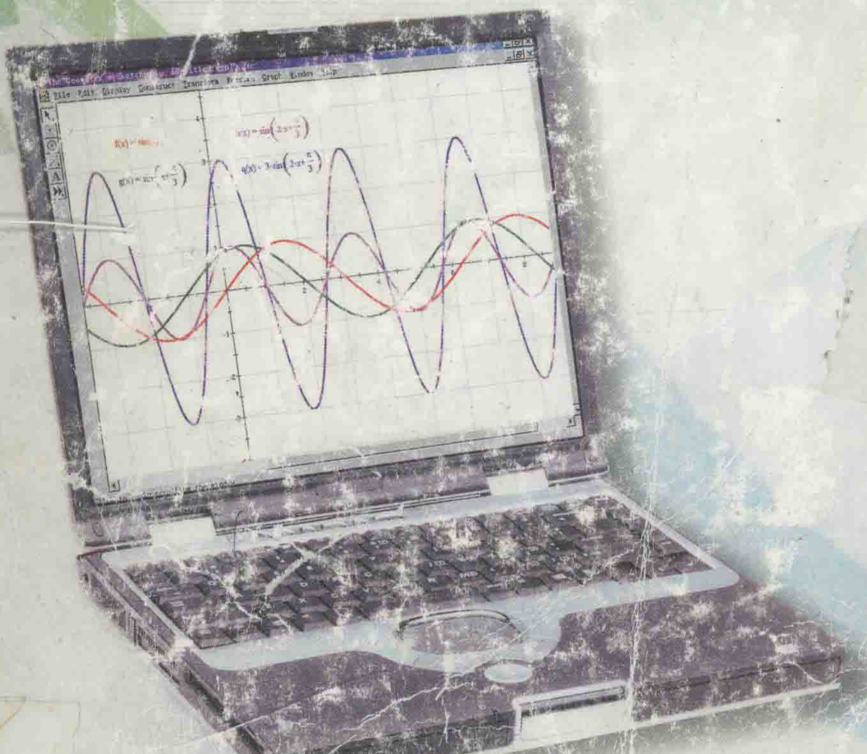
普通高级中学实验教科书（信息技术整合本）

数学

第一册（下）

人民教育出版社中学数学室 编著



普通高级中学实验教科书（信息技术整合本）

数学

第一册（下）

人民教育出版社中学数学室 编著

人民教育出版社

SHUXUE

普通高级中学实验教科书（信息技术整合本）
数　学
第一册（下）
人民教育出版社中学数学室　编著
*
人民教育出版社出版发行
（北京沙滩后街55号　邮编：100009）
网址：http://www.pep.com.cn
人民教育出版社印刷厂印装　全国新华书店经销
*
开本：890毫米×1 194毫米　1/16　印张：10.25　字数：160 000
2002年12月第1版　2004年2月第1次印刷
印数：0 001～9 000
ISBN 7-107-17177-1
G·10267（课）　定价：11.10元

说　明

《普通高级中学实验教科书（信息技术整合本）·数学》是在《全日制普通高级中学教科书（试验修订本）·数学》的基础上改编的. 编写的指导思想是：遵循“教育要面向现代化，面向世界，面向未来”和“科教兴国”的战略思想，贯彻教育必须为社会主义现代化建设服务，必须与生产劳动相结合，培养德、智、体、美全面发展的社会主义的建设者和接班人的方针，全面推进素质教育，促进教育改革，提高教育质量.

普通高中教育，是与九年义务教育相衔接的高一层次的基础教育，担负着为高一级学校和社会输送素质良好的合格毕业生的任务. 本套实验教科书的教学内容，与《全日制普通高级中学教科书（试验修订本）·数学》相当，编排体例基本相同，但在素材的选择上作了较大的改进，教学要求也略有提高. 改编的重点旨在通过数学课程教材与信息技术的整合，激发学生的数学学习兴趣；提高学生的数学基础知识、基本技能和数学能力；推进信息技术在数学教学过程中的普遍应用；提高学生的信息素养，培养学生使用信息技术的能力；促进学生从数学的角度发现、提出、探究和解决问题的能力；提高学生的数学表达和交流的能力；培养学生的创新精神和实践能力，促进学生的全面发展.

