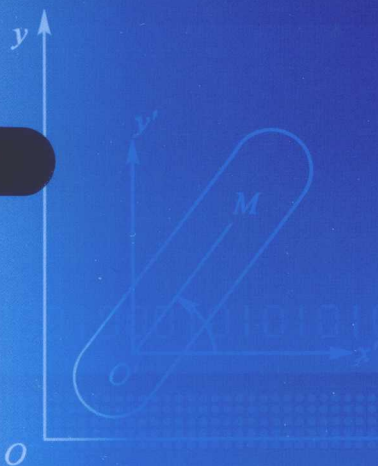


配光盘



# 机构运动解析 与仿真分析

李大磊 丁天涛 主编



JIGOU YUNDONG  
JIEXI YU  
FANGZHEN  
FENXI



化学工业出版社

TH112  
62

· 014013048

# 机构运动解析 与仿真分析

李大磊 丁天涛 主 编  
刘兰荣 王春水 副主编



JIGOU YUNDONG  
JIEXI YU  
FANGZHEN  
FENXI



化学工业出版社

· 北京 ·



北航

C1699883

P  
TH112  
62

840810510 .

本书简要介绍了机构运动分析的地位和作用,内容涵盖了常见机构运动分析,平面连杆机构运动分析,空间连杆机构运动分析。以常见典型机构和工程实际中的机构为例,分别利用解析法和基于 SolidWorks Motion 的仿真法,详细讲解了机构运动分析的具体过程,得出了用于准确反映机构执行件位移、速度和加速度(角位移、角速度和角加速度)的运动特性曲线。对比两种运动分析方法完全一致的结果,相互印证了分析结果的正确性。通过本书的学习,还可以加深读者对常见典型机构和一些工程实际中的机构运动规律的认识。

本书配有光盘,其中包含了所有实例三维模型和分析结果,便于读者学习使用。

本书适用对象为高等院校机械类专业师生,也可作为 SolidWorks Motion 培训班的运动分析实例教程,同时也可供从事机械设计与制造专业的技术人员参考。

## 图书在版编目(CIP)数据

机构运动解析与仿真分析 / 李大磊, 丁天涛主编. —北京: 化学工业出版社, 2013.10

ISBN 978-7-122-18488-7

I. ①机… II. ①李… ②丁… III. ①机构运动分析 IV. ①TH112

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2013) 第 223760 号

---

责任编辑: 高 钰

文字编辑: 张绪瑞

责任校对: 顾淑云

装帧设计: 史利平

---

出版发行: 化学工业出版社(北京市东城区青年湖南街13号 邮政编码100011)

印 装: 大厂聚鑫印刷有限责任公司

787mm×1092mm 1/16 印张12¼ 字数323千字 2014年2月北京第1版第1次印刷

---

购书咨询: 010-64518888(传真: 010-64519686) 售后服务: 010-64518899

网 址: <http://www.cip.com.cn>

凡购买本书,如有缺损质量问题,本社销售中心负责调换。

---

定 价: 45.00 元

版权所有 违者必究

# 前言

## FOREWORD

机构的本质是执行机械运动的装置，机构创新设计的首要目标是设计出能够满足预期运动规律的新机构。随着社会的发展和科学技术的进步，现代机构日益向着高速度、高精度、高效率、低振动、低噪声的方向发展。要创造出大量的、种类繁多的、优良的、满足工程实际需要的机构，所涉及的专业知识和技能很多、很广，如常见机构的工作原理和特点、机构的结构分析、机构的运动学分析、机构的动力学分析、机械系统设计、机构的优化等等，还包括各种计算机辅助技术的使用，其中机构的运动分析是机构创新设计中一项重要的基础工作。掌握各类运动副的特性以及机构中各构件间的连接和装配形式，熟知工程实际中典型机构的构型及其运动规律是进行机构创新设计的基础。

在工程实践中，机构的具体运动形式除了简单的匀速运动之外，还包括各种形式的非匀速运动、平面运动和空间运动。为了提高机构的工作速度，保证运动的准确性、可靠性，机构分析应运而生。机构分析包括结构分析、运动分析及动力分析，其中结构分析的目的是研究机构的组成并判定其运动的可能性和确定性，运动分析的目的是考察机构在运动中位移、速度和加速度的变化规律，从而确定其运动特性。

