

非线性演化系统的 符号计算方法

李帮庆 马玉兰 著



科学出版社

非线性演化系统的 符号计算方法

李帮庆 马玉兰 著

科学出版社

北 京

内 容 简 介

本书是一本研究非线性演化系统的专著. 书中应用近些年新发展起来的符号计算方法, 研究非线性演化系统精确解的构造与计算, 重点讨论一类非线性 Vakhnenko 系统以及几类有代表性非线性演化系统精确解的构造、传播与控制等, 展示这些非线性系统丰富而奇特的动力学特征.

本书研究方法先进、内容充实, 可供从事非线性系统、数学物理、非线性物理、符号计算等相关领域的学者参考.

图书在版编目(CIP)数据

非线性演化系统的符号计算方法/李帮庆, 马玉兰著. —北京: 科学出版社, 2013.10

ISBN 978-7-03-038847-6

I. ①非… II. ①李… ②马… III. ①非线性偏微分方程—研究
IV. ①O175.29

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2013) 第 242279 号

责任编辑: 王丽平 / 责任校对: 彭 涛

责任印制: 赵德静 / 封面设计: 陈 敬

科学出版社 出版

北京东黄城根北街 16 号

邮政编码: 100717

<http://www.sciencep.com>

文林印务有限公司 印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2013 年 10 月第 一 版 开本: 720 × 1000 1/16

2013 年 10 月第一次印刷 印张: 17 1/2

字数: 350 000

定价: 79.00 元

(如有印装质量问题, 我社负责调换)

前 言

世界的本质是非线性的. 由于来自工程技术等应用领域的强力推动, 数学物理中的非线性问题已经成为科学家最为关注的热点研究领域之一. 孤子、混沌和分形是非线性科学的核心内容, 这一领域的蓬勃发展已经使非线性科学的研究发生了深刻变化.

非线性演化系统是描述含时间和空间变量的一大类数学模型, 有极为广泛的应用背景. 这类系统能更精确、更深刻地描述工程技术与自然科学中含非线性因素的时空演化关系, 从而揭示系统的本质特征. 在非线性的物理、等离子物理、非线性光学、非线性力学、通信工程、分子生物工程以及社会经济等众多学科领域, 科学家和工程师不断提出大量的非线性演化系统, 研究和掌握这些系统的特征、能量传播性质及控制等是摆在学者们面前的艰巨任务.

非线性演化系统也是应用数学领域中有活力的研究内容之一, 是数学物理方程的一个主要研究分支. 对于非线性演化系统, 由于线性叠加原理的失效, 这类非线性系统的求解是非线性科学的关键问题, 也是难点所在. 20 世纪 70 年代以来, 在构造非线性发展方程的精确解, 尤其是孤立波解方面, 科学家经过不懈地努力, 取得了丰硕的成果, 提出了许多行之有效的构造非线性发展方程精确解的符号计算方法.

本书是一本应用符号计算方法研究非线性演化系统的专著. 通过近些年发展起来的几类符号计算方法, 研究了若干有代表性的非线性系统. 构造非线性演化系统的精确解方法主要包括 (G'/G) 展开法、扩展的 (G'/G) 展开法、Riccati 映射法、Hirota 双线性法及改进的 Hirota 双线性法、 F -展开法、Jacobi 椭圆函数展开法、动力系统法、混合法等; 研究对象包括低维非线性演化系统和高维非线性演化系统; 涉及非线性演化系统的广泛的解形式: 如单孤立波解、多孤立波解、周期波解、周期与孤立波混合解、包络解、激发解等; 研究内容包括非线性演化系统单孤立波、多孤立波的演化、交互与控制等问题. 研究中应用可视化方法, 用较多的图形展示这些非线性系统丰富而奇特的动力学特征.

本书正文分为三个部分共 13 章, 下面给出每部分的简要介绍.

第一部分内容为非线性演化系统基础, 包括非线性演化系统的一些基本概念和一个典型的非线性 Vakhnenko 系统的数学模型化过程.

在第二部分, 引入几类重要的符号计算方法, 构造几类典型非线性演化系统的精确解, 如 Vakhnenko 系统及其扩展系统、非线性短脉冲系统、 $(1+1)$ 维 Gardner

系统等. 同时还研究这些系统解的性质, 如解的参数传播控制、解的激发、多孤立波的演化与交互过程等.