数学课程教材与信息技术整合的目标是要通过信息技术在课堂教学的使用而改变数学课堂教学结构，从而实现数学学习方式的转变. 数学教学中使用信息技术应当注意以下问题：

1. 必要性　信息技术应当为数学的学与教服务. 信息技术的使用不是要替代传统的教学工作，而是要发挥信息技术的力量，做过去不能做或做得不太好的工作，以更好地组织和管理教学资源，构建交互式、多样性的学习环境，更好地引导学生学习，加强数学的基本理解和直觉.

2. 平衡性　信息技术的使用为学生学习更多更深的数学提供了可能，也为学生更好地理解和应用数学开拓了广阔空间. 但是，它不能被用来代替基本的数学活动，如熟练的基本运算、基本的代数变换、解方程、逻辑推理、数学证明等. 因此，应当使信息技术的使用与传统的纸笔运算、逻辑推理、画表作图等之间达到一种平衡.

3. 实践性　信息技术为数学教学提供的学习环境，极大地拓展了师生的实践活动空间，它使学生通过丰富的活动而不仅仅是依赖语言来构建对知识的理解提供了可能，从而产生了更多的学习方式，加强、完善甚至改变了数学学习. 因此，信息技术的使用应当强调学生的实践活动，让他们在信息技术的帮助下，通过自己的亲身实践而获得对数学知识的深刻理解，体验数学思想方法的真谛，领悟数学的本质，使“学习方式的变革”落在实处.

4. 实用性　信息技术为教学提供了一种可直接操作的环境，在这种环境里，抽象的数学概念和关系是“可视的”，并且可以被具体操作. 但是，信息技术的这种优势常常因为技术本身的原因（很多人对计算机的软、硬件环境不熟悉）而得不到充分发挥. 因此，信息技术应用于数学教学应当做到简单、方便、实用，在技术的设计、实现和操作上减少困难.

5. 广泛性　数学课程与信息技术整合的主要目的是丰富学生的数学学习，促使学生利用信息

技术进行主动、有效的数学学习. 应当使所有学生都在自己的数学学习中使用信息技术. 应当根据不同的教学任务选择适当的信息技术工具，如计算器、计算机、多媒体实验室以及互联网等，以使学生充分发挥视觉、听觉、触觉等多种感官的协同作用而更有效地进行数学学习.

《普通高级中学实验教科书（信息技术整合本）·数学》（以下简称《数学》）包括三册，其中第一册、第二册是必修课本，分别在高一、高二学习，每周4课时；第三册是选修课本，在高三学习，它又分为选修I和选修II两种，每周分别为2课时和4课时.

这套书的第一册又分为上、下两个分册，分别供高一上、下两个学期使用. 本书是《数学》第一册（下），内容包括三角函数和平面向量两章.

全套书在体例上有如下特点：

1. 每章均配有章头图和引言，作为全章内容的导入，使学生初步了解学习这一章的必要性.

2. 在适宜于用信息技术进行探究和学习的地方均作出“用图形计算器或计算机”的提示，提醒学生使用信息技术进行学习.

3. 书中习题共分三类：练习、习题和复习参考题.

练习　以复习相应小节的教学内容为主，供课堂练习用.

习题　每小节后一般配有习题，供课内、外作业选用，少数标有 * 号的题目在难度上略有提高，供学有余力的同学选用.

习题的后面一般配有一个“数学实验”，此栏目是专门为使用信息技术进行探究性学习而设置的.

复习参考题　每章最后配有复习参考题，分 A、B 两组，A 组题属于基本要求范围，供复习全章使用；B 组题带有一定的灵活性，难度上略有提高，仅供学有余力的学生选用.

4. 每章的内容后面均安排有小结与复习，包括内容提要、学习要求和需要注意的问题、参考例题三部分，供复习全章时参考.

