)$

D. $3x^{n+1}+6x^n=3x^n(x+2)$

(5) 下列各式分解正确的是(　　).

A. $2y^2+x^2y+y=y(2y+x^2)$

B. $\frac{1}{2}x^3-2x^2=\frac{1}{2}x^2(x-4)$

C. $\frac{1}{2}x^2-2x+1=\frac{1}{2}x(x-4)+1$

D. $2x^2y+2xy^2=xy(2x+2y)$

(6) 下列提取公因式分解因式正确的是(　　).

A. $-a^2-a^{n+1}+a^{n+2}=-a^2(1-a^{n-1}+a^n)$

B. $2m^3+4m^2-m=m(2m^2+4m)$

C. $p(x-y)^2-pq(y-x)=p(x-y)^2(1+q)$

D. $-6x^3(y-2)^2+3x(2-y)^3=-3x(2-y)^2(2x^2-2+y)$

(7) 将多项式 $m(n-2)-m^2(2-n)$ 分解因式，得(　　).

A. $(n-2)(m^2+m)$

B. $(n-2)(m-m^2)$

C. $m(n-2)\cdot(m+1)$

D. $m(n-2)\cdot(1-m)$

(8) 分解因式 $a(a-b-c)+b(c-a+b)+c(b-a+c)$ 的结果是(　　).

A. $(a-b-c)(a+b-c)$　　B. $(b+c+a)^2$　　C. $-(a-b-c)^2$　　D. $(a-b-c)^2$

(9) 下列因式分解不正确的是(　　).

A. $-2ab^2+4a^2b=2ab(-b+2a)$　　B. $3m(a-b)-9n(b-a)=3(a-b)(m+3n)$

C. $-5ab+15a^2bx+25ab^3y=-5ab(-3ax-5b^2y)$　　D. $3ay^2-6ay-3a=3a(y^2-2y-1)$

(10) 把多项式 $-7ab-14abx+49aby$ 分解因式. 提公因式 $-7ab$ 后,另一个因式是(　　).

A. $1+2x-7y$　　B. $1-2x-7y$　　C. $-1+2x+2y$　　D. $-1-2x+7y$

(11) 下列各多项式应提公因式 $5a^2b$ 的是(　　).

A. $15a^2b-20a^2b^2$　　B. $30a^2b^3-15ab^4-10a^3b^2$

C. $10a^2b-20a^2b^3+50a^4b$　　D. $5a^2b^4-10a^3b^3+15a^4b^2$

(12) 下列等式成立的是(　　).

A. $(a+b)(a-b)=(b-a)(b+a)$　　B. $(a-b)^2=-(b-a)^2$

C. $(a-2)(3-a)=(a-2)(a-3)$　　D. $(1-b)(4-b)=(b-1)(b-4)$

(13) 将多项式 $2(a-b)^2-(b-a)$ 分解因式得(　　).

A. $(b-a)(2b-2a+1)$　　B. $(a-b)(2a-2b+1)$

C. $2(a-b)(a-b+1)$　　D. $(b-a)(2b-2a+1)$

(14) 把 $12a^2bc+6abc^2-18ab^2c-24abc$ 分解因式,应提取公因式(　　).

A. $12a^2b^2c^2$　　B. $6a^2b^2c^2$　　C. $6abc$　　D. $2abc$

(15) 多项式 $x^2y(a-b)-xy(b-a)+y(a-b)$ 因式分解后含有的因式是(　　).

A. x^2+x+1　　B. x^2-x+1　　C. x^2-x-1　　D. x^2+x-1

(16) 代数式 $a^3b^2-\frac{1}{2}a^2b^3$, $\frac{1}{2}a^3b^4+a^4b^3$, $a^4b^2-a^2b^4$ 的公因式是(　　).

A. a^3b^2　　B. a^2b^2　　C. a^2b^3　　D. a^3b^3

(17) 下列各式从左到右的变形是因式分解的是(　　).

A. $a^2-4+3a=(a+2)(a-2)+3a$　　B. $(x+3)(x-7)=x^2-4x-21$

C. $2xy-4x^2y^2=2xy(1-2xy)$　　D. $(a^2-1)(5a+10)=(a+1)(a-1)(5a+10)$

(18) 下列各式分解因式正确的是(　　).

