中学新几何

三册

連江陳文著

初級中學
第三學年用

實用主義

中學新幾何

第三冊
平面下

科學會編譯部出版

商務印書館發行

中華民國十二年三月初版

實用主義
中學新幾何
第三冊　平面(下)

教師諸君如欲購……請……理

每冊定價大洋
肆角
外埠酌加運費匯費

著者　連江陳文

發行者　科學會編輯部

印刷所　上海北河南路北首寶山路
商務印書館

總發行所　上海棋盤街中市
商務印書館

分售處　北京天津保定奉天吉林龍江濟南太原開封鄭州西安南京杭州蘭谿安慶蕪湖南昌漢口長沙常德衡州成都重慶瀘縣福州廣州潮州香港梧州雲南貴陽張家口新嘉坡
商務印書分館

三八七丁

初級中學數學課程表

第一學年

(全年約40週,每週6時,共240時。)

(用書) 實用主義中學新算術　計314頁,每週5時,每時約授2頁,(例題不在此限)餘時復習。

(用書) 實用主義中學新幾何——第一册——幾何初步計50頁,每週1時,每時約授2頁,(例題及練習不在此限)餘時復習。

第二學年

(全年約40週,每週5時,共200時。)

(用書) 實用主義中學新代數——第一册計124頁,每週2時,每時約授2頁,(例題及製圖表不在此限)餘時復習。

(用書) 實用主義中學新幾何——第二册——平面上計95頁,每週3時,每時約授1頁,(例題及練習不在此限)餘時復習。

第三學年

(全年約40週,每週6時,共240時。)

(用書) 實用主義中學新代數——第二册計172頁,每週3時,每時約授2頁,(例題及製圖表不在此限)餘時復習。

(用書) 實用主義中學新幾何——第三册——平面下計94頁,每週3時,每時約授1頁,(例題及練習不在此限)餘時復習。

連江陳文擬.

實用主義

中學新幾何

第三册 平面幾何學(下)

第四編 面積

第五編 比例及相似

第六編 代數學與幾何學之關係

第七編　三角形,正多角形及圓之計算.

記號及略語

實用主義

中學新幾何

第三册　平面幾何學(下)

第四編

面　積

第一章　矩形之求積

230. 預習題 求積之法,已略說於編首第八章,(§37至40)

晝具所與邊之矩形及方形於坐標紙上。矩形之邊如次。

(1) $a=3cm$, $b=2cm$,　(2) $a=3.4cm$, $b=2.6cm$.

(3) $a=3.42cm$, $b=26.7cm$,　方形之邊如次。

(4) $a=4cm$,　(5) $a=2.4cm$.　(見第32圖)試晝之。

數各圖形所含平方 cm 及平方 mm 之數。並以此等矩形及方形比較。晝任意之他種圖,並求其面積。

用方形之木板,作各邊三個(四個五個等)並列之大方形。作一邊三個,他一邊五個小方形木板並列之矩形。此所作之方形及矩形之表面,含有幾個小方形。

以立方形之木塊,積爲大形之立方及方柱,視其每稜上並列之塊數,及其內所含小立方之個數。

231. 界說. 面積之單位爲長度單位之平方。 面積以其圖形中所含之若干單位示之。 面積依單位與單位之數而定。

232. 定理 1. 每邊含長度單位之 n 倍之方形,其面積必含面積單位之 n^2 倍。

〔證〕在大方形內,沿其一邊,有 n 個之小方形成一列。而此大方形,含如此之列 n 個,卽含小方形 $n\times n=n^2$ 個。觀第141圖自明。　[證訖]

例如第141圖。大方形每邊含5平方 cm, 或50平方 mm, 而其全體含 $5\times5=25$ 平方 cm, 或 $50\times50=2500$ 平方 mm.

觀察在坐標紙上之平方 cm 之區畫。

營造尺1寸 $=32mm$, 試就坐標紙畫1寸之平方。

(英制之坐標紙用英寸,等)

〔注意〕設長之單位爲 μ (例如 m, cm, mm) 則面積之單位以 μ^2 (如 m^2, cm^2, mm^2) 表之。

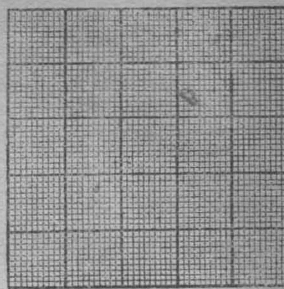
(μ 讀爲「緲」乃希臘字母。)

分 μ 爲 n 等分, (如圖 $n=5$ 或 50) 令其一部分爲 ν,

(ν 讀爲「柳」亦希臘字母。)

即　$1\mu=n\nu(=5\nu)$

$$1\nu=\frac{1}{n}\mu\left(=\frac{1}{5}\mu\right)$$



第 141 圖

依上之定理,得次之結果。

$$1\mu^2=n^2\nu^2(=25\nu^2)$$

$$1\nu^2=\frac{1}{n^2}\mu^2\left(=\frac{1}{25}\mu^2\right)$$

考察此結果之形式,其最初之方程式,爲算術之自乘,(卽平方)