5. 每章附有一至两篇不作教学要求的阅读材料，供学生课外阅读，目的是渗透数学文化，扩大知识面，激发数学学习兴趣，培养应用数学的意识.

本套书由人民教育出版社中学数学室编写. 其中《数学》第一册（下）原试验本由饶汉昌、方明一主持编写，参加编写的有蔡上鹤、康合太等，责任编辑为薛彬，审稿为饶汉昌.

《数学》第一册（下）原试验本在编写过程中蒙孔令颐、吴之季、烟学敏、蒋佩锦、戴佳珉等同志提出宝贵意见，在此表示衷心感谢.

参加本次改编的有白涛、桂思铭、郭慧清、陶维林、康杰、田载今、方明一、章建跃、张劲松、李海东、徐勇等，责任编辑为李海东，审稿为田载今、章建跃.

人民教育出版社中学数学室

2002年11月

目　录

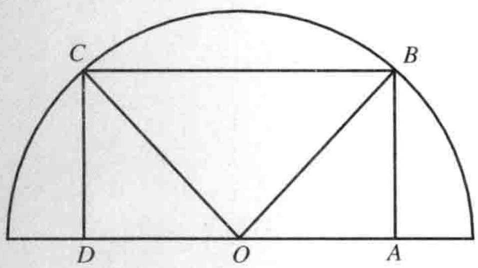
第 4 章　三角函数

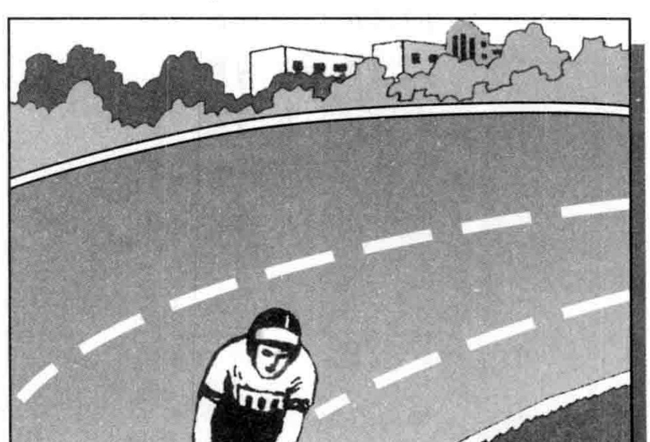
第 5 章　平面向量

本书部分数学符号

$\sin x$	x 的正弦
$\cos x$	x 的余弦
$\tan x$	x 的正切
$\cot x$	x 的余切
$\sin^2 x$	$\sin x$ 的平方
$\arcsin x$	x 的反正弦
$\arccos x$	x 的反余弦
$\arctan x$	x 的反正切
$\boldsymbol{a}$	向量 $\boldsymbol{a}$
$\overrightarrow{AB}$	向量 $\overrightarrow{AB}$
$\lvert \boldsymbol{a} \rvert$	向量 $\boldsymbol{a}$ 的模（或长度）
$\lvert \overrightarrow{AB} \rvert$	向量 $\overrightarrow{AB}$ 的模（或长度）
$\mathbf{0}$	零向量
$\boldsymbol{e}$	单位向量
$\boldsymbol{i}$，$\boldsymbol{j}$	平面直角坐标系中 x，y 轴方向的单位向量
$\boldsymbol{a}/\!/\boldsymbol{b}$	向量 $\boldsymbol{a}$ 与向量 $\boldsymbol{b}$ 平行（共线）
$\boldsymbol{a}\perp\boldsymbol{b}$	向量 $\boldsymbol{a}$ 与向量 $\boldsymbol{b}$ 垂直
$\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}$	向量 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 的和
$\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}$	向量 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 的差
$\lambda\boldsymbol{a}$	实数 λ 与向量 $\boldsymbol{a}$ 的积
$\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}$	向量 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 的数量积