A. $10ab^2c+6ac^2+2ac=2ac(5b^2+3c)$

B. $(a-b)^3-(b-a)^2=(a-b)^2(a-b+1)$

C. $x(b+c-a)-y(a-b-c)-a+b-c=(b+c-a)(x+y-1)$

D. $(a-2b)(3a+b)-5(2b-a)^2=(a-2b)(11b-2a)$

3. 把下列各式的公因式写在题后的括号里.

(1) $15x^2y-10xy$;　(　　　)

(2) $\frac{1}{2}a^2-0.5ab$;　(　　　)

(3) $-2x^{2n}-4x^n$;　(　　　)

(4) $6abc-4ac-6acd$;　(　　　)

(5) $2x(3x+2)-x(3x+2)$;　(　　　)

(6) $x+y-(2x-y)(x+y)$;　(　　　)

(7) $x(a-x)(a-y)-y(x-a)(y-a)$;　(　　　)

(8) $2(a-b)^3-(b-a)^2$.　(　　　)

4. 用提公因式法分解因式.

(1) $abc+abd-a^2b$;　　(2) a^3+a^2+a;

(3) $-15ax-5xy$;　　(4) $x(a-b)^2+(b-a)^2$;

(5) $3x(a-b)^2+(b-a)^3$;　　(6) $6a^3x^4-8a^2x^5+16ax^6$;

(7) $9a^3x^2-18a^5x^2-36a^4x^4$;　　(8) $32a^5b^4-16a^3b^5+24a^2b^2$;

(9) $8ab^2-16a^3b^3$;

(10) $-m^2n+mn^2$;

(11) $-15xy-5x^2$;

(12) $a^2b^2-\frac{1}{4}ab^3$;

(13) $a^3b^3+a^2b^2-ab$;

(14) $-8a^3y+12a^2y^2-16ay^3$;

(15) $-3a^3m-6a^2m+12am$;

(16) $-\frac{1}{2}x^2+2xy-xz$;

(17) $-4a^3b^2+6a^2b-2ab$;

(18) $-x^3y^2+2x^2y+xy$.

5. 因式分解.

(1) $(a+b)-(a+b)^2$;

(2) $x(x-y)+y(y-x)$;

(3) $6(m+n)^2-2n(m+n)$;

(4) $3(y-x)^2+2(x-y)$;

(5) $-3x(y-x)-(x-y)$;

(6) $m(m-n)^2-n(n-m)^2$;

(7) $6p(p+q)-4q(q+p)$;

(8) $12a^2b(x-y)-4ab(y-x)$;

(9) $(a+b)(x+y)-(a+b)(x-y)$;

(10) $(a-b)^3-ab(a-b)$.

6. 把下列各式分解因式.

(1) $3mx^2-6nx^3$;

(2) $-4a^3b^2+6a^2b-2ab$;

(3) $7a^{n+1}-21a^n-14a^{n-1}$;

(4) $(x-y)^2+(y-x)^3$;

(5) $3x^4+x^3+2x^2$;

(6) $a^{m+1}b^m+a^{m-1}b^{m+1}$;

(7) $m(a-b)+n(b-a)$;

(8) $4y^2(1-m)-2y(m-1)$;

(9) $q-p+m(p-q)$;

(10) $x+y-(2x-y)(x+y)$;

(11) $a(x+y)+b(x+y)+c(x+y)$;

(12) $3(a+b)(a-b)(x+y)-(a+b)(a-2b)(x+y)$;

(13) $(a-b)(x-y)(x-2y)-(b-a)(y-x)(a+b)$;

(14) $6m(n-1)^3-8m^2(n-1)^2$;

(15) $-3a(x-1)-2b(1-x)+c(1-x)$.

7. 因式分解.