在机械设计中，进行机构运动分析的目的主要有以下几点：

- (1) 在设计新机械或分析现有机械的工作性能时，要计算其机构的运动参数；
- (2) 为了确定某一构件的行程，或确定机壳的轮廓，或避免构件之间碰撞、干涉等，要确定机构中构件上某些点的运动轨迹；
- (3) 为了确定机械的工作条件，要确定其机构构件上某些点的速度；
- (4) 为了确定构件的惯性力，要进行机构构件的加速度分析。

本书综述了多种机构运动分析的方法，如图解法、解析法、仿真法及实验法等，对解析法及仿真法的理论基础作了重点介绍，并以这两种方法为基础，对多种类型的机构进行了运动分析。

本书内容上以实物为载体安排整书框架，与实际机构相结合，目的在于为读者提供具有实用性、有参考价值的图书；在结构布局上，由易到难，由简单到复杂，步步深入，注重开拓学生的视野，重点培养学生理解并掌握进行机构运动分析的方法。

本书中的所有实例均详细介绍了其从机构运动简图到三维机构模型的设计过程，重点对所选机构的运动规律进行了解析和仿真分析。通过对本书的学习，读者不仅可以掌握机构运动分析的基本方法，还可以建立起清晰的机构结构设计及



其组合与创新的方法体系。

本书具有以下特色：

(1) 在编写体例上简洁明了，目录以机构的类型来编排。全书共分5章，第1章中包括了本书的编写背景、研究对象、使用的方法以及本书的编写目的和特色；第2章为机构运动分析基础知识；第3章、第4章和第5章，分别以解析法和基于 SolidWorks Motion 的仿真法，详细讲解了常见典型机构、典型平面连杆机构和具有一定复杂程度的空间连杆机构的运动分析。

(2) 在对机构进行运动分析时，首先介绍了各种机构的工作原理、特点及应用，其次，分别利用解析法和仿真法对其进行运动分析。所有实例均有相应的理论计算结果和 SolidWorks Motion 所得到的仿真结果进行对比，不但保证了分析结果的正确性，还可以加深读者对常见典型机构运动规律的认识。

(3) 本书所有实例的运动仿真分析，均在 SolidWorks Motion 2012 版本上运行。在具体讲解时，各操作命令在文本中均以“【】”符号标明，有助于读者在学习过程中加深对操作命令的印象。

(4) 本书在运动仿真分析中叙述了详细而具体的操作步骤，且所有的操作步骤都经过了编者严格的检查和测试。随书配有光盘，包含了所有实例三维模型和分析结果，便于读者学习使用。

希望本书对进行机构运动分析的读者能提供帮助，起到“抛砖引玉”、“举一反三”的效果，同时希望正在撰写机构运动分析相关论文的机械类本科生、研究生从中受到启发。

需要说明的是，由于本书各机构中有相同名称的构件，为了保证各实例文件能够在 SolidWorks 中正确无误打开，建议读者在学习操作时每次只打开一个装配体文件。

本书由李大磊、丁天涛主编，刘荣兰、王春水为副主编。李大磊负责编写前言、第2章、第3章、第4章的4.1、4.2；丁天涛负责编写第4章的4.3、4.4、4.5；刘兰荣负责编写第4章的4.6、4.7、4.8；牛鹏辉负责编写第4章的4.9、4.10；王春水负责编写第5章；代朝磊负责编写第1章及随书光盘资料。

鉴于机构形式及运动分析方法的多样性，同时由于编者水平有限，书中难免会有不妥之处，恳请广大读者批评指正。

编者

2013年8月

《机构运动解析与仿真分析》

**编写人员**

李大磊 丁天涛 刘兰荣

王春水 牛鹏辉 代朝磊

# 目录

CONTENTS

## 第 1 章 绪论 1

## 第 2 章 机构运动分析基础知识 4

2.1 基本概念	4
2.2 机构运动分析解析法	6
2.2.1 刚体运动分析基础知识	6
2.2.2 平面机构运动分析的解析法	8
2.2.3 空间机构运动分析的解析法	13
2.3 机构运动分析仿真法	15
2.3.1 仿真法简介	15
2.3.2 SolidWorks Motion 软件	16
2.4 机构运动分析中的数据处理	31
2.4.1 利用 MATLAB 绘制运动特性曲线	31
2.4.2 利用 Excel 绘制运动特性曲线	37