第 4 章 三角函数





如图，有一块以点 O 为圆心的半圆形空地，要在这块空地上划出一个内接矩形 $ABCD$ 辟为绿地，使其一边 AD 落在半圆的直径上，另两点 B、C 落在半圆的圆周上. 已知半圆的半径长为 a，如何选择关于点 O 对称的点 A、D 的位置，可以使矩形 $ABCD$ 的面积最大？

办法 1：设 $OA=t$，矩形面积为 S，利用勾股定理，可得 $S=2t\sqrt{a^2-t^2}$. 两边平方，得 $S^2=4t^2(a^2-t^2)$. 这个函数关系式比较复杂. 但经过仔细观察，发现若令 $S^2=y$，$t^2=x$，则原式可化为以 x 为自变量的二次函数 $y=-4x^2+4a^2x$. 于是根据我们学过的知识，可知当 $x=\frac{a^2}{2}$ 时，y 取得最大值 a^4.

由于 x，y，t，S 都是正数，不难看出，当 $t=\frac{\sqrt{2}}{2}a$ 时，S 取得最大值 a^2. 所以点 A、D 分别位于点 O 的左、右方 $\frac{\sqrt{2}}{2}a$ 处.

办法 2：从角来考虑. 设 $\angle AOB=\theta$，则 $AB=a\sin\theta$，$OA=a\cos\theta$，所以

$$S=a\sin\theta\cdot 2a\cos\theta=a^2\cdot 2\sin\theta\cos\theta.$$

这是一个以 θ 为自变量的函数. 学了本章内容后可以知道，当 θ 取什么值时使 S 达到最大，且办法 2 比办法 1 要简便得多.

在这一章里，我们将用集合与函数的知识系统地研究任意角的三角函数，掌握一些基本的三角关系式和三角式的变形方法，并在此基础上了解三角函数的图象和性质；此外，我们还要学会已知三角函数值求角的方法. 这些知识在今后的学习和研究中都起着十分重要的作用，并且在各门科学技术中都有着广泛的应用.

1 任意角的三角函数

4.1 角的概念的推广

观察时钟，如果快了 1 小时 15 分，那么应该怎样拨钟来校时？当时间校准后，分针旋转了多少度？

我们知道，角可以看成平面内一条射线绕着端点从一个位置旋转到另一个位置所成的图形．我们规定，按逆时针方向旋转形成的角叫做**正角**，按顺时针方向旋转形成的角叫做**负角**．这样，我们只需将分针旋转 $450°$或$-3\,870°$，就可以将上述时钟校准了．

如果一条射线没有作任何旋转，我们称它形成了一个**零角**．也就是说，零角的始边与终边重合．如果角 α❶是零角，那么 $\alpha=0°$．

❶ 为了简单起见，在不引起混淆的前提下，"角 α"或"$\angle\alpha$"可以简记成"α"．

角的概念经过这样的推广以后，就应该包括正角、负角和零角．

今后我们常在直角坐标系内讨论角，为了讨论问题的方便，我们使角的顶点与原点重合，角的始边与 x 轴的非负半轴重合．那么，角的终边（除端点外）在第几象限，我们就说这个角是第几象限角．例如，图 4-1 中的 $30°$角，就是第一象限角；图 4-1 中的 $-150°$角，就是第三象限角．如果角的终边在坐标轴上，就认为这个角不属于任何一个象限．

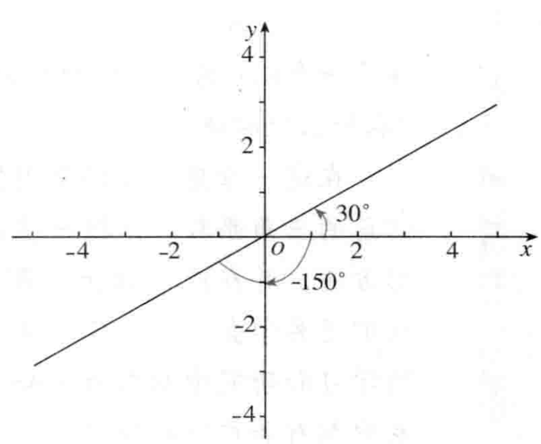


图 4-1

现在我们来做一个实验：

用图形计算器或计算机建立一个直角坐标系，并以 x 轴的非负

按顺时针的旋转.