(1) $-\frac{1}{2}x^2+2x$;

(2) $7x^2y^2-63x^2z$;

(3) $12a^2b^3-8ab^4$;

(4) $-8m^2n-2mn$;

(5) $a^2b^3+a^4b^3c^2-3a^2b^4c$;

(6) $6a^8+3a^7-27a^6-3a^5$;

(7) $6a^3x^4-8a^2x^5+16ax^4$;

(8) $32a^5b^4-16a^3b^5+24a^2b^4$;

(9) $\frac{8}{27}x^3y^2-\frac{2}{27}xy^2z$;

(10) $\frac{3}{4}x^2y-\frac{9}{8}xy^2$;

(11) $4a^2bc+8a^3b-10a^2b^2$;

(12) $-6a^2b^2-15a^2b^3+3a^2b$.

8. 因式分解.

(1) $7x^2(a-b)-2y(b-a)$;

(2) $5(x^2-3)-a(3-x^2)$;

(3) $2(a+b)^3-(a+b)^2$;

(4) $x^2(a-3b)^2-x(3b-a)^2$;

(5) $2a(p-q)-3b(q-p)$;

(6) $6p(x-1)^3-8p^2(1-x)^2$;

(7) $a(1-a)-(a-1)^2$;

(8) $(a-b)^2(a+b)-(a-b)^2$;

(9) $-3a(1-x)-2b(x-1)+c(1-x)$;

(10) $(x-1)^2(3x-2)+(1-x)$.

提　高　题

1. 下列从左到右的变形中,哪些是因式分解,哪些是整式乘法?

(1) $6a^3-3a^2b=3a^2(2a-b)$;

(2) $-x^2+x^3=-x^2(1-x)$;

(3) $(a-b)(a^2+ab+b^2)=a^3-b^3$;

(4) $(x-2)(x-3)=x^2-5x+6$;

(5) $(a-3b)^2=a^2-6ab+9b^2$;

(6) $a^2b^2c-3a^2b^2=a^2b^2(c-3)$;

(7) $(a-b)^2-2(a-b)=(a-b)(a-b-2)$;

(8) $x^2-25=(x+5)(x-5)$.

2. 因式分解.

(1) $x(x+y)(x-y)-x(x+y)^2$；

(2) $a^2(x-2a)^2-a(2a-x)^2$；

(3) $4a(x-2)^2-2b(2-x)^3$；

(4) $x(x-y)(a-b)-y(y-x)(b-a)$；

(5) $(b+c)x+(c+a)x+(a+b)x$；

(6) $a^3(b+c-d)+a^2b(c+d-a)-a^2c(d+a+b)$；

(7) $-3a(1-x)-2b(x-1)+c(1-x)$；

(8) $5x^2y(x-y)^3-30xy^2(y-x)^2$；

(9) $2x(1+a^2)-1-a^2$；

(10) $(a-b)(x-y)(x-2y)-(b-a)(y-x)(a+b)$.

3. 因式分解.

(1) $(b-a)(z-y-x)-(a-b)(2x+y-z)-(a-b)(y-x)$；

(2) $(2a^2-ad)(c-d)+(3ab-2a^2)(d-c)$；

(3) $-p(q+r-1)-q(r+q-1)+(1-q-r)^2$；

(4) $12xy^2(a-b)^2+24x^2y^2(b-a)^2-18xy(b-a)^3$；

(5) $ab(x-2y)-ac(2y-x)+ad(2x-4y)$；

(6) $x(6m-nx)-nx^2$.

4. 已知 $a+b=13$，$ab=40$，求 a^2b+ab^2 的值.

5. 已知 $a=0.5$，求多项式$(a+1)^2(2a-3)+(a+1)(2a-3)^2-(a+1)(3-2a)$的值.

6. 已知 x,y 为不相等的正数，比较 $x^2(x-y)$ 与 $y^2(x-y)$ 的大小.

7. 计算.

(1) $2001\times20022002-2002\times20012001$；

(2) $3^{2002}-5\times3^{2001}+6\times3^{2000}+2000$；

(3) $\dfrac{(9^9+81^4)\times2^2}{(3^{17}+3^{15})\times8}$；

(4) $\dfrac{1\times2\times4+2\times4\times8+\cdots+n\times2n\times4n}{1\times4\times7+2\times8\times14+\cdots+n\times4n\times7n}$.

★实际应用

利用提公因式法简化运算

1. 有一个物体的表面积为 $S=\pi RL+\pi rL$，若 $R=12.5\text{cm}$，$r=7.5\text{cm}$，$L=10\text{cm}$，求 S.