## 第 3 章 常见机构运动分析 42

3.1 凸轮机构	42
3.1.1 工作原理	42
3.1.2 运动分析解析解	43
3.1.3 运动分析仿真解	45
3.2 万向联轴器机构	55
3.2.1 工作原理	55
3.2.2 运动分析解析解	55
3.2.3 运动分析仿真解	57
3.3 周转轮系机构	64

3.3.1	工作原理	64
3.3.2	运动分析解析解	65
3.3.3	运动分析仿真解	66
3.4	槽轮机构	73
3.4.1	工作原理	73
3.4.2	运动分析解析解	74
3.4.3	运动分析仿真解	74

## 第4章 平面连杆机构运动分析

81

4.1	曲柄滑块机构	81
4.1.1	工作原理	82
4.1.2	运动分析解析解	82
4.1.3	运动分析仿真解	83
4.2	曲柄摇杆机构	89
4.2.1	工作原理	90
4.2.2	运动分析解析解	90
4.2.3	运动分析仿真解	92
4.3	变态式摆动导杆机构	99
4.3.1	工作原理	99
4.3.2	运动分析解析解	99
4.3.3	运动分析仿真解	100
4.4	油缸驱动的摆动导杆机构	107
4.4.1	工作原理	107
4.4.2	运动分析解析解	108
4.4.3	运动分析仿真解	109
4.5	椭圆规机构	115
4.5.1	工作原理	115
4.5.2	运动分析解析解	115
4.5.3	运动分析仿真解	116
4.6	正弦机构	124
4.6.1	工作原理	124
4.6.2	运动分析解析解	125
4.6.3	运动分析仿真解	125
4.7	正切机构	131
4.7.1	工作原理	131
4.7.2	运动分析解析解	132
4.7.3	运动分析仿真解	133

4.8	牛头刨床主运动机构	140
4.8.1	工作原理	141
4.8.2	运动分析解析解	141
4.8.3	运动分析仿真解	142
4.9	插齿机主运动机构	149
4.9.1	工作原理	150
4.9.2	运动分析解析解	150
4.9.3	运动分析仿真解	152
4.10	电线除冰器齿轮连杆机构	158
4.10.1	工作原理	158
4.10.2	运动分析解析解	158
4.10.3	运动分析仿真解	159

## 第 5 章 空间连杆机构运动分析

167

5.1	空间 RSSR 机构	167
5.1.1	工作原理	168
5.1.2	运动分析解析解	168
5.1.3	运动分析仿真解	170
5.2	垂直轴空间 4R 机构	175
5.2.1	工作原理	175
5.2.2	运动分析解析解	175
5.2.3	运动分析仿真解	176
5.3	全转动副空间摆动机构	182
5.3.1	工作原理	183
5.3.2	运动分析解析解	183
5.3.3	运动分析仿真解	184
5.4	空间 RCCR 机构	192
5.4.1	工作原理	192
5.4.2	运动分析解析解	192
5.4.3	运动分析仿真解	193

## 参考文献

202



# 第 1 章

## 绪论

在机械或仪表中,存在着许许多多能够传递与变换运动和力的可动的装置。在不考虑这些装置的具体用途的前提下,只研究这些装置所共有的运动和动力特性以及相应的设计方法等问题的学科,称为机构学。为了提高机构的工作速度,保证机构运动的准确性、可靠性,机构分析应运而生。机构分析包括结构分析、运动分析及动力分析。其中结构分析的目的是研究机构的组成并判定其运动的可能性和确定性;运动分析的目的是考察机构在运动中位移、速度和加速度的变化规律,从而确定其运动特性。