半轴为始边 OA，在 $0°$ 到 $180°$ 范围内任作 $\alpha=\angle AOB$，测出 α 的度数. 然后，分别取角 γ 的多个值，使得终边 OB 旋转 γ 后都能回到原来的位置. 此时，不同的 γ 值有什么关系？变化后的 $\angle AOB$ $(=\beta)$ 又等于多少度？

在图 4-2 的直角坐标系中，我们测得 $\alpha=32°$，按逆时针方向旋转 α 的终边，经测量就可以看到，$392°$，$752°$，…角的终边都与 α 的终边相同，此时 γ 分别为 $360°$，$720°$，…再按顺时针方向旋转，经测量又可以看到，$-328°$，$-688°$，…角的终边也都与 α 的终边相同，此时 γ 分别为 $-360°$，$-720°$，…

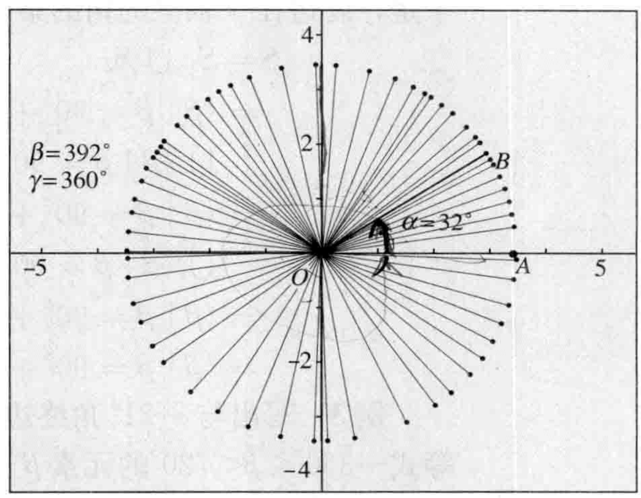


图 4-2

这样，与 $32°$ 角终边相同的这些角都可以表示成 $32°$ 的角与 k 个 $(k\in \mathbf{Z})$ 周角的和，如

$$392°=32°+360° \text{（这里 } k=\underline{\ 1\ }\text{）},$$

$$-328°=32°-360° \text{（这里 } k=\underline{\ -1\ }\text{）}.$$

设 $S=\{\beta \mid \beta=32°+k\cdot 360°,\ k\in \mathbf{Z}\}$，则 $392°$，$-328°$ 角都是 S 的元素，$32°$ 角也是 S 的元素（此时 $k=\underline{0}$）. 容易看出：所有与 $32°$ 角终边相同的角，连同 $32°$ 角在内，都是集合 S 的元素；反过来，集合 S 的任一元素显然与 $32°$ 角终边相同. 一般地，我们有：

所有与角 α 终边相同的角，连同角 α 在内，可构成一个集合

$$S=\{\beta \mid \beta=\alpha+k\cdot 360°,\ k\in \mathbf{Z}\},$$

即任一与角 α 终边相同的角，都可以表示成角 α 与整数个周角的和.

例 1　在 $0°$ 到 $360°$❶范围内，找出与 $-950°12'$ 角终边相同的角，并判断它是第几象限角.

960.

解：$-950°12'=129°48'-3\times 360°$，所以与 $-950°12'$ 角终边相同的角是 $129°48'$，它是第二象限角.

❶ 本书中约定："$0°$ 到 $360°$" 这一词语包含 $0°$，但不包含 $360°$.

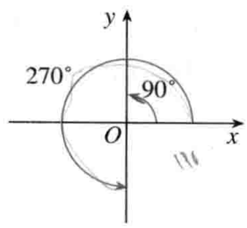


图 4-3

例 2　写出终边在 y 轴上的角的集合（用 0°到 360°的角表示）.