如果把 R,r,L 的值直接代入，计算比较麻烦，我们可以这样做：

$S=\pi RL+\pi rL=\pi L(R+r)=3.14\times10\times(12.5+7.5)=628\ \text{cm}^2$.

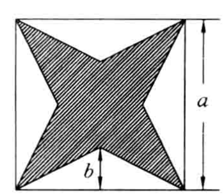
∴这个物体的表面积为 628cm^2.

2. 如右图，图中正方形边长 $a=4.6\text{cm}$，小三角形高 $b=1.3\text{cm}$，求阴影部分面积 S.

则 $S=a^2-4\times\dfrac{1}{2}ab=a(a-2b)=$

$4.6\times(4.6-2\times1.3)=9.2(\text{cm}^2)$.

∴阴影部分的面积为 9.2cm^2.



★答案放映

基本题：1. (1) $(m-n+p)$ (2) x (3) $-5b$ (4) $(3x-5)$ (5) $(3x+5)$ (6) $-$ (7) $+$ (8) $-$ (9) $4xy^2(2x^2-3yz)$ (10) $5xy^2(3x-1)$

2. (1) B (2) C (3) D (4) D (5) B (6) D (7) C (8) D (9) C (10) A (11) A (12) D (13) B (14) D (15) A (16) B (17) C (18) D

3. (1) $5xy$ (2) $\dfrac{1}{2}a$ (3) $-2x^n$ (4) $2ac$ (5) $x(3x+2)$ (6) $(x+y)$ (7) $(a-x)(a-y)$ (8) $(a-b)^2$

4. (1) $ab(c+d-a)$ (2) $a(a^2+a+1)$ (3) $-5x(3a+y)$ (4) $(a-b)^2(x+1)$ (5) $(a-b)^2(3x-a+b)$ (6) $2ax^4(3a^2-4ax+8x^2)$ (7) $9a^3x^2(1-2a^2-4ax^2)$ (8) $8a^2b^2(4a^3b^2-2ab^3+3)$ (9) $8ab^2(1-2a^2b)$ (10) $mn(n-m)$ (11) $-5x(3y+x)$ (12) $\dfrac{1}{4}ab^2(4a-b)$ (13) $ab(a^2b^2+ab-1)$ (14) $-4ay(2a^2-3ay+4y^2)$ (15) $-3am(a^2+2a-4)$ (16) $-\dfrac{1}{2}x(x-4y+2z)$ (17) $-2ab(2a^2b-3a+1)$ (18) $-xy(x^2y-2x-1)$

5. (1) $(a+b)(1-a-b)$　(2) $(x-y)^2$　(3) $2(m+n)(3m+2n-1)$　(4) $(x-y)(3x-3y+2)$
(5) $(x-y)(3x-1)$　(6) $(m-n)^3$　(7) $2(p+q)(3p-2q)$　(8) $4ab(x-y)(3a+1)$　(9) $2y(a+b)$
(10) $(a-b)(a^2+b^2-ab)$

6. (1) $3x^2(m-2nx)$　(2) $-2ab(2a^2b-3a+1)$　(3) $7a^{n-1}(a^2-3a-2)$　(4) $(x-y)^2(1-x+y)$
(5) $x^2(3x^2+x+2)$　(6) $a^{m-1}b^m(a^2+b)$　(7) $(a-b)(m-n)$　(8) $2y(1-m)(2y+1)$　(9) $(q-p)(1-m)$
(10) $(x+y)(1-2x+y)$　(11) $(x+y)(a+b+c)$　(12) $(a+b)(x+y)(2a-b)$
(13) $(a-b)(x-y)(x-2y-a-b)$　(14) $2m(n-1)^2(3n-4m-3)$　(15) $(1-x)(3a-2b+c)$

7. (1) $-\frac{1}{2}x(x-4)$　(2) $7x^2(y^2-9z)$　(3) $4ab^3(3a-2b)$　(4) $-2mn(4m+1)$　(5) $a^2b^3(1+a^2c^2-3bc)$
(6) $3a^5(2a^3+a^2-9a-1)$　(7) $2ax^4(3a^2-4ax+8)$　(8) $8a^2b^4(4a^3-2ab+3)$　(9) $\frac{2}{27}xy^2(4x^2-z)$
(10) $\frac{3}{4}xy\left(x-\frac{3}{2}y\right)$　(11) $2a^2b(2c+4a-5b)$　(12) $-3a^2b(2b+5b^2-1)$