运动学在研究物体运动的几何性质(轨迹、运动方程、速度和加速度等)时不考虑影响物体运动的物理因素。在理论力学中,重点讲述了点和刚体运动学的基础知识,并未涉及机构运动分析。学习运动学除了为学习动力学打基础外,另一方面又有独立的意义,为分析机构运动打好基础。

机械原理是机械类各专业必修的一门重要的技术基础课程。在机械原理课程中重点介绍了用图解法进行平面机构运动分析的一般方法,它是掌握机构运动分析方法的基础。一方面它较理论力学更结合工程实际,另一方面,它又与专业的机械课程有所不同,它不具体研究某种机械,而只是对各种机械中的一些共性问题 and 常用的机构进行较为深入的探讨。

机构学是机械原理的发展和延伸,在研究内容上从平面机构的分析与综合扩展到空间机构的分析和综合,从刚性构件扩展到弹性构件,从单自由度机构扩展到多自由度机构,从简单的高副机构扩展到瞬心线高副机构和共轭高副机构等,其研究方法以高等数学中的坐标变换与矩阵运算为基础,具体计算过程大多利用计算机来完成。

本书在编写时不求面面俱到,而是把重点放在介绍典型机构的运动分析上,所选机构包含了平面和空间两大类机构。本书不同于其他机构运动分析书籍的一大特色就在于:同时利

用解析法和仿真法对具体的机构进行运动分析,在保证了分析结果正确性的同时,有助于读者加深对此类机构运动规律的认识、掌握。

本书的研究对象、内容及方法如下:

### (1) 本书的研究对象

本书的研究对象是机构。所谓机构就是由若干构件以可动的连接方式连接起来的、具有一定的相对运动的、用来传递运动或力的组合系统。传统的机构的组成构件主要指刚性体。近年来,随着科学技术的发展,液、气、电等都参与了运动的变换,液压机构、气动机构、光电机构及各种组合机构应运而生。现代的机构已不能再认为是刚性构件的组合体了。

变换运动是机构的特征,没有运动变换的机械装置就不能称其为机构。刚体机构有其固有的优点,如传动准确、可靠等等,因而具有重要的地位,在现代机械传动中,刚体机构仍占有主要地位。所以,本书所研究的对象仍限于刚体机构(以下简称机构)。

### (2) 本书的研究内容

机构运动学有两个基本内容,一个是机构运动综合,另一个是机构运动分析。机构运动综合是设计机构,使其达到规定的运动学要求。机构运动分析是在已知机构尺寸及原动件运动规律的情况下,确定机构中其他构件上某些点的轨迹、位移、速度及其加速度或构件的角位移、角速度及其角加速度。分析是综合的基础,综合是最终目的。机构的运动分析内容不但用于分析已有机械的性能,而且用于机构综合结果的性能检验。机构运动分析是机构运动学的基础,也是机构设计的重要组成部分。

本书的研究对象是机构,研究内容是对机构进行运动分析。具体地说,本书的研究内容主要包括以下两点:

#### ① 机构运动分析基础知识

包括机构运动分析的理论基础、分析方法介绍,各方法的适用场合、优缺点,以及机构运动分析的后续数据处理等。

#### ② 机构运动分析实例讲解

选取具有代表性的实例,介绍此类机构的特点、应用及工作原理,其次分别利用解析法和仿真法对其进行运动分析,所有实例均有相应的理论计算结果和 SolidWorks Motion 所得到的仿真结果进行对比,不但可以保证仿真结果的正确性,还可以为读者撰写有关机构运动分析的论文提供帮助。

### (3) 本书的研究方法

进行机构的运动分析时,主要针对机构运动本身,而不讨论导致这些运动的影响因素,如力或质量。因此,可以说运动学纯属时间和空间等基本概念。进行机构的运动分析对于了解机构的运动特性、研究机构动力性能、设计合理的机构形式都是非常重要的。