解：在 0°到 360°范围内，终边在 y 轴上的角有两个，即 90°，270°角（图 4-3）. 因此，所有与 90°角终边相同的角构成集合

$$S_1=\{\beta \mid \beta=90^\circ+k\cdot 360^\circ,\ k\in\mathbf{Z}\}$$
$$=\{\beta \mid \beta=90^\circ+2k\cdot 180^\circ,\ k\in\mathbf{Z}\},$$

而所有与 270°角终边相同的角构成集合

$$S_2=\{\beta \mid \beta=270^\circ+k\cdot 360^\circ,\ k\in\mathbf{Z}\}$$
$$=\{\beta \mid \beta=90^\circ+180^\circ+2k\cdot 180^\circ,\ k\in\mathbf{Z}\}$$
$$=\{\beta \mid \beta=90^\circ+(2k+1)180^\circ,\ k\in\mathbf{Z}\},$$

于是，终边在 y 轴上的角的集合

$$S=S_1\cup S_2$$
$$=\{\beta \mid \beta=90^\circ+2k\cdot 180^\circ,\ k\in\mathbf{Z}\}$$
$$\cup\{\beta \mid \beta=90^\circ+(2k+1)180^\circ,\ k\in\mathbf{Z}\}$$
$$=\{\beta \mid \beta=90^\circ+180^\circ\text{ 的偶数倍}\}$$
$$\cup\{\beta \mid \beta=90^\circ+180^\circ\text{ 的奇数倍}\}$$
$$=\{\beta \mid \beta=90^\circ+180^\circ\text{ 的整数倍}\}$$
$$=\{\beta \mid \beta=90^\circ+n\cdot 180^\circ,\ n\in\mathbf{Z}\}.$$

例 3　写出与 -21° 角终边相同的角的集合 S，并把 S 中适合不等式 $-360^\circ\leqslant\beta<720^\circ$ 的元素 β 写出来：

解：$S=\{\beta|\beta=-21^\circ+k\cdot 360^\circ,k\in\mathbf{Z}\}$.

S 中适合 $-360^\circ\leqslant\beta<720^\circ$ 的元素是

$$-21^\circ+0\times 360^\circ=-21^\circ,$$
$$-21^\circ+1\times 360^\circ=339^\circ,$$
$$-21^\circ+2\times 360^\circ=699^\circ.$$

练　习

1. （口答）锐角是第几象限角？第一象限角一定是锐角吗？再分别就直角、钝角来回答这两个问题.
2. （口答）今天是星期三，那么 $7k(k\in\mathbf{Z})$ 天后的那一天是星期几？$7k(k\in\mathbf{Z})$ 天前的那一天是星期几？100 天后的那一天是星期几？
3. 已知角的顶点与直角坐标系的原点重合，始边与 x 轴的非负半轴重合，作出下列各角，并指出它们是哪个象限的角：

(1) 420°；　(2) -75°；　(3) 855°；　(4) -510°.

4. 在 0° 到 360° 范围内，找出与下列各角终边相同的角，并指出它们是哪个象限的角：

(1) $-54^\circ18'$； (2) $395^\circ8'$； (3) $-1\,190^\circ30'$.

5. 写出与下列各角终边相同的角的集合，并把集合中适合不等式 $-720^\circ\leqslant\beta<360^\circ$ 的元素 β 写出来：

(1) $1\,303^\circ18'$； (2) -225°.

习题 4.1

1. 在 0° 到 360° 范围内，找出与下列各角终边相同的角，并指出它们是哪个象限的角：

(1) -265°； (2) $-1\,000^\circ$； (3) $-843^\circ10'$； (4) $3\,900^\circ$.

2. 写出终边在 x 轴上的角的集合（用 0° 到 360° 的角表示）.

3. 写出与下列各角终边相同的角的集合，并把集合中适合不等式 $-360^\circ\leqslant\gamma<360^\circ$ 的元素 γ 写出来：

(1) 60°； (2) -75°； (3) $-824^\circ30'$； (4) 475°；

(5) 90°； (6) 270°； (7) 180°； (8) 0°.

4. 分别写出第一、二、三、四象限角的集合.