8. (1) $(a-b)(7x^2+2y)$　(2) $(x^2-3)(5+a)$　(3) $(a+b)^2(2a+2b-1)$　(4) $x(a-3b)^2(x-1)$
(5) $(p-q)(2a+3b)$　(6) $2p(x-1)^2(3x-3-4p)$　(7) $(2a-1)(1-a)$　(8) $(a-b)^2(a+b-1)$
(9) $(x-1)(3a-2b-c)$　(10) $x(x-1)(3x-2)$

提高题：1. (1)(2)(6)(7)(8) 是因式分解；(3)(4)(5) 是整式乘法运算.

2. (1) $-2xy(x+y)$　(2) $a(a-1)(x-2a)^2$　(3) $2(x-2)^2(2a+bx-2b)$　(4) $(a-b)(x-y)^2$
(5) $2x(a+b+c)$　(6) $a^2d(b-a-c)$　(7) $(x-1)(3a-2b-c)$　(8) $5xy(x-y)^2(x^2-xy-6y)$
(9) $(2x-1)(1+a^2)$　(10) $(a-b)(x-y)(x-2y-a-b)$

3. (1) $y(b-a)$　(2) $a(c-d)(4a-3b-d)$　(3) $(1-r-q)(1+p-r)$　(4) $6xy(a-b)^2(2y+4xy+3a-3b)$
(5) $a(x-2y)(b+c+2d)$　(6) $2x(3m-nx)$

4. $\because a+b=13$, $ab=40$, $\therefore a^2b+ab^2=ab(a+b)=40\times13=520$.

5. $(a+1)^2(2a-3)+(a+1)(2a-3)^2-(a+1)(3-2a)=(a+1)(2a-3)(a+1+2a-3+1)=(a+1)(2a-3)(3a-1)$

当 $a=0.5$ 时，上式 $=1.5\times(-2)\times0.5=-1.5$.

6. $\because x^2(x-y)-y^2(x-y)=(x-y)(x^2-y^2)=(x-y)^2(x+y)>0$，$\therefore x^2(x-y)>y^2(x-y)$.

7. (1) 原式 $=2001\times1001\times2002-2002\times2001\times1001=0$.

(2) 原式 $=3^{2000}(3^2-5\times3+6)+2000=2000$.

(3) 原式 $=\frac{9^8(9+1)\times4}{3^{15}(3^2+1)\times8}=\frac{3^{16}}{3^{15}\times2}=\frac{3}{2}$.

(4) 原式 $=\frac{1\times2\times4(1+2^3+\cdots+n^3)}{1\times4\times7(1+2^3+\cdots+n^3)}=\frac{2}{7}$.

第二节　运用公式法

★知识链接

本节学习运用公式来因式分解，这是对多项式因式分解的又一方法，也是在乘法公式的基础上，逆用公式对多项式的一种变形方法.

本节知识要点如下：

1. 我们学过了三个多项式乘以多项式的乘法公式，把这三个公式反过来，就是因式分解的公式，利用这些公式因式分解就叫做运用公式法.

2. 平方差公式：$a^2-b^2=(a+b)(a-b)$.

这就是说，两个数的平方差，等于这两个数的和与这两个数的差的积.

3. 完全平方公式:$a^2+2ab+b^2=(a+b)^2$ 和 $a^2-2ab+b^2=(a-b)^2$.

这就是说,两个数的平方和,加上(或者减去)这两个数的积的2倍,等于这两个数的和(或者差)的平方,这两个公式就叫做完全平方公式.

4. 运用这些公式的关键是明确公式左边的多项式的形式:

平方差公式的左边是两个平方项,而且这两个平方项的符号不相同.

完全平方公式的左边是两个完全平方项 a^2,b^2,这两个完全平方项的符号相同,另外还有一项是 $2ab$.

在公式中 a,b 可以是数字、字母,也可以是多项式.