机构运动分析的方法很多,主要有图解法、解析法、仿真法、实验法。

#### ① 图解法

图解法比较直观,可简单直接地从图形上看出机构传动的几何原理、传动过程中的运动及动力特性,但图解法一般精度相对较低,且图解法的使用存在一定的局限性,例如在空间机构的分析中很难使用图解法进行求解。目前,图解法常用于机构的速度分析,其具体方法主要包括速度瞬心法和矢量方程图解法两种。当仅对简单机构作速度分析时,采用速度瞬心法往往显得十分方便,但速度瞬心法具有一定的局限性,它不能用于机构的加速度分析。矢量方程图解法又称相对运动图解法,其所依据的基本原理是理论力学中的运动合成原理。在

对机构进行速度和加速度分析时，首先要根据运动合成原理列出机构运动的矢量方程，然后再按方程作图求解。

### ② 解析法

当需要精确地确定机构在整个运动过程中的运动特性时，常选用解析法进行求解，解析法具有应用范围广、解算精度高等优点，但是其计算过程比较复杂。随着计算机技术的普遍应用与数学工具的日臻完善，对用解析法求解机构的运动分析提供了极其有利的条件，不仅可以获得很高的求解精度，还可以绘制出机构上相应点的运动特性曲线，为后续机构的设计工作提供了可靠的保障。利用解析法对机构进行运动分析的过程，实质上是建立机构运动的数学模型并求解的过程。

### ③ 仿真法

随着计算机技术的发展和普及，仿真法在机构运动分析中得到了广泛的应用，其借助相关的仿真软件，建立机构模型，通过添加相应的初始条件、约束条件得到所求构件之间的相对位置、运动关系，并可以得到机构相应点的运动特性曲线，同时省去了相关繁琐的计算。通过计算机动态仿真，可使我们对机构的原理及其运动过程有比较直观和深刻的认识。仿真法与实验法相比具有经济性、安全性等优点，同时利用仿真法可通过预先的模拟、演示、验证来预测机构的性能和参数，有利于使机构的性能达到最优。利用仿真法对机构进行分析时，首先要选择合适的仿真软件，本书主要利用 SolidWorks Motion 对机构进行运动仿真分析，具体内容见本书第2章2.3节。

### ④ 实验法

实验法由于其成本较高，常用于验证复杂机构或按要求需用实验法设计的机构。由于实验法的局限性，本书不做过多介绍。

综上所述，考虑到机构运动分析方法的通用性、经济性及各分析方法的发展空间，本书主要采用解析法和仿真法对常见典型机构及一些工程实际中的机构进行运动分析。

# 第2章

## 机构运动分析基础

机构运动分析的任务是在已知机构尺寸及原动件运动规律的情况下，确定机构中其他构件上某些点的轨迹、位移、速度及其加速度或构件的角位移、角速度及其角加速度。进行机构的运动分析对于了解机构的运动特性、研究机构动力性能、设计合理的机构形式都是非常有必要的。本章主要对机构的基本概念进行详细的介绍，并重点介绍在机构运动分析中常用的解析法及仿真法的理论基础。

### 2.1 基本概念

在机械或仪表中，存在着许许多多能够传递与变换运动和力的可动的装置。在不考虑这些装置的具体用途的前提下，只研究这些装置所共有的运动和动力特性以及相应的设计方法等问题的学科，称为机构学。所谓机构就是由若干构件以可动的连接方式连接起来的、具有一定的相对运动的、用来传递运动或力的组合系统。

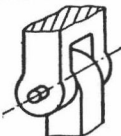
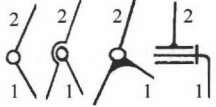

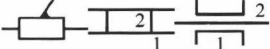
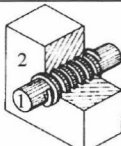
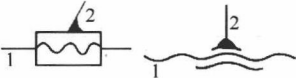
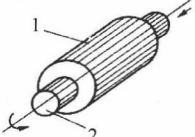
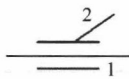

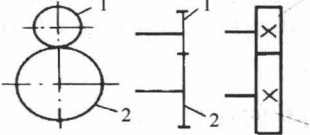




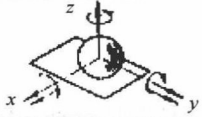

在机构中参与运动的刚性体称之为机构的构件。构件和零件的区别在于：构件是机器中的一个独立的运动单元体，零件是机器中的一个独立的制造单元体。当由自由构件组成机构时，自由构件之间必须有某种活动连接才能组成机构，这种活动连接称为运动副。运动副既把相邻的构件连接起来，又允许它们之间有某种相对运动，否则构件就会失去全部运动，而成为一个不能运动的机械结构。

