GAODENG SHUXUE
JIQI MATLAB SHIXIAN

高等数学及其MATLAB实现

（上册）

任玉杰　张世泽◎主编

中山大学出版社
SUN YAT-SEN UNIVERSITY PRESS

GAODENG SHUXUE
JIQI MATLAB SHIXIAN

高等数学及其MATLAB实现

（上册）

任玉杰　张世泽◎主编

中山大学出版社
SUN YAT-SEN UNIVERSITY PRESS
·广州·

图书在版编目（CIP）数据

高等数学及其 MATLAB 实现 · 上册/任玉杰，张世泽主编．—广州：中山大学出版社，2013.8

ISBN 978-7-306-04560-7

Ⅰ．①高… Ⅱ．①任… ②张… Ⅲ．①Matlab 软件—应用—高等数学—教材 Ⅳ．①O13-39

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2013）第 114489 号

出 版 人：徐 劲
策划编辑：赵丽华
责任编辑：赵丽华
封面设计：曾 斌
责任校对：张礼凤
责任技编：何雅涛
出版发行：中山大学出版社
电 话：编辑部 020-84111996，84113349，84111997，84110779
发行部 020-84111998，84111981，84111160
地 址：广州市新港西路 135 号
邮 编：510275 传 真：020-84036565
网 址：http://www.zsup.com.cn E-mail:zdcbs@mail.sysu.edu.cn
印 刷 者：佛山市浩文彩色印刷有限公司
规 格：787mm×1092mm 1/16 27.5 印张 668 千字
版次印次：2013 年 8 月第 1 版 2013 年 8 月第 1 次印刷
印 数：1~2000 册 定 价：40.00 元

前　　言

本套教材分为《高等数学及其 MATLAB 实现（上册）》、《高等数学及其 MATLAB 实现（下册）》、《高等数学及其 MATLAB 实现辅导》和多媒体课件。它是高等数学课程教学内容和体系改革的研究成果，也是根据作者多年来的教学和科研经验，集思广益，广泛吸取国内外一些相关教材之所长，在此基础上把教学内容、教学体系、教学手段改革融为一体的新型改革教材。本套教材在如下几方面进行了新的探索：

（1）从数学统一性的观点，从全面素质教育的高度，打破了传统的大学数学教学体系，设计了一套新大学课程体系，将计算机数学软件 MATLAB 的相关内容分别融入高等数学、线性代数和概率与数理统计课程之中，增加了实验环节，形成非数学专业的三门必修课——高等数学及其 MATLAB 实现、线性代数及其 MATLAB 实现和概率与数理统计及其 MATLAB 实现。向学生传授一套完整地、科学地解决一类问题的方法，使学生能够适应将来的工作和科研环境需要。

（2）在计算手段的处理上，采用了手工计算和计算机计算各有侧重的处理手法。在高等数学的内容处理上，采用了以手工计算为主、计算机计算为辅的策略。为了使学生理解和掌握高等数学的理论和方法，在每节都配备了 A 组的基本题和 B 组的提高题，每章还给出了总复习题以供学生进行手工计算，在每章最后加入了用计算机软件 MATLAB 作数学实验的内容，通过计算机模拟仿真，给出极限、连续、微积分中值定理、微积分的几何应用等内容的可视化动态图形，加深学生对它们的理解，并给出了用计算机处理实际问题的算例和程序，使学生了解用计算机软件进行科学计算的方法。

（3）在内容安排上，考虑到目前我国硕士研究生数学入学考试的要求和师资队伍的结构等问题，将非数学专业的学生必须掌握的高等数学的全部内容安排在每章的前几节，而数学实验内容安排在每章的最后；在下册还附有近年考研真题，以便学生根据情况选用，拓宽学生的知识视野。

（4）作者把多年在大学数学实验教学中编写的一些 MATLAB 程序和例题融入到本教材中，书中的数学方法都配备了 MATLAB 计算程序和作图程序，具有科研和实用价值。