第三部分应用扩展的 (G'/G) 展开法, 构造出几类高维非线性演化系统的广义行波解, 基于这些行波解中的任意函数, 研究这些系统的孤子结构及其性质, 包括一些经典的特殊孤子、折叠孤子、混沌孤子结构和分形孤子结构等.

本书含有翔实的公式推导过程, 撰写时力求简洁、规范, 大部分只保留了公式推导的主要步骤, 只对少数推导困难的内容给出推导过程. 附录 A 给出了本书用到的有关 Jacobi 椭圆函数的概念和基本公式.

用可视化方法观察和研究非线性演化系统的性质是本书的特色, 书中用了较多的图形来展示解的形状、演化、交互. 附录 B 给出了几个有代表性的孤子激发的 Matlab 作图程序, 供读者参考.

本书研究方法先进、内容充实, 可供从事非线性系统、数学物理、非线性物理、符号计算等领域的学者参考.

作者的研究工作得到了王明亮教授的指导, 在此特别致谢!

本书的出版得到了北京市教育委员会科研计划项目 (批准号: KM201010011001)、北京市属高等学校人才强教计划项目 (编号: 201106206)、北京市教育委员会专项基金以及北京工商大学理学学科建设与专项基金的资助.

曹显兵教授在出版过程中给予了大力支持.

感谢审稿专家的指导, 感谢科学出版社王丽平编辑的热情帮助和细致的工作.

作者欢迎与本书相关的学术交流, 电子邮箱为: libq@th.btbu.edu.cn.

最后感谢尊敬的同行专家和读者赐教.

作 者

2013 年 3 月

目 录

前言

第一部分 非线性演化系统基础

第 1 章 引言	3
1.1 几个基本概念	3
1.1.1 线性与非线性	3
1.1.2 演化系统与动力系统	3
1.1.3 演化系统与偏微分方程	3
1.1.4 偏微分方程的阶和解	4
1.2 线性偏微分方程	4
1.2.1 线性偏微分方程定义	4
1.2.2 线性偏微分方程的叠加原理	5
第 2 章 非线性演化系统	6
2.1 非线性演化系统及其相关性质	6
2.1.1 孤立波与 KdV 方程	6
2.1.2 孤立波与孤子	7
2.1.3 非线性演化系统的精确解	8
2.2 非线性演化系统的激发	8
2.2.1 孤立波的激发	8
2.2.2 孤子、混沌与分形的关系	9
2.3 非线性演化系统的模型化	9
2.3.1 非线性 Vakhnenko 系统	9
2.3.2 稀松介质中高频波传播的非线性 Vakhnenko 系统模型	10
2.3.3 Vakhnenko 系统的研究进展	11

第二部分 非线性演化系统的精确解

第 3 章 (G'/G) 展开法与修正广义的 Vakhnenko 系统的孤立波解	15
3.1 二阶线性常微分方程	15
3.1.1 常微分方程的基本概念	15

3.1.2	二阶线性常微分方程及其解的结构	17
3.1.3	二阶常系数齐次线性常微分方程	17
3.2	(G'/G) 展开法	21
3.3	(G'/G) 展开法与 Vakhnenko 系统的精确孤立波解	23
3.4	修正广义的 Vakhnenko 系统的孤立波	27
3.4.1	对修正广义的 Vakhnenko 系统一个变换	27
3.4.2	修正广义的 Vakhnenko 系统的孤立波解	28
3.5	系统参数对修正广义的 Vakhnenko 系统孤立波的传播控制	35
3.5.1	参数 β 对孤立波的控制	35
3.5.2	参数 p 对孤立波的控制	36
3.5.3	参数 q 对孤立波的控制	37
3.5.4	参数 k 对系统的控制	38
3.5.5	参数 λ, μ 对系统的控制	39
3.6	本章小结	40
第 4 章	扩展的 (G'/G) 展开法与 Vakhnenko 系统的广义行波解	42
4.1	扩展的 (G'/G) 展开法	42
4.2	Vakhnenko 系统的广义行波解	43
4.3	Vakhnenko 系统的激发孤立波	48
4.3.1	周期波激发	48
4.3.2	环形孤立波激发	53
4.4	本章小结	56
第 5 章	扩展的 Riccati 映射法与一类广义 Vakhnenko 系统广义行波解	57
5.1	Riccati 映射法	57
5.1.1	Tanh 函数展开法	57
5.1.2	Riccati 映射法	58
5.2	一类广义 Vakhnenko 系统的广义行波解	60
5.3	单环孤立波激发	62
5.4	双环孤立波激发	66
5.5	本章小结	70
第 6 章	改进的 Hirota 法与广义扩展 Vakhnenko 系统	71
6.1	Hirota 双线性法	71
6.1.1	Hirota 双线性算子及其性质	71
6.1.2	Hirota 双线性法步骤	72
6.1.3	改进的 Hirota 双线性法求解	72
6.2	改进的 Hirota 双线性法的一个应用	73