两个构件用运动副连接起来，它们之间就有了某种约束。两构件在未构成运动副之前，在空间中它们共有6个相对自由度。当两构件构成运动副之后，它们之间的相对运动将受到约束，运动副所允许的独立的相对运动数目，称为该运动副的自由度。用 $f$ 表示运动副的自

由度，很显然， $0 < f < 6$ 。若  $f=0$ ，则表示这个连接不允许相对运动，因而也就不是运动副；若  $f=6$ ，则表示具有 6 个相对运动，因而不存在连接。运动副的自由度  $f$  和约束数  $s$  的关系为  $f=6-s$ 。

运动副有多种多样的分类形式。若按其运动范围划分，有空间运动副和平面运动副。若根据构成运动副的两构件的接触情况进行分类，可分为高副和低副。此外，还可以根据构成运动副的两构件之间的相对运动的不同进行分类，分为转动副、移动副、螺旋副及球面副。运动副又可以按照其自由度数表示， $f=1, 2, \dots, 5$  分别对应成为 I, II, ..., V 类副。常用运动副分类如表 2-1 所示。

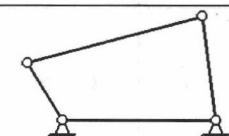
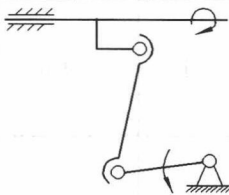
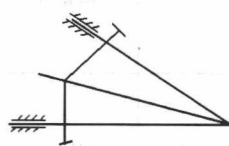
表 2-1 运动副分类

序号	运动副类别	运动副名称	几何图形	运动简图	运动副约束
1	I	转动副			5
2	I	移动副			5
3	I	螺旋副			5
4	II	圆柱副			4
5	II	齿轮副			4
6	II	球销副			4
7	III	球面副			3
8	V	球平面副			1



机器中的机构类型很多,为了便于分析和应用,常将各式各样的机构进行分类。按照机构中传递和变换运动的特征,可将机构分为连杆机构、凸轮机构、齿轮机构、斜面与螺旋机构、摩擦传动机构、挠性件传动机构、步进传动机构、复合机构等,如果在机构的运动中有液压和气压的参与,则称为液压机构或气动机构。也可按照传递和变换运动的目的,将机构分为传动机构和引导机构。也可按构成运动副的两构件的接触情况进行分类,分为高副机构、低副机构。也可按机构中各构件相对运动的情况进行分类,如相对运动在一系列平行平面中时称为平面机构,否则称为空间机构;机构中各转动副的轴线汇交于一点时,称为球面机构,球面机构是一类特殊的空间机构,如表 2-2 所示。

表 2-2 按机构中各构件相对运动情况分类

名称	特征	示例
平面机构	所有的转动轴平行,运动轨迹位于平行平面上	
空间机构	转动轴交错、运动轨迹位于不平行的平面上或一般空间曲面上	
球面机构	所有的转动轴汇交于一点,运动轨迹位于同心球面上	

虽然这些机构类型不同,但它们之间也存在一些共同特点:

- ① 这些机构的构件一般都是刚性体,但也可以是弹性体、挠性体或其他变形体,如带、链条等;
- ② 组成机构的各刚性体之间均有一定的相对运动,各机构在完成运动的传递和变换的同时,完成力的传递和变换。

## 2.2 机构运动分析解析法

运动学是机构运动分析的基础,刚体平面运动是工程机械中最为常见的一种刚体运动,在介绍解析法之前,有必要先了解刚体平面运动的基础知识,这对于准确地分析机构的运动及明确机构传动的几何原理具有重要的意义,是正确利用解析法分析机构运动的基础。