（5）加强数学应用能力和科学计算能力的培养。本书在讲解数学内容的同时，力求突出在解决实际问题中有重要应用的数学思想方法，揭示重要数学概念和方法的本质。把数学建模的最基本的内容和方法融入教材，便于学生在学习微积分的同时学会用数学方法将实际问题转化为数学模型，然后用计算机程序进行科学计算。此外，在教材中除保留了几何应用和物理应用外，还增加了经济应用（如边际分析、资本现值和投资问题等）和上机实验的应用问题。在每章的最后一节中，列举了大量的用 MATLAB 计算和绘图的例题和上机实验的习题，使学生在学会用微积分解决实际问题的同时，也学会用计算机软件解决对应问题的方法，从而培养学生数学应用能力和科学计算能力，使学生能够适应将来的工作和科研

环境。

（6）在数学实验环节，作者利用编写的动态演示程序等画图程序，动态地显示函数和数列求极限的动态变化过程、微积分定理的几何意义等，从几何方面直观地帮助学生理解有关的概念和定理。用这种将数学软件 MATLAB 融入教学之中，增加数学实验环节，加强应用和几何直观，增加应用性的例题和习题，每章配有上计算机计算的数学实验课题的手段，培养学生的科学计算能力，使学生的知识、能力和素质都能够得到提高。应该说，这是原有教学过程的一个飞跃。

相应地，这套教材对教师也提出了更高的要求。教师不但要能讲授知识，而且要会应用计算机软件，还要改进教学方法，能够进行创新研究。这当然有利于教师能力和教学水平的提高。

本书由大连工业大学教授任玉杰博士策划并负责全书大纲的设计、统稿和修改。主编有任玉杰和营口理工学院副校长张世泽，副主编有辽宁省教育厅王维、北京航空航天大学北海学院教授方有康、中山大学南方学院孙明岩和营口理工学院何万里。本教材各章节执笔人是：任玉杰编写第二章、第三章§3.6、第四章§4.10、第五章、第六章、第七章和第八章；张世泽、王维、辽宁大学研究生刘倩倩和刘绍华编写习题、第三章和第四章；北京航空航天大学北海学院教授方有康，营口理工学院教授孙贺琦、何万里、李印和鲁鑫，中山大学南方学院副教授毛锦庚和教师孙明岩、薄宏、王琳、陈放、谢晓洁、王刻奇、许晴媛、余永龙，辽宁石油化工大学教授刘国志和副教授苗晨，大连工业大学教授康健，沈阳大学教授李艳娟，广州市政工程设计研究院苏兴杰参编其余部分。

本书编著得到了大连工业大学、北京航空航天大学北海学院、营口理工学院和中山大学南方学院有关领导的大力支持，还得到了有关同行、作者的硕士研究生导师滕素珍教授和博士研究生导师张鸿庆教授的热情支持和帮助，在此表示衷心的感谢。本书在中山大学出版社的合作小组的大力支持下，特别是在编辑赵丽华和有关工作人员的辛勤劳动和精心编校下出版，在此一并表示真诚的感谢！

教学改革教材应该多模式、多品种，本书只是对其中一种模式所做的初步探索和尝试，在内容精简和实现数学机械化以及培养学生数学应用能力和科学计算能力等方面，我们虽然也作了一些努力，但仍感觉差距很大。真诚地欢迎同行、读者和专家提出不同的意见，并希望广大读者对教材中的错误、缺点和不足之处提出批评和指正。最后，我们也真诚地欢迎对本教材有兴趣的同行参加试用。

任玉杰

2013 年 7 月 3 日

目　录

第一章　预 备 知 识

为了数学基础不同的同学能在同一起点学习本课程的内容，在学习本课程内容之前，我们安排了高等数学中常用的一些初等数学知识的复习.