5. 选择题：

(1) 已知 α 是锐角，那么 2α 是（ C ）

(A) 第一象限角. (B) 第二象限角.

(C) 小于 180° 的正角. (D) 不大于直角的正角.

(2) 已知 α 是第一象限角，那么 $\frac{\alpha}{2}$ 是（ D ）

(A) 第一象限角. (B) 第二象限角.

(C) 第一或第二象限角. (D) 第一或第三象限角.

(K·360°; − 90-k·36

380°

||||||

$\boxed{360}$

k·360°+

b.

90°-360

=270

数学实验

根据下列表格，作出 y_1 关于 x 变化的散点图，并建立它们的函数关系式，然后说明不同的 y_1 值之间的关系.

X	Y1				
-2.	-783.				
-1.	-423.				
0.	-63.				
1.	297.				
2.	657.				
3.	1017.				
4.	1377.				
5.	1737.				

4.2　弧度制

我们在初中几何里已学过角的度量，规定周角的$\frac{1}{360}$为 1 度的角. 这种用度作为单位来度量角的单位制叫做**角度制**. 其实，早在 18 世纪，瑞士数学家欧拉（Euler）就提出了另一种度量角的单位制——弧度制，它的单位符号是 rad，读作弧度.

我们把长度等于半径长的弧所对的圆心角叫做 **1 弧度的角**，即用弧度制度量时，这样的圆心角等于 1 rad. 如图 4-4，在图形计算器或计算机上作圆 O，并取弧$\overset{\frown}{AB}$的长等于半径 r，$\overset{\frown}{AB}$所对的圆心角 $\angle AOB$ 就是 1 弧度的角. 改变弧的长度，圆心角的大小也随着改变，其弧度数也在不断地变化. 当圆心角变为周角时，它所对的弧（即圆周）长 $l=2\pi r$，所以周角的弧度数是

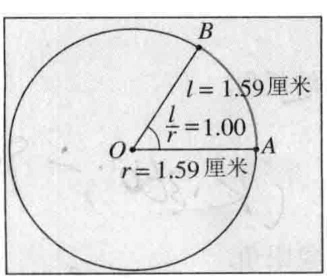


图 4-4

$\frac{l}{2\pi}$

$$\frac{l}{r}=\frac{2\pi r}{r}=2\pi.$$

由此可知，任一 0° 到 360° 的角的弧度数 $x=\frac{l}{r}$ 适合不等式 $0\leqslant x<2\pi$. 角的概念推广后，弧的概念也随之推广，任一正角的弧度数都是一个正数. 零角的弧度数是 0.

如果角 α 是一个负角，那么它的弧度数是一个负数. 例如，当弧长 $l=4\pi r$ 且所对的圆心角表示负角时，这个圆心角的弧度数是

$$-\frac{l}{r}=-\frac{4\pi r}{r}=-4\pi.$$

一般地，**正角的弧度数是一个正数，负角的弧度数是一个负数，零角的弧度数是** 0；**角** α **的弧度数的绝对值**

$$|\alpha|=\frac{l}{r},$$

其中 l **是以角** α **作为圆心角时所对弧的长，** r **是圆的半径.**

这种以弧度作为单位来度量角的单位制，叫做**弧度制**.

根据公式 $|\alpha|=\dfrac{l}{r}$，可以得到

$$l=|\alpha|r,$$

这就是说，使用弧度制以后，**弧长等于弧所对的圆心角（的弧度数）的绝对值与半径的积.** 这比采用角度制时相应的弧长公式 $\left(l=\dfrac{n\pi r}{180}\right)$ 大大简化了.