### 2.2.1 刚体运动分析基础知识

#### (1) 刚体的平面运动

刚体的平面运动是工程机械中较为常见的一种刚体运动,例如曲柄连杆机构中的连杆的

运动以及沿直线轨道滚动的轮子的运动等。所谓刚体的平面运动是指在运动中，刚体上任意一点与某一固定平面始终保持相等的距离；刚体的平面运动可以看作是平移和转动的合成，也可以看作是绕不断运动的轴的转动。刚体的平面运动可以简化为平面图形在它自身平面内的运动。

定参考系：固定在地球上的参考系。动参考系：固定在其他相对于地球运动的物体上的参考系。绝对运动：动点相对于定参考系的运动。相对运动：动点相对于动参考系的运动。牵连运动：动参考系相对于定参考系的运动。以滚动的车轮为例：取轮缘上的一点  $M$  为动点，固结于车厢的坐标系为动参考系，则车厢相对于地面的平移是牵连运动；在车厢上看到的轮缘上的点  $M$  作圆周运动，这是相对运动；在地面上看到点沿旋轮线运动，这是绝对运动。

刚体的平面运动可以简化为平面图形在它自身平面内的运动。平面图形在其平面上的位置可以由图形内任意线段  $O'M$  的位置来确定，如图 2-1 所示。要确定  $O'M$  在平面内的位置，只需确定线段上任意点  $O'$  的位置和线段  $O'M$  与固定坐标轴  $Ox$  之间的夹角  $\varphi$  即可。

点  $O'$  的坐标和  $\varphi$  角都可以表示成时间的函数，即

$$x_{O'} = f_1(t), y_{O'} = f_2(t), \varphi = f_3(t) \quad (2.2.1)$$

式 (2.2.1) 即为平面图形的运动方程。容易看出平面图形的运动方程由两部分组成：一部分是按点  $O'$  的运动方程  $x_{O'} = f_1(t), y_{O'} = f_2(t)$  的平移；另一部分是绕点  $O'$  按运动方程  $\varphi = f_3(t)$  的转动。

对于任意的平面运动，可以在平面图形上任取一点  $O'$ ，称为基点。在基点上假想的安上一个平移参考系  $O'x'y'$ ，其坐标轴方向与固定参考系的坐标轴平行；平面图形运动时，动参考系的坐标轴方向始终保持不变，如图 2-1 所示。这样，任意平面图形的平面运动就可以分解为随基点的移动和绕基点的转动。

需要说明的是：一般平面图形上各点的运动情况是不同的，平面运动可以取任意基点而分解为平移和转动，其中平移的速度和加速度与基点的选择有关，而平面图形绕基点的转动的角速度和角加速度与基点的选择无关。所以在描述平面图形的速度和加速度时必须指明所选基点，而描述平面图形的角速度和角加速度时无需说明所选基点。

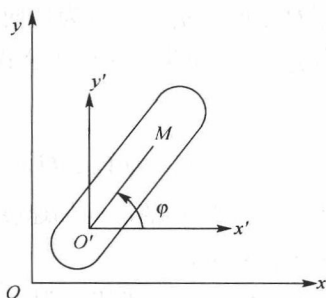


图 2-1 平面图形位置的确定

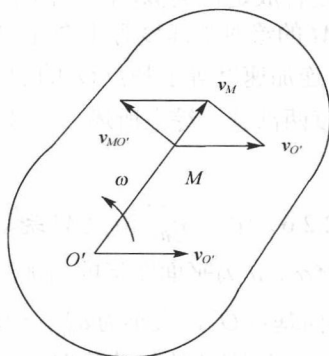


图 2-2 基点法求平面图形内任意点的速度

## (2) 求解平面图形各点速度的基点法

由上一节的讨论可知，平面图形内任意点  $M$  的运动是两个运动的合成，因此可以用速度合成定理来求它的速度，这种方法叫做基点法。由物理课程中学过的点的相对运动可知，点  $M$  的绝对速度可以表示为