§1.1　集合与区间

1.1.1　集合

集合是不加定义的原始概念，所谓集合 S 就是具有某种属性的对象的全体. 集合 S 中的每一个体 a，称为集合 S 的元素，如果 a 是集合 S 的元素，记为 $a\in S$，读作“a 属于 S”；如果 a 不是集合 S 的元素，则记为 $a\notin S$，读作“a 不属于 S”. 习惯上，我们常用大写字母 A，B，C，…表示集合，而用小写字母 a，b，c，…表示集合中的元素. 我们常用两种方法表示集合，例如，由元素 1，2，3，4，5 构造成的集合 S，我们可以表示成 $S=\{1，2，3，4，5\}$. 这种表示集合的方法，是将集合 S 中的所有元素都列举出来，称为列举法. 集合 S 也可以用 $S=\{n\mid n$ 是不大于 5 的正整数$\}$的方式表示. 这里我们用一个命题“n 是不大于 5 的正整数”来描述集合 S 中所有元素 n 的属性，这种表示集合的方法，称为描述法. 我们常用描述法来表示一个集合，即用$\{x\mid p(x)\}$表示所有满足命题（或性质）$p(x)$的实数 x 组成的集合. 例如，$\{x\mid x^2+1=2\}$表示所有满足等式 $x^2+1=2$ 的实数 x 构成的集合.

集合中元素的个数为有限个的集合称为有限集合，否则称为无限集合. 例如，集合$\{x\mid x^2+1=2\}$为有限集合，$\{x\mid x=2n，n$为自然数$\}$为无限集合.

如果集合 A 中的所有元素都属于集合 B，称 A 包含于 B，或称 B 包含 A，记作 $A\subseteq B$. 这时称集合 A 是集合 B 的子集. 若 $A\subseteq B$，又 $B\subseteq A$，则称集合 A 与集合 B 相等，记为 $A=B$. 例如，

$$A=\{-1，1\}，B=\{-1，0，1，2\}，C=\{x\mid x^2+1=2\}，$$

则有 $A\subseteq B$，$A=C$.

不含有任何元素的集合，称为空集，空集记为$\varnothing$. 例如，在实数范围内集合$\{x\mid x^2+1=0\}$就是空集. 空集是任何集合的子集. 应注意集合$\{0\}$不是空集，它是含有一个元素“0”的集合.

设 A，B 是两个集合，由这两个集合中的所有元素组成的集合称为集合 A 和集合 B 的并集，记作 $A\cup B$，即

$$A\cup B=\{x\mid x\in A \text{ 或 } x\in B\}.$$

集合 A 和集合 B 的所有公共元素构成的集合称为集合 A 与集合 B 的交集，记作 $A\cap B$，即

$$A\cap B=\{x\mid x\in A \text{ 且 } x\in B\}.$$

例如，$A=\{1，2，3，4\}$，$B=\{1，3，5，7\}$，则

$$A\cup B=\{1，2，3，4，5，7\}，A\cap B=\{1，3\}.$$

1.1.2 实数与若干常见实数集

数轴是研究实数的重要工具，有关实数的许多性质都可以通过数轴直观地反映出来，因此，我们首先建立数轴的概念.

设有一条水平直线，在这条直线上取一定点 O，称为原点，规定一个正方向（通常规定由原点向右的方向为正方向），再规定一个长度，称为单位长度. 这种具有原点、正方向和单位长度的直线称为数轴.

数轴上任意一点 P 都对应一个实数，若点 P 就是原点 O，则这个实数 $x=0$；若点 P 在原点 O 的右侧，则点 P 对应的实数 x 就等于用单位长度量线段 OP 得出的长度 $|OP|$，即 $x=|OP|$；若点 P 位于原点的左侧，则 $x=-|OP|$. 反之，任意一个实数 x 都可以在数轴上找到一点 P，使得点 P 对应的实数为 x. 这样，数轴上的点就与全体实数建立了一一对应的关系.

一般，我们通常用 $\mathbf{N}$ 表示所有自然数构成的集合，用 $\mathbf{Z}$ 表示全体整数构成的集合，用 $\mathbf{Q}$ 表示全体有理数构成的集合，用 $\mathbf{R}$ 表示全体实数构成的集合.

今后我们常要用到实数集 $\mathbf{R}$ 的子集，最常用的是如下各种区间：

(1) 开区间 $(a, b)=\{x|a<x<b\}$；

(2) 闭区间 $[a, b]=\{x|a\leqslant x\leqslant b\}$；

(3) 半开半闭区间 $[a, b)=\{x|a\leqslant x<b\}$，$(a, b]=\{x|a<x\leqslant b\}$.