用角度制和弧度制来度量零角，单位不同，但量数相同（都是 0）；用角度制和弧度制度量任一非零角，单位不同，量数也不同. 那么，角度与弧度如何换算呢？

因为周角的弧度数是 2π，而在角度制下它是 $360°$，所以

$$360°=2\pi\ \text{rad},$$
$$180°=\pi\ \text{rad},$$
$$\boxed{1°=\frac{\pi}{180}\ \text{rad}\approx 0.01745\ \text{rad}.}$$

$2\pi=360°$

$\pi=180° \Rightarrow 1°=\pi/180\ (\text{rad})$

把上面的关系式反过来写，就可以得到

$$2\pi\ \text{rad}=360°,$$
$$\pi\ \text{rad}=180°,$$
$$\boxed{1\ \text{rad}=\left(\frac{180}{\pi}\right)^{\circ}\approx 57.30°=57°18'.}$$

一般地，我们只需根据

$\boxed{180°=\pi\ \text{rad}}$ 或 $\boxed{1°\approx 0.01745\ \text{rad}}$ $\boxed{1\ \text{rad}\approx 57.30°}$

$180°=\pi\ \text{rad}$

就可以将弧度与角度相互换算了.

这里，我们还可以利用计算器的角度与弧度的模式转化功能对例 1 的结果进行验证.

例 1　（1）把 $67°30'$ 化成弧度；（2）把 $\dfrac{3}{5}\pi$ rad 化成度.

解：（1）因为　$67°30'=\left(\dfrac{135}{2}\right)^{\circ}$，所以

$$67°30'=\frac{\pi}{180}\text{ rad}\times\frac{135}{2}=\frac{3}{8}\pi\text{ rad}.$$

（2）$\frac{3}{5}\pi\text{ rad}=\frac{3}{5}\times180°=108°.$

今后用弧度制表示角时，“弧度”二字或“rad”通常略去不写，而只写该角所对应的弧度数．例如，角$\alpha=2$就表示α是2 rad的角，$\sin\frac{\pi}{3}$就表示$\frac{\pi}{3}$ rad的角的正弦，即$\sin\frac{\pi}{3}=\sin 60°=\frac{\sqrt{3}}{2}$.

填写下列特殊角的度数与弧度数的对应表：

度	0°	30°	45°	60°	80°	120°	135°	150°		270°	360°
弧度		$\frac{1}{6}\pi$	$\frac{1}{4}\pi$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2}{3}\pi$	$\frac{3}{4}\pi$	$\frac{5}{6}\pi$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π

角的概念推广后，无论用角度制还是用弧度制，都能在角的集合与实数集 **R** 之间建立一种一一对应的关系：每一个角都有唯一的一个实数（例如这个角的弧度数或度数）与它对应；反过来，每一个实数也都有唯一的一个角（例如弧度数或度数等于这个实数的角）与它对应（图 4-5）.

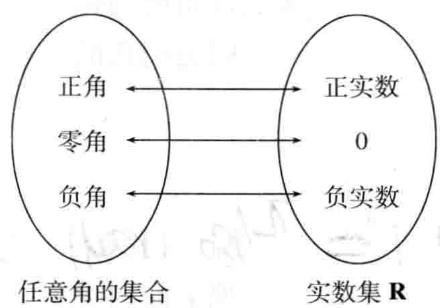


图 4-5

例 2　利用弧度制证明扇形面积公式$S=\frac{1}{2}lR$，其中l是扇形的弧长，R是圆的半径.

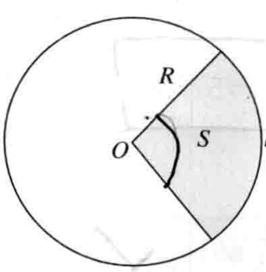


图 4-6　$\frac{n\pi R^2}{360}=\frac{\pi R^2}{2\pi}$

证明：如图 4-6，因为圆心角为 1 rad 的扇形面积为$\frac{1}{2\pi}\cdot\pi R^2$，而弧长为$l$的扇形的圆心角的大小为$\frac{l}{R}$ rad，所以它的面积

$$S=\frac{l}{R}\cdot\frac{1}{2\pi}\cdot\pi R^2=\frac{1}{2}lR.$$

$|\alpha|=\frac{l}{R}$

例 3　求图 4-7 中公路弯道处弧$\overset{\frown}{AB}$的长l（精确到 1 m．图中长度单位：m）.

解：因为$60°=\frac{\pi}{3}$，所以