$$\vec{v}_M^a = \vec{v}_{O'}^e + \vec{v}_M^r \quad (2.2.2)$$

式(2.2.2)中,  $\overline{v_M^e}$  是动参考系的平移速度, 故  $\overline{v_M^e} = \overline{v_{O'}}^e$ 。又因为刚体的相对运动是绕点  $O'$  垂直于固定平面的轴的转动, 故点  $M$  的相对速度  $v_M^r = \omega O'M$ , 式中  $\omega$  是平面图形角速度的绝对值, 如图 2-2 所示。故式(2.2.2)可以写成

$$\overline{v_M} = \overline{v_{O'}} + \overline{v_{MO'}} \quad (2.2.3)$$

式(2.2.3)是用基点法求得的平面内任意点  $M$  的速度表达式。

### (3) 速度投影定理

将式(2.2.3)投影到  $O'M$  连线上, 由于  $v_{MO'} \perp O'M$ , 可得

$$(v_M)_{O'M} = (v_{O'})_{O'M} \quad (2.2.4)$$

式(2.2.4)可以表述为: 同一平面图形上任意两点的绝对速度在这两点的连线上的投影相等, 这就是速度投影定理。

速度投影定理也可以这样理解: 因为  $O'$  和  $M$  是刚体上的两点, 所以它们之间的距离应该保持不变, 即两点在  $O'M$  连线上的速度分量必须相同, 否则, 线段  $O'M$  就会伸长或者压缩, 这不符合刚体的性质。因此, 速度投影定理不仅适用于刚体的平面运动, 也适用于刚体的任意运动。

### (4) 求解平面图形各点速度的瞬心法

在某一瞬间, 平面图形内速度等于零的点称为瞬时速度中心, 简称速度瞬心或瞬心。

在式(2.2.3)中, 假设将基点取为速度瞬心, 即  $v_{O'} = 0$ , 则有

$$v_M = v_{MO'} \quad (2.2.5)$$

式(2.2.5)即为用瞬心法求得的平面内任意点  $M$  的速度表达式。

一般情况下, 在每一瞬时, 平面图形上都唯一地存在一个速度为零的点。需要注意的是: 一般情况下平面运动刚体在不同瞬时的瞬心位置不同; 瞬心只是在某一瞬间不动, 即  $v_{O'} = 0$ , 但一般  $a_{O'} \neq 0$ , 即平面运动刚体的加速度分布与转动刚体不同。

### (5) 求解平面图形各点加速度的基点法

与速度合成定理类似, 对于平面图形内任意一点  $M$  的加速度可以用加速度合成定理来求解, 即点  $M$  的绝对加速度等于牵连加速度与相对加速度的矢量和。由于牵连运动为平移, 故点  $M$  的牵连加速度等于基点  $O'$  的加速度  $\overline{a_{O'}}$ ; 点  $M$  的相对加速度  $\overline{a_{MO'}}$  可分为切向加速度和法向加速度两部分。综上所述, 用基点法求平面图形内任意点  $M$  加速度的合成公式为

$$\overline{a_M} = \overline{a_{O'}} + \overline{a_{MO'}^t} + \overline{a_{MO'}^n} \quad (2.2.6)$$

式(2.2.6)中,  $\overline{a_{MO'}^t}$  为点  $M$  绕基点  $O'$  转动的切向加速度, 其方向垂直于  $O'M$ , 大小为  $a_{MO'}^t = O'M\alpha$ ,  $\alpha$  为平面图形的角加速度。 $\overline{a_{MO'}^n}$  为点  $M$  绕基点  $O'$  转动的法向加速度, 其方向从点  $M$  指向基点  $O'$ , 大小为  $a_{MO'}^n = O'M\omega^2$ ,  $\omega$  为平面图形的角速度。

在实际计算刚体的加速度时, 常使用式(2.2.6)在两个坐标轴上投影所得的两个代数方程。

## 2.2.2 平面机构运动分析的解析法

由于计算机技术的发展和普及, 使机构运动分析的研究方法大大改进。先进的计算工具和丰富的数学计算方法在机构学中成功的应用, 使机构学研究内容的深度和广度有了纵深发展。解析法与电算程序解决了传统图解法不能解决的许多问题。由于解析法的可编程性, 且能通过各种接口与数控机床直接连接, 可以实现真正的设计和制造一体化。