又以 μ 及 ν 代之者,可視爲因數,

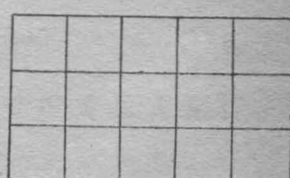
例如　$1cm=10mm$

$$1[cm]^2=100[mm]^2$$

由是,可知前記之方程式適合。

233. 定理 2. 矩形之面積,爲其兩邊之長度之積。

〔證〕(1) 設某矩形之邊之長度爲整數。$a=k\mu$, $b=l\mu$. (第 142 圖)



第 142 圖

今於此例,沿邊 a 之長度爲 $k\mu$ 若其幅爲 1μ, 則在此邊上有 k 個面積單位成列。今由 k 個方形所成之列 l 個相並,始成全矩形,故此矩形,合 kl 個方形。其面積爲 $f=kl\mu^2$.

例如 第142圖, $a=5cm$, $b=3cm$,

則 $f=5\times3\ [cm]^2=15$ 平方 cm.

(2) 設邊之長度為分數。例如其一邊 $a=3.428m$, 他一邊 $b=6.435m$, 則於此等之長,取 mm 為單位,以整數表之,即 $a=3428mm$, $b=6435mm$.

依例 (1) 之法。

$$f=3428\times6435\ [mm]^2=\frac{3428\times6435}{1000\times1000}[m]^2$$

蓋 $1\,[mm]^2=\frac{1}{1000^2}[m]^2$ 也。

〔通例〕若邊之長度,不能恰合單位 μ 則分 μ 為 n 等分,使 n 之大適能除盡兩邊之長度,則命其一部分為新單位 ν, 即可用整數表其兩邊。是為實用上求精密結果之法,為學業上所常用,

即 $a=k\nu,\quad b=l\nu,$

依例 (1), $f=kl\nu^2$

然於原單位 $a=\frac{k}{n}\mu\quad b=\frac{l}{n}\mu$

且 $1\nu^2=\frac{1}{n^2}\mu^2$

則 $f=\frac{k\cdot l}{n\cdot n}\mu^2$

故 $f=\frac{k}{n}\cdot\frac{l}{n}\mu^2$

即此定理,於 n 為分數之例亦真。

〔注意〕面積之大，不獨計其數，並須以其單位相乘，故 $k\mu$ 及 $l\mu$，亦可視爲數與單位之積，

嗣後表線份之大用小羅馬文字 a, b,　a_1, a_2, g, h, g_1, h_1, 等。表面積用 f, i, f_1, 等。

由是，線份及面積之大，無論其單位若何，概以文字表之。則前揭關於矩形面積之定理，可用單簡之語述之，如次。

234. **定理 3.** 矩形之面積等於相隣二邊之積。

$$f=a.b$$

235. **定理 4.** 方形之面積等於其邊之自乘。

$$f=a^2$$

a^2 通常讀爲「a 之平方」，蓋本於此。

(參看編首第八章 (§37 至 §40) 求立方及方柱之體積。

236. 例題　(1) 測教室之稜，由是計算地板，天板，壁，之面積及教室之體積。

(2) 測矩形之窗穴及各窗玻璃之面，並計算可入光線之窗穴，其間有幾分爲窗框阻隔。

(3) 某矩形之面積 $f=15\,[cm]^2$，但云其一邊之長 $a=4.7$

cm, 則他邊 b 之長若何。若面積不變, 惟 a 變大, 則 b 如何變更。

(4) 於方形之邊, 2 倍之, 3 倍之, 4 倍之,……n 倍之, 則其面積如何變更。

(5) 畫所與方形之 4 倍 (9 倍, 25 倍) 大之方形。

(6) 邊 x 之方形之面積爲 $f=x^2$, 由是 f 爲 x 之函數。計算對於 x 之種種値之 f 値。並依代數學上已知之方法, 用曲線表此函數。

(7) 面積 2 平方 cm 之方形, 其邊之長幾何。易知其邊大於 $1cm$, 小於 $2cm$, 又由計算上易知其邊大於 $1.4cm$, 小於 $1.5cm$. 又易知其邊大於 $1.41cm$, 小於 $1.42cm$, 由是更定較精確之數。

此等之數, 依例題 (6) 之曲線, 如何可求得。

(8) 求面積 3, (5, 6,……) 平方 cm 之方形之邊。

第二章　平行四邊形, 三角形, 梯形, 及多角形之求積。

237. 預習題 於平行四邊形, 由其一邊之兩端, 落垂線 (卽屬於其邊之高) 於對邊, 以其所生之三角形比較。

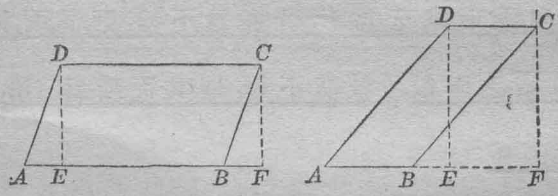
由是所生之平面部分接合, 當成平行四邊形及矩形,

由紙上切出平行四邊形 $ABCD$（第143圖）並以沿 DE 切下之 $\triangle AED$ 接合於 BC，有不能得 $\triangle AED$ 之例否。