上述区间都为有限区间，除此之外，有以下无限区间：

(1) $[a, +\infty)=\{x|x\geqslant a\}$，$(a, +\infty)=\{x|x>a\}$；

(2) $(-\infty, b]=\{x\leqslant b\}$，$(-\infty, -b)=\{x|x<b\}$，$(-\infty, +\infty)=\mathbf{R}$.

这里需要说明的是，“$+\infty$”读作正无穷大，“$-\infty$”读作负无穷大，“∞”读作无穷大，它们只是一种记号而不是数，不能参与四则运算.

有时，我们用字母 I 表示一般区间.

【例 1】 利用区间表示集合 $S=\{x|x^2+x-12>0\}$.

解 将不等式 $x^2+x-12>0$ 左端分解因式，化成等价形式：

$$(x-3)(x+4)>0.$$

此不等式左端是两个因子的乘积，为了使这个乘积为正数，必须且只需使它们的符号相同，即或者 $x-3>0$ 且 $x+4>0$，或者 $x-3<0$ 且 $x+4<0$；或者 $x>3$，$x>-4$ 同时成立，或者 $x<3$，$x<-4$ 同时成立. 前者意味着 $x\in(3, +\infty)$，后者意味着 $x\in(-\infty, -4)$. 也就是说，不论 $x\in(3, +\infty)$ 还是 $x\in(-\infty, -4)$，都满足不等式 $x^2+x-12>0$，因此有

$$(-\infty, -4)\cup(3, +\infty)=\{x|x^2+x-12>0\}.$$

设 S 是一个非空数集，如果存在正数 M，使得对于所有的数 $x\in S$ 都有 $|x|\leqslant M$，则称 S 为有界数集.

集合 A 中如果有最大的数 b，则称 b 为集合 A 的最大值，A 的最大值记为 $\max A$；集合 A 中如果有最小的数 c，则称 c 为集合 A 的最小值，A 的最小值记为 $\min A$.

例如，闭区间$[0, 1]$和开区间$(0, 1)$都是有界集. 闭区间$[0, 1]$的最小值和最大值分别

是0和1，而开区间(0，1)既无最大值也无最小值. 这说明，有界数集未必有最大值和最小值.

1.1.3　实数的绝对值和邻域

在研究某些问题时，常用到实数绝对值的概念. 下面介绍一下实数绝对值的定义及性质.

1. 实数的绝对值

定义1　一个实数 x 的绝对值，记为 $|x|$，定义为

$$|x|=\begin{cases}x & (x\geqslant 0),\\ -x & (x<0).\end{cases}$$

$|x|$的几何意义是：$|x|$表示数轴上点 x（不论 x 在原点左边还是右边）与原点之间的距离.

绝对值及其运算有下列性质：

(1)　$|x|=\sqrt{x^2}$；

(2)　$|x|\geqslant 0$；

(3)　$|-x|=|x|$；

(4)　$-|x|\leqslant x\leqslant |x|$；

因为 $x>0$ 时，$-|x|<x=|x|$；$x<0$ 时，$-|x|=x<|x|$；$x=0$ 时，$-|x|=x=|x|$.

综上，有 $-|x|\leqslant x\leqslant |x|$.

(5)　如果 $a>0$，则有

$$|x|<a \Leftrightarrow -a<x<a.$$

从几何意义上看，$|x|<a$ 表示所有与原点间距离小于 a 的点 x 的集合，而 $-a<x<a$ 表示所有在点 $-a$ 和 a 之间的点 x 的集合，所以它们表示的是相同的点集.

同理有

$$|x|\leqslant a \Leftrightarrow -a\leqslant x\leqslant a.$$

(6)　如果 $b>0$，则有

$$|x|>b \Leftrightarrow x<-b \quad 或 \quad x>b,$$

$$|x|\geqslant b \Leftrightarrow x\leqslant -b \quad 或 \quad x\geqslant b.$$

(7)　$|x+y|\leqslant |x|+|y|$.