6.2.1	耗散 Zabolotskaya-Khokhlov 系统	73
6.2.2	耗散 Zabolotskaya-Khokhlov 系统的光滑 N 孤立波	74
6.2.3	耗散 Zabolotskaya-Khokhlov 系统的奇异 N 孤立波	77
6.2.4	耗散 Zabolotskaya-Khokhlov 系统的 N 孤立波演化与交互	78
6.3	扩展广义 Vakhnenko 系统的多孤立波	79
6.3.1	扩展广义 Vakhnenko 系统的单孤立波	80
6.3.2	扩展广义 Vakhnenko 系统的二孤立波	82
6.3.3	扩展广义 Vakhnenko 系统的三孤立波	84
6.4	扩展广义 Vakhnenko 系统孤立波间的交互	85
6.4.1	双孤立波交互	85
6.4.2	三孤立波交互	86
6.5	本章小结	97
第 7 章	F - 展开法与修正广义 Vakhnenko 系统的包络解	98
7.1	F - 展开法	98
7.1.1	F - 展开法的求解步骤	98
7.2	修正广义 Vakhnenko 系统的 Jacobi 函数包络解	101
7.3	修正广义 Vakhnenko 系统的行波与孤立波特性	110
7.4	本章小结	113
第 8 章	动力系统法与非线性演化系统的精确解	114
8.1	动力系统法	114
8.2	动力系统法求修正广义 Vakhnenko 系统的精确解	114
8.2.1	修正广义 Vakhnenko 系统的三类精确行波解	114
8.2.2	解的验证	120
8.3	动力系统法求短脉冲系统的精确解	122
8.3.1	短脉冲系统	122
8.3.2	短脉冲系统的 Jacobi 椭圆函数解	123
8.4	本章小结	127
第 9 章	混合法构造非线性演化系统的精确解	128
9.1	混合法	128
9.2	(1+1) 维 Gardner 系统	128
9.3	(1+1) 维 Gardner 系统的混合函数解	128
9.4	(1+1) 维 Gardner 系统的混合函数解的传播特性	132
9.5	本章小结	135

第三部分 非线性演化系统的孤子激发

第 10 章 非线性演化系统的时间孤子激发	139
10.1 非线性耦合 Schrödinger 系统	139
10.1.1 非线性耦合 Schrödinger 系统的数学模型	139
10.1.2 非线性耦合 Schrödinger 系统的广义行波解	139
10.1.3 非线性耦合 Schrödinger 系统的时间孤子激发	144
10.2 非线性耗散 Zabolotskaya-Khokhlov 系统	148
10.2.1 非线性耗散 Zabolotskaya-Khokhlov 系统简介	148
10.2.2 非线性耗散 Zabolotskaya-Khokhlov 系统的广义行波解	148
10.2.3 非线性耗散 Zabolotskaya-Khokhlov 系统的时间孤子激发	153
10.3 本章小结	159
第 11 章 非线性演化系统的特殊孤子结构激发	160
11.1 (2+1) 维变系数色散长波系统的广义行波解	160
11.2 (2+1) 维变系数色散长波系统的特殊孤子结构激发	165
11.2.1 单向线孤子	165
11.2.2 Lump 孤子与环孤子	166
11.2.3 Dromion 孤子	168
11.2.4 振动 Dromion 孤子	170
11.2.5 呼吸孤子	172
11.2.6 Solitoff 孤子	172
11.2.7 Peakon 孤子	174
11.2.8 Compacton 孤子	176
11.2.9 方孤子	177
11.2.10 折叠孤子	177
11.2.11 单向折叠孤子	179
11.2.12 单向双折叠孤子	179
11.2.13 单向上下折叠孤子	180
11.2.14 双层凹状折叠孤子	182
11.2.15 双向折叠孤子	182
11.2.16 单向多折叠孤子	183
11.2.17 双向双层折叠孤子	184
11.3 (2+1) 维变系数色散长波系统的其他折叠孤子	185
11.3.1 周期性压缩折叠孤子	186
11.3.2 指数压缩折叠孤子	187