★学法扫描

1. 运用平方差公式时,要注意两个平方项的符号应该相反,如 m^2-4n^2, $-9a^2+16b^2$ 都可以用平方差公式因式分解,而 x^2+y^2, $-25p^2-16q^2$ 这样的多项式就不能用平方差公式分解了.

2. 运用平方差公式 $a^2-b^2=(a+b)(a-b)$ 因式分解时,公式中的 a,b 不仅可以表示单项式,还可以表示多项式,如 $16(a+b)^2-9c^2$, $9(m+n)^2-4(2m-n)^2$ 都可以用平方差公式因式分解.

3. 运用完全平方公式时,所给的多项式应该有三项,其中有两项是平方项,相当于公式中的 a^2,b^2,这两项的符号应该相同.注意,如果这两项的符号都是负的也可以,在应用公式时,只要提出一个负号即可,另外一项应该是 a,b 乘积的2倍,这一项的符号正、负都可以,无论符号是正还是负都可以用完全平方公式因式分解,如

$9a^2-12ab+4b^2=(3a-2b)^2$.

$16m^2+40mn+25n^2=(4m+5n)^2$.

4. 运用完全平方公式 $a^2\pm 2ab+b^2=(a\pm b)^2$ 时,还要注意这里的 a,b 不仅表示单项式,也可表示多项式,如

$(3m+2n)^2-2(3m+2n)(m-3n)+(m-3n)^2=[(3m+2n)-(m-3n)]^2=(2m+5n)^2$.

★例题引路

例1　下列各多项式能否用公式进行因式分解?能因式分解的把它因式分解.

(1) x^2+25;　　(2) $-9a^2-b^2$;

(3) $9(a+b)^2-25c^2$;　　(4) $m^2+6mn+4n^2$;

(5) $-4x^2-12xy+9y^2$;　　(6) $-4x^2-24xy-36y^2$.

[分析]　(1),(2)中两项虽然都是平方项,但是符号相同,因此不能用平方差公式分解.(3)可以分解.(4)是二次三项式,并且有两个平方项 m^2,$(2n)^2$,但 $6mn$ 不是 m,$2n$ 的积的2倍.(5)虽然也是二次三项式,但 $-4x^2$, $+9y^2$ 两项的符号不同,也无法用完全平方公式分解.(6)可以分解.

解　(1),(2),(4),(5)四个式子都不能用公式法分解.

(3) $9(a+b)^2-25c^2=[3(a+b)]^2-(5c)^2=[3(a+b)+5c][3(a+b)-5c]=(3a+3b+5c)(3a+3b-5c)$.

(6) $-4x^2-24xy-36y^2=-4(x^2+6xy+9y^2)=-4(x+3y)^2$.

例2　把下列各式分解因式.

(1) $0.64a^2-1$;　　(2) $(a+b)^2-4$;

(3) $0.01a^2b^2-\frac{1}{4}c^2$;　　(4) $-49(x+2y)^2+64(2y-x)^2$.

[分析]　应用平方差公式分解因式的关键是多项式应有两项,这两项都是完全平方项,并且这两项符号不同.

解　(1) $0.64a^2-1=(0.8a)^2-1^2=(0.8a-1)(0.8a+1)$.

(2) $(a+b)^2-4=(a+b)^2-2^2=(a+b-2)(a+b+2)$.

(3) $0.01a^2b^2-\frac{1}{4}c^2=(0.1ab)^2-\left(\frac{1}{2}c\right)^2=\left(0.1ab+\frac{1}{2}c\right)\left(0.1ab-\frac{1}{2}c\right)$

(4)　$-49(x+2y)^2+64(2y-x)^2=$

$[8(2y-x)]^2-[7(x+2y)]^2=$

$[8(2y-x)-7(x+2y)][8(2y-x)+7(x+2y)]=$

$(2y-15x)(30y-x)$.

例 3　把下列各式分解因式.

(1) $x^2-12x+36$；　　(2) $-x^4+8x^2-16$；

(3) $\frac{m^2n^2}{9}+\frac{2mn^3}{3}+n^4$.