由上面性质（4）有

$$-|x|\leqslant x\leqslant |x|,$$

$$-|y|\leqslant y\leqslant |y|.$$

两式相加得

$$-(|x|+|y|)\leqslant x+y\leqslant |x|+|y|.$$

再由性质（5）得

$$|x+y|\leqslant |x|+|y|.$$

(8)　$|x-y|\geqslant |x|-|y|$.

由于 $|x|=|(x-y)+y|\leqslant |x-y|+|y|$，所以 $|x-y|\geqslant |x|-|y|$.

(9)　$|xy|=|x|\cdot|y|$.

（10）$\left|\dfrac{x}{y}\right|=\dfrac{|x|}{|y|}$（$y\neq0$）

2. 邻域

由绝对值性质(5)可知，实数集合

$$\{x\,|\,|x-x_0|<\delta,\ \delta>0\}$$

在数轴上是一个以点 x_0 为中心、长度为 2δ 的开区间（$x_0-\delta$，$x_0+\delta$），称其为点 x_0 的 δ 邻域. 称 x_0 为邻域的中心，称 δ 为邻域的半径（如图 1－1 所示）.

例如，$|x-5|<\dfrac{1}{2}$即是以点 $x_0=5$ 为中心，以$\dfrac{1}{2}$为半径的邻域，也就是开区间（4.5，5.5）.

有时我们会用到集合

$$\{x\,|0<|x-x_0|<\delta,\ \delta>0\}.$$

这是在点 x_0 的 δ 邻域内去掉点 x_0 后其余的点所组成的集合，即集合（$x_0-\delta$，x_0）∪（x_0，$x_0+\delta$），称其为以 x_0 为中心，δ 为半径的空心邻域（如图 1－2 所示）.

今后如果说 x_0 的某邻域，就是指某个开区间（$x_0-\delta$，$x_0+\delta$）；说 x_0 的某空心邻域，就是指区间（$x_0-\delta$，x_0）∪（x_0，$x_0+\delta$），δ 是某个确定的正数，但有时没有必要指出这个正数 δ 的具体数值.

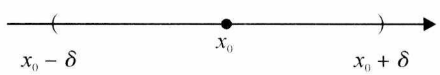

图 1－1

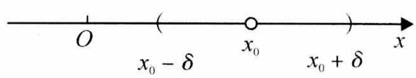

图 1－2

【例 2】 解下列不等式：①$0<x^2<4$；②$\left|ax+\dfrac{1}{2}\right|<1(a>0)$.

解 ①由 $x^2<4$ 知 $|x|<2$，即 $-2<x<2$. 又由 $0<x^2$ 知 $x\neq0$，所以 $-2<x<0$ 或 $0<x<2$.

②$-1<ax+\dfrac{1}{2}<1$，$-1-\dfrac{1}{2}<ax<1-\dfrac{1}{2}$，即 $-\dfrac{3}{2}<ax<\dfrac{1}{2}$，$-\dfrac{3}{2a}<x<\dfrac{1}{2a}$.

【例 3】 用区间表示满足不等式 $|x-a|\geqslant\varepsilon$（$a$ 为常数，$\varepsilon>0$）的所有 x 的集合.

解 由绝对值性质(6)知，$|x-a|\geqslant\varepsilon$ 等价于

$$x-a\leqslant-\varepsilon \quad 或 \quad x-a\geqslant\varepsilon,$$

即

$$x\leqslant a-\varepsilon \quad 或 \quad x\geqslant a+\varepsilon.$$

所以，满足不等式 $|x-a|\geqslant\varepsilon$ 的所有 x 的集合，就是满足 $x\leqslant a-\varepsilon$ 或 $x\geqslant a+\varepsilon$ 的所有 x 的集合，即区间

$$(-\infty,\ a-\varepsilon]\cup[a+\varepsilon,\ +\infty).$$

1.1.4 平面上的点与直线

在平面上作两条互相垂直的直线 Ox 和 Oy 交于点 O，每条直线当作一条实轴、原点都在

O 处，并且两条实轴的单位长度相等，这样就构成了一个平面直角坐标系 xOy. 其中，水平轴称为 x 轴或者横轴，竖直轴称为 y 轴或者纵轴. 设 M 是平面上的任意一点，自点 M 向 x 轴和 y 轴引垂线，得到垂足 P 和 Q，由于 P 和 Q 都是实轴上的点，它们分别唯一地对应实数 x 和 y（如图 1－3 所示）.