11.4	(2+1) 维变系数色散长波系统孤子间的相互作用	188
11.4.1	孤子的非弹性碰撞	189
11.4.2	孤子的弹性碰撞	191
11.5	(2+1) 维变系数色散长波系统孤子的裂变与聚变	193
11.5.1	孤子裂变	193
11.5.2	孤子聚变	193
11.5.3	(2+1) 维变系数色散长波系统的孤子湮灭	194
11.6	(2+1) 维变系数色散长波系统的周期波背景孤子	196
11.6.1	周期波背景 Dromion 孤子	196
11.6.2	周期波背景的双 Dromion 孤子及其演化	197
11.7	(3+1) 维 Burgers 系统的广义行波解	198
11.8	(3+1) 维 Burgers 系统的内嵌孤子	203
11.8.1	内嵌孤子	203
11.8.2	三重内嵌孤子	203
11.8.3	明暗内嵌孤子	205
11.8.4	螺旋状明暗内嵌孤子	205
11.9	(3+1) 维 Burgers 系统的锥孤子	206
11.10	(3+1) 维 Burgers 系统的柱孤子	206
11.11	本章小结	207
第 12 章	非线性演化系统的混沌结构激发	208
12.1	混沌系统	208
12.1.1	混沌的基本概念	208
12.1.2	Lorenz 混沌系统	209
12.1.3	Duffing 混沌系统	209
12.2	单向混沌结构	211
12.2.1	(3+1) 维 Burgers 系统的单向混沌结构	212
12.2.2	(2+1) 维变系数色散长波系统的单向混沌结构	213
12.3	双向混沌结构	215
12.3.1	(3+1) 维 Burgers 系统的双向混沌结构	215
12.3.2	(2+1) 维变系数色散长波系统的双向混沌结构	218
12.4	混沌结构演化	219
12.5	本章小结	221
第 13 章	非线性演化系统的分形结构激发	222
13.1	分形的基本概念	222
13.2	(2+1) 维变系数 Broer-Kaup 系统	222

13.3	(2+1) 维变系数 Broer-Kaup 系统的广义行波解	223
13.4	(2+1) 维变系数 Broer-Kaup 系统的分形结构激发	226
13.4.1	十字型分形结构	226
13.5	Dromion 分形结构	229
13.6	Lump 分形结构	232
13.7	复合分形结构	233
13.8	本章小结	236
附录 A	Jacobi 椭圆函数及其基本公式	237
A.1	Jacobi 椭圆函数的定义	237
A.2	Jacobi 椭圆函数的基本公式	237
附录 B	部分局域结构激发的 Matlab 作图程序	239
B.1	折叠孤子激发的 Matlab 作图程序	239
B.2	混沌结构激发的 Matlab 作图程序	241
B.3	分形结构激发的 Matlab 作图程序	242
参考文献		244
索引		255