238. 定理1. 平行四邊形之面積，等於其一邊（底邊）及（屬於此邊之）高之積。

$$f=g\cdot h$$

〔證〕（第143圖）$\triangle AED\cong BFC$. 何則，依平行四邊形之定理2.（§148）$AD=BC$，$DE=CF$，又 $\angle AED=\angle BFC=90^\circ$ 故也。



第143圖

抑　　平行四邊形 $ABCD=AFCD-BFC$

且　　矩形 $EFCD=AFCD-AED$

故　　$ABCD=EFCD$

又　　$AB=DC=EF=g,\ DE=h$

故矩形之面積，及平行四邊形之面積俱為

$$f=g.h$$

〔證訖〕

239. 平行四邊形常依一對角線分為全同且等積之兩個三角形，故得次之定理。

定理 2. 三角形之面積,等於其一邊(底邊)及(屬於此邊之)高之積之半。

$$f=\frac{1}{2}ah_a=\frac{1}{2}bh_b=\frac{1}{2}ch_c$$

於平行四邊形或三角形,設其一邊不變,惟使其對邊或對角點移動以變其高,則其面積亦因之而變。例如高變爲二倍,三倍,四倍,其面積亦變爲二倍,三倍,四倍。

同樣, 設高不變,惟變其底邊,則其面積亦因之而變。

故平行四邊形或三角形,若底邊不變,則其面積爲(屬於此底之)高之函數。若高不變,則其面積爲(屬於此高之)底邊之函數。

面積因高或底邊之變動而增減,是爲面積與高或底邊成比例。

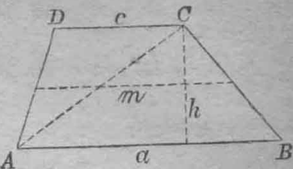
欲面積不變,其對定底邊之邊或角點得如何移動。

240. 定理 3. 梯形之面積,等於高與「兩基線之和之半」之積,或等於高與中央平行線之積。

$$f=\frac{a+c}{2}.h=m.h$$

〔證〕(第 144 圖) 梯形依對角線 AC 分爲兩個三角形, 故

$$f=\frac{1}{2}ah+\frac{1}{2}ch=\frac{1}{2}(a+c)h=m.h$$



第 144 圖

(參看梯形之定理 2. (§160))

討論梯形之面積, 若何爲基線, 高, 或中央平行線之函數。

241. 定理 4. 任意之多角形之面積, 等於所分得之三角形, 矩形或梯形之面積之和。

多角形得依對角線, 或依由形內之一點 (如正多角形之中心) 至角點之直線, 分爲幾個三角形。

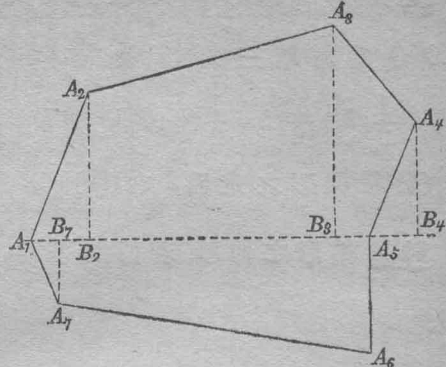
測量田地. 通於多角形內先畫一直線爲軸, 由各角點落垂線於此軸, 以分割其多角形。然後測此等垂線及由其足至軸之一端之距離。以此兩線份爲坐標, 定其各角點。

用坐標紙依此坐標作多角形之縮圖, (卽其地面之圖形) 可算出其面積。

242. 例題 (1) 於多角形 A_1 A_2 $A_3 \cdots\cdots A_7$ (第 145 圖)

以 A_1A_5 爲軸，對於一角點，(如 A_3) 測其 $A_3B_3=y_3$ $A_1B_3=x_3$.

對於他角點同樣。而對於 A_6 及 A_7 之 y_6 及 y_7, 以負數記之，如是，假定其各角點之坐標如次。



第 146 圖

	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5	A_6	A_7
x	0	10.5	54.2	69.7	61.2	61.2	5.3_m
y	0	21.4	37.4	19.8	0	-20.4	-12.7_m

此爲以千分一之縮尺所畫之多角形，試計算其面積。

測校院及園之面積。

以曲線爲界之圖形(如圓)之面積，亦可用前記之坐標方法定其概數。(參看 §40. 例題 (6) 及 (7) (第 32 圖)

體積之計算，參看編首第八章。(§37 至 §40)

例題　(2) 測立體之表面及在郊外之地面。

(3) 於三角形或平行四邊形，其一邊爲他一邊之二倍，(三倍，四倍) 則屬於此兩邊之高之關係若何。(高與邊成