[**分析**]　应用完全平方公式分解因式时，要熟记公式：$a^2+2ab+b^2=(a+b)^2$ 和 $a^2-2ab+b^2=(a-b)^2$.

对照公式，找出所要分解的式子中与 a，b 相对应的代数式，同时，还要注意：当 $2ab$ 这一项与 a^2，b^2 符号相同时，结果为 $(a+b)^2$；当 $2ab$ 这一项与 a^2，b^2 的符号不同时，结果为 $(a-b)^2$.

解　(1) $x^2-12x+36=x^2-2\cdot x\cdot 6+6^2=(x-6)^2$.

(2) $-x^4+8x^2-16=-(x^4-8x^2+16)=-[(x^2)^2-2\cdot x^2\cdot 4+4^2]=-(x^2-4)^2=-(x+2)^2(x-2)^2$.

(3) $\frac{m^2n^2}{9}+\frac{2mn^3}{3}+n^4=n^2\left(\frac{m^2}{9}+\frac{2mn}{3}+n^2\right)=n^2\left(\frac{m}{3}+n\right)^2$.

例 4　把下列各式分解因式.

(1) $-\frac{2}{3}x^5+4x^4-6x^3$；　　(2) $\frac{1}{2}(5a+3b)^2-a(5a+3b)+\frac{1}{2}a^2$；

(3) $(x^2+y^2)^2-4x^2y^2$；　　(4) $-1+16m^4$.

[**分析**]　因式分解的问题有许多无法一下子看出分得的最后结果，往往需要做一步看一步，如本例中(1)，(2)题都要先提出公因式，再进一步研究怎样做.

第(3)小题先用平方差公式分解成 $(x^2+y^2+2xy)(x^2+y^2-2xy)$，这样就会看到所得到的两个因式都能进一步再分解，得出最后结果.

每个题目因式分解后，还要看一看是不是所有的因式都分解到不能再分了，否则还要继续分解.

解　(1) $-\frac{2}{3}x^5+4x^4-6x^3=-\frac{2}{3}x^3(x^2-6x+9)=-\frac{2}{3}x^3(x-3)^2$.

(2) $\frac{1}{2}(5a+3b)^2-a(5a+3b)+\frac{1}{2}a^2=\frac{1}{2}[(5a+3b)^2-2a(5a+3b)+a^2]=\frac{1}{2}[(5a+3b)-a]^2=\frac{1}{2}(4a+3b)^2$.

(3) $(x^2+y^2)^2-4x^2y^2=(x^2+y^2)^2-(2xy)^2=[(x^2+y^2)+2xy][(x^2+y^2)-2xy]=(x+y)^2(x-y)^2$.

(4) $-1+16m^4=16m^4-1=(4m^2+1)(4m^2-1)=(4m^2+1)(2m+1)(2m-1)$.

★分层体验

基　本　题

1. 填空题.

(1) $64x^2=(\_\_\_\_\_\_)^2$.

(2) $0.04a^2=(\_\_\_\_\_\_)^2$.

(3) $-16x^2+y^2=(\_\_\_\_\_\_)^2-(\_\_\_\_\_\_)^2$.

(4) $y^2-\frac{1}{4}=\left(y+\frac{1}{2}\right)(\_\_\_\_\_\_)$.

(5) $-9a^2+25b^2=(3a+5b)(\_\_\_\_\_\_)$.

(6) $m^2n^2-p^2q^2=\_\_\_\_\_\_$.

(7) $\frac{25}{16}a^2-0.16^2=\_\_\_\_\_\_$.

(8) 如果 x^2+4x+a 是一个完全平方式，那么 $a=\_\_\_\_\_\_$.

(9) 如果 $a^2+ab+\frac{1}{4}$ 是一个完全平方式，那么 $b=\_\_\_\_\_\_$.

(10) $4+x^2y^2+(\_\_\_\_\_\_)=(xy-2)^2$.

(11) $36x^2-81y^2=\_\_\_\_\_\_$.

(12) $x^2+px+\_\_\_\_\_\_=(x+\_\_\_\_\_\_)^2$.

(13) $4x-2-2x^2=\_\_\_\_\_\_$.

(14) $(m+n)^2-2(m+n)+1=\_\_\_\_\_\_$.