插图目录

图 3.1	参数 β 对孤立波的影响. 孤立波 (3.91) 在设置 (3.106), β 取不同值时的形状	36
图 3.2	参数 p 对孤立波的影响. 孤立波 (3.91) 在设置 (3.107), p 取不同值时的形状	37
图 3.3	参数 q 对孤立波的影响. 孤立波 (3.91) 在设置 (3.108), q 取不同值时的形状	38
图 3.4	参数 k 对孤立波的影响. 孤立波 (3.91) 在设置 (3.109) 和 $\delta = 1.25$, k 取不同值时的形状	39
图 3.5	峰状孤立波. 孤立波 (3.91) 在设置 (3.110) 和 $\delta = 1.25$ 时的形状	40
图 3.6	尖状孤立波. 孤立波 (3.91) 在设置 (3.110) 和 $\delta = 2.35$ 时的形状	40
图 3.7	环状孤立波. 孤立波 (3.91) 在设置 (3.110) 和 $\delta = 3.85$ 时的形状	40
图 4.1	系统 (4.2) 不同视图下的周期波. 解 (4.38), $a, k, V, C_1, C_2, \lambda, \delta_1$ 取式 (4.40)	49
图 4.2	系统 (4.2) 的周期波. 解 (4.38), $a = 1, k = 2, V = 0.2, C_1 = 3, C_2 = 2, \delta_1$ 取不同值	50
图 4.3	系统 (4.2) 的周期波. 解 (4.38), $a = 0.4, k = 2, V = 0.2, C_1 = 3, C_2 = 2, T = 1, \delta_1$ 取不同值	51
图 4.4	系统 (4.2) 的周期波. 解 (4.38), $a = 0.4, k = 1.1, V = 0.2, C_1 = 3, C_2 = 2, \delta_1 = 3, T$ 取不同值	52
图 4.5	系统 (4.2) 不同视图下的孤立波. 解 (4.21) 中 $f(X), g(T)$ 取式 (4.41), $a, k, V, C_1, C_2, \lambda, \delta_1$ 取式 (4.48)	54
图 4.6	系统 (4.2) 的环孤立波. 解 (4.21) 中 $f(X), g(T)$ 取式 (4.41), $a, k, V, C_1, C_2, \lambda, \delta_1$ 取式 (4.48), δ_1 取不同值	55
图 5.1	单环孤立波 (5.32) 在不同视图下的图形. 参数设置为 $V = 1, k = 1, p = 0.5, \sigma = -3, a = 0.8$	63
图 5.2	单环孤立波 (5.32) 的图形. 参数设置为 $V = 1, k = 1, p = 0.5, \sigma = -3, a = 1, T$ 取不同值	64
图 5.3	参数 a 对单环孤立波 (5.32) 的影响. 设置为 $V = 1, k = 1, p = 0.5, \sigma = -3, T = 0, a$ 取不同值	64

图 5.4	参数 σ 对单环孤立波 (5.32) 的影响. 设置为 $a = 1, V = 1, k = 1, p = 0.5, T = 1, \sigma$ 取不同值	65
图 5.5	双环孤立波 (5.34) 在不同视图下的图形. 参数设置为 $V = 1, k = 1, p = 0.5, \sigma = -3, a = 0.8$	66
图 5.6	系统参数 p 对双环孤立波 (5.34) 的影响. 设置为 $a = 0.5, V = 1, k = 1, \sigma = -8, T = 0, p$ 取不同值	67
图 5.7	T 对双环孤立波 (5.34) 的影响. 设置为 $V = 1, k = 1, p = 1, \sigma = -3, a = -1.6, T$ 取不同值	68
图 5.8	σ 对双环孤立波 (5.34) 的影响. 设置为 $V = 1, k = 1, p = 1, T = 1, a = -1.6, \sigma$ 取不同值	69
图 6.1	Zabolotskaya-Khokhlov 系统的三孤立波 (6.42) 演化与交互. 参数满足式 (6.42), t 取不同的值	78
图 6.2	单环状孤立波. 单孤立波解 (6.61), 设置满足式 (6.62), $\beta = -9, p$ 取不同值	81
图 6.3	单尖状孤立波. 单孤立波解 (6.61), 设置满足式 (6.62), $\beta = 8, p$ 取不同值	81
图 6.4	单峰状孤立波. 单孤立波解 (6.61), 设置满足式 (6.62), $\beta = 35, p$ 取不同值	82
图 6.5	系统 (6.43) 双孤立波的六种形态. 解为式 (6.67), k_1, k_2 和 β 取不同值	83
图 6.6	系统 (6.43) 三孤立波的形态示例. 解为式 (6.76), 参数 p, k_1, k_2, β 不同	85
图 6.7	系统 (6.43) 双孤立波演化与交互过程. 解为式 (6.67), 参数 p, k_1, k_2, β 满足设置 (6.79)	87
图 6.8	系统 (6.43) 双孤立波演化与交互过程. 解为式 (6.67), 参数 p, k_1, k_2, β 满足设置 (6.80)	88
图 6.9	系统 (6.43) 三孤立波演化与交互过程. 解为式 (6.76), 参数 p, k_1, k_2, k_3, β 满足设置 (6.81)	89
图 6.10	系统 (6.43) 三孤立波演化与交互过程. 解为式 (6.76), 参数 p, k_1, k_2, k_3, β 满足设置 (6.82)	90
图 6.11	系统 (6.43) 三孤立波演化与交互过程. 解为式 (6.76), 参数 p, k_1, k_2, k_3, β 满足设置 (6.83)	91
图 6.12	系统 (6.43) 三孤立波演化与交互过程. 解为式 (6.76), 参数 p, k_1, k_2, k_3, β 满足设置 (6.84)	93
图 6.13	系统 (6.43) 三孤立波演化与交互过程. 解为式 (6.76), 参数 p, k_1, k_2, k_3, β 满足设置 (6.85)	94
图 6.14	系统 (6.43) 三孤立波演化与交互过程. 解为式 (6.76), 参数 $p, k_1, k_2, k_3,$	

β 满足设置 (6.86)·····	95
图 6.15 系统 (6.43) 三孤立波演化与交互过程. 解为式 (6.76), 参数 $p, k_1, k_2, k_3,$ β 满足设置 (6.78)·····	96
图 7.1 行波与孤立波关系图. 解 u_1 (7.66) 满足条件 (7.68), 模数 m 和 β 取不同 值·····	111
图 7.2 行波与孤立波关系图. 解 u_2 (7.67) 满足条件 (7.68), 模数 m 和 β 取不同 值·····	112
图 8.1 周期波解. 解 (8.27) 在设置 (8.31) 且 $\beta = -5$ 时的图形·····	118
图 8.2 周期波解. 解 (8.27) 在设置 (8.31) 且 $\beta = 6$ 时的图形·····	119
图 8.3 周期波解. 解 (8.27) 在设置 (8.31) 且 $\beta = 10$ 时的图形·····	119
图 8.4 周期波解. 解 (8.27) 在设置 (8.31) 且 $\beta = 12.6$ 时的图形·····	119
图 8.5 周期波解. 解 (8.27) 在设置 (8.31) 且 $\beta = 13.2$ 时的图形·····	119
图 8.6 周期波解. 解 (8.27) 在设置 (8.31) 且 $\beta = 15$ 时的图形·····	120
图 8.7 周期波解. 解 (8.27) 在设置 (8.31) 且 $\beta = 15.8$ 时的图形·····	120
图 8.8 周期波解. 解 (8.27) 在设置 (8.31) 且 $\beta = 16$ 时的图形·····	120
图 8.9 周期波解 (8.59), $m = 0.1$ ·····	124
图 8.10 周期波解 (8.59), $m = 0.5$ ·····	125
图 8.11 周期波解 (8.59), $m = 0.99$ ·····	125
图 8.12 孤立波 (8.60)·····	126
图 8.13 周期波解 (8.61)·····	126
图 8.14 周期波解 (8.62)·····	126
图 9.1 (1+1) 维 Gardner 系统的混合函数解传播过程. 解 (9.34) 在设置 (9.37) 下, $j = 0$, 变量 t 取不同值·····	133
图 9.2 (1+1) 维 Gardner 系统的混合函数解传播过程. 解 (9.34) 在设置 (9.37) 下, $j = 1$, 变量 t 取不同值·····	134
图 9.3 (1+1) 维 Gardner 系统的混合函数解传播过程. 解 (9.36) 在设置 (9.38), $j = 0$, 模 m 取不同值·····	135
图 10.1 非线性耦合 Schrödinger 系统的 Jacobi 椭圆函数激发解. 解 (10.35) 满足设置 (10.42)-(10.44) 时, 不同视图下的图形·····	145
图 10.2 非线性耦合 Schrödinger 系统的 Jacobi 椭圆函数激发解的演化. 解 (10.35) 满足设置 (10.42)-(10.44), t 取不同值时的图形·····	146
图 10.3 非线性耦合 Schrödinger 系统的三角函数激发解. 解 (10.35) 满足设置 为式 (10.43), 式 (10.45) 和式 (10.46) 时, 不同视图下的图形·····	146
图 10.4 非线性耦合 Schrödinger 系统的三角函数激发解的演化. 解 (10.35) 满 足设置为式 (10.43), 式 (10.45) 和式 (10.46), t 取不同值时的图形·····	147

图 10.5	非线性耗散 Zabolotskaya-Khokhlov 系统的时间孤子. 解 (10.72) 中 $h(t), r(t)$ 满足式 (10.75), x, C_1, C_2, δ_1 满足式 (10.76), k 取不同值	153
图 10.6	非线性耗散 Zabolotskaya-Khokhlov 系统的时间孤子. 解 (10.72) 中 $h(t), r(t)$ 满足式 (10.77), $x, C_1, C_2, \delta_1, k_1, k_2$ 满足式 (10.78), k 取不同值	154
图 10.7	非线性耗散 Zabolotskaya-Khokhlov 系统的时间孤子. 解 (10.72) 中 $h(t), r(t)$ 满足式 (10.79), x, C_1, C_2, δ_1 满足式 (10.80), k 取不同值	155
图 10.8	非线性耗散 Zabolotskaya-Khokhlov 系统的时间孤子. 解 (10.72) 中 $h(t), r(t)$ 满足式 (10.81) 和式 (10.82), x, C_1, C_2, δ_1 满足式 (10.83), k 取不同值	157
图 10.9	非线性耗散 Zabolotskaya-Khokhlov 系统的时间孤子. 解 (10.72) 中 $h(t), r(t)$ 满足式 (10.84), 式 (10.85), 式 (10.86), $x, C_1, C_2, k_1, \delta_1$ 满足式 (10.87), k_2, k_3 取不同值	158
图 11.1	单向线孤子. 解 (11.38) 在设置 (11.39)-(11.40) 下的图形	166
图 11.2	环状 Lump 孤子. 解 (11.38) 在 $t = -20$, 设置为式 (11.42) 及式 (11.41) 时的图形	166
图 11.3	峰状 Lump 孤子. 解 (11.38) 在 $t = 0$, 设置为式 (11.42) 及式 (11.41) 时的图形	167
图 11.4	Lump 孤子演化图. 解 (11.38) 在设置为式 (11.42) 及式 (11.41) 下的演化过程	167
图 11.5	Lump 孤子及其演化. 解 (11.38) 在设置为式 (11.43) 及式 (11.44) 下的演化过程	168
图 11.6	双 Lump 孤子. 解 (11.38) 在设置 (11.44) 下, $f(x, t), g(y)$ 满足不同条件时的图形	169
图 11.7	Dromion 孤子. 解 (11.38) 在设置为式 (11.51), f, g 分别取式 (11.47)-(11.50) 时的图形	170
图 11.8	单向振动 Dromion 孤子. 解 (11.38) 在 $f(x, t), g(y)$ 选取为式 (11.52) 及设置为式 (11.53) 时的图形	170
图 11.9	单向振动 Dromion 孤子 (图 11.8) 的剖面图	171
图 11.10	双向振动 Dromion 孤子. 解 (11.38) 在 $f(x, t), g(y)$ 选取为式 (11.54) 及设置为式 (11.53) 时的图形	171
图 11.11	双向振动 Dromion 孤子 (图 11.10) 的剖面图	171
图 11.12	呼吸孤子. 解 (11.38) 在 $f(x, t), g(y)$ 选取为式 (11.55) 及设置为式 (11.56), t 取不同值时的图形	172
图 11.13	Solitoff 孤子. 解 (11.38) 在 $f(x, t), g(y)$ 取式 (11.57), 且设置为式	

(11.58) 下的图形	173
图 11.14 单 Peakon 孤子. 解 (11.38) 在取式 (11.61) 和式 (11.62) 及设置为式 (11.63) 时的图形	175
图 11.15 双 Peakon 孤子. 解 (11.38) 在取式 (11.61) 和式 (11.62) 及设置为式 (11.64) 时的图形	175
图 11.16 塌陷 Peakon 孤子与塌陷 Peakon 孤子. 解 (11.38) 在取式 (11.65), 式 (11.62) 及设置为式 (11.63) 时的图形	176
图 11.17 单 Compacton 孤子. 解 (11.38) 在取式 (11.68) 和式 (11.69) 及设置为式 (11.70) 时的图形	177
图 11.18 方孤子及其演化. 解 (11.38) 在取式 (11.71) 及设置为式 (11.72) 时的演化图形	178
图 11.19 单向折叠孤子. 解 (11.38) 在 $f(x, t)$ 选取为式 (11.76), $g(y)$ 选取为式 (11.77) 及设置为式 (11.78) 的图形	180
图 11.20 单向双折叠孤子. 解 (11.38) 在 $f(x, t)$ 选取为式 (11.76), $g(y)$ 选取为式 (11.79) 及设置为式 (11.78) 的图形	181
图 11.21 单向上下折叠孤子. 解 (11.38) 在 $f(x, t)$ 选取为式 (11.80), $g(y)$ 选取为式 (11.77) 及设置为式 (11.78) 的图形	181
图 11.22 双层凹状折叠孤子. 解 (11.38) 在 $\bar{f}, x, g$ 选取为式 (11.81) 及设置为式 (11.82) 时的图形	182
图 11.23 双向折叠孤子. 解 (11.38) 在 $\bar{f}, x, \bar{g}, y$ 选取为式 (11.83) 及设置为式 (11.84) 时的图形	183
图 11.24 单向三折叠孤子. 解 (11.38) 在选取 $\bar{f}, x, g$ 为式 (11.85) 及设置为式 (11.86) 时的图形	184
图 11.25 双向双层折叠孤子. 解 (11.38) 在 $\bar{f}(X, t), x, \bar{g}, y$ 选取式 (11.87) 及设置为式 (11.88) 时的图形	185
图 11.26 一类折叠孤子. 解 (11.38) 在 $\bar{f}(X, t), x, g$ 选取为式 (11.89) 及设置式 (11.90) 的演化图形	187
图 11.27 周期折叠孤子. 解 (11.38) 在 $\bar{f}(X, t), x, g$ 选取为式 (11.91) 及设置为式 (11.92) 时的演化图形	188
图 11.28 孤子的同向追碰. 解 (11.38) 在 $f(x, t), g(y)$ 选取为式 (11.93) 及设置为式 (11.94) 的演化图形	190
图 11.29 孤子的异向碰撞. 解 (11.38) 在 $f(x, t), g(y)$ 选取为式 (11.95) 及设置为式 (11.96) 的演化图形	191
图 11.30 孤子的弹性碰撞. 解 (11.38) 在 $f(x, t), g(y)$ 选取为式 (11.97) 及设置为式 (11.98) 的演化图形	192

图 11.31	孤子的裂变. 解 (11.38) 在 $f(x,t), g(y)$ 选取为式 (11.99) 及设置为式 (11.100) 的演化图形	194
图 11.32	孤子的聚变. 解 (11.38) 在 $f(x,t), g(y)$ 选取为式 (11.101) 及设置为式 (11.100) 的演化图形	195
图 11.33	孤子的湮灭. 解 (11.38) 在 $f(x,t), g(y)$ 选取为式 (11.102) 及设置为式 (11.103) 的演化图形	196
图 11.34	周期波背景的 Dromion 孤子	197
图 11.35	周期波背景的双 Dromion 孤子演化. 解 (11.38) 在 $f(x,t), g(y)$ 选取为式 (11.106) 及设置为式 (11.105), t 取不同值的图形	198
图 11.36	内嵌孤子. 解 (11.148) 在取式为式 (11.149) 及设置为式 (11.150) 时的演化图形	203
图 11.37	三重内嵌孤子. 解 (11.148) 在选取为式 (11.151) 及设置为式 (11.152) 时的演化图形	204
图 11.38	明暗内嵌孤子. 解 (11.148) 在选取为式 (11.152) 及设置为式 (11.153) 时的图形	205
图 11.39	螺旋状明暗内嵌孤子. 解 (11.148) 在选取为式 (11.152) 及设置为式 (11.154) 时的图形	205
图 11.40	锥孤子. 解 (11.148) 在选取为式 (11.155) 及设置为式 (11.156) 时的图形	206
图 11.41	柱孤子. 解 (11.148) 在取式 (11.157) 及设置为式 (11.158) 时的图形	207
图 12.1	Lorenz 系统混沌解	209
图 12.2	Lorenz 系统混沌解	210
图 12.3	Duffing 系统混沌解	211
图 12.4	(3+1) 维 Burgers 系统的单向混沌结构	212
图 12.5	(3+1) 维 Burgers 系统的单向混沌结构	213
图 12.6	(3+1) 维 Burgers 系统的单向混沌结构	213
图 12.7	(3+1) 维 Burgers 系统的单向混沌结构	214
图 12.8	(2+1) 维变系数色散长波系统的单向混沌结构	214
图 12.9	(2+1) 维变系数色散长波系统的单向混沌结构	215
图 12.10	(3+1) 维 Burgers 系统的双向混沌结构	216
图 12.11	(3+1) 维 Burgers 系统的双向混沌结构	217
图 12.12	(2+1) 维变系数色散长波系统的双向混沌结构	218
图 12.13	(2+1) 维变系数色散长波系统双向混沌结构的演化. 解 (11.38) 满足条件 (12.5), 条件 (12.6), 且 x 取 Duffing 系统 (12.2) 的混沌解 X, y	