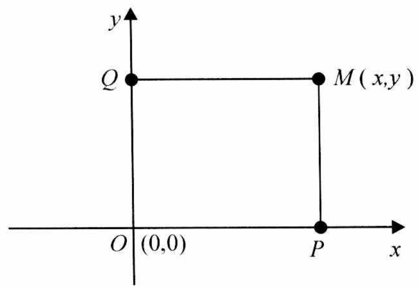

图 1－3

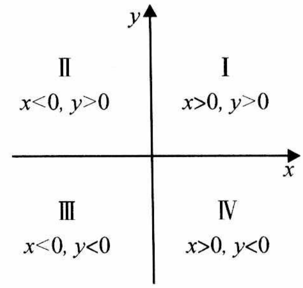

图 1－4

这就是说，平面上每一点 M 都唯一地对应一个二元有序数组(x, y)，其中实数 x 称为点 M 的横坐标，实数 y 称为点 M 的纵坐标. 反之，任意给定一个二元有序数组(x, y)，可以在平面上找到唯一点 M，使得点 M 的横坐标和纵坐标分别为 x 和 y. 因此，在建立了平面直角坐标系后，平面上的点 M 与有序实数组(x, y)之间建立了一一对应关系.

x 轴将平面分成上半平面和下半平面，y 轴将平面分成左半平面和右半平面. 两个坐标轴又将平面分成四个象限，分别称为第Ⅰ、第Ⅱ、第Ⅲ、第Ⅳ象限（如图 1－4）.

设 $P(x_1, y_1)$ 和 $Q(x_2, y_2)$ 是平面上的两点，连结两点的线段 PQ 的长度 $|PQ|$ 称为 P，Q 两点之间的距离，我们知道 P，Q 两点之间的距离 $|PQ|$ 为

$$|PQ| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}.$$

【例 4】求点 $A(3, -4)$ 到点 $B(-2, 3)$ 的距离，求任一点 $M(x, y)$ 到原点 $O(0, 0)$ 的距离.

解　点 $A(3, -4)$ 到点 $B(-2, 3)$ 的距离为

$$|AB| = \sqrt{[3-(-2)]^2 + [(-4)-3]^2} = \sqrt{5^2 + (-7)^2} = \sqrt{74}$$

点 $M(x, y)$ 到原点 $O(0, 0)$ 的距离为

$$|MO| = \sqrt{(x-0)^2 + (y-0)^2} = \sqrt{x^2 + y^2}$$

在以后的学习中经常遇到求平面直线方程问题. 现在给出平面上几种不同形式的直线方程.

直线的点斜式方程，即已知直线过平面上定点 $M_0(x_0, y_0)$，直线斜率为 k，求此直线方程.

在所求直线上任取一点 $M(x, y)$. 我们知道直线斜率 $k = \tan\alpha$，其中 α 是直线向上方向与 x 轴正向的夹角. 若直线与 x 轴平行或重合则 $\alpha = 0$；若直线与 x 轴垂直则斜率不存在，此时直线方程为 $x = a$，即直线过点 $(a, 0)$（如图 1－5 所示）. 由此可见

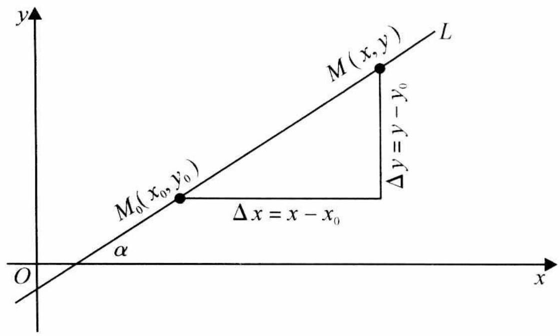

图 1－5

$$k=\tan\alpha=\frac{\Delta y}{\Delta x}=\frac{y-y_0}{x-x_0},$$

即

$$y-y_0=k(x-x_0).$$

这就是直线的点斜式方程.

由此，我们易推出直线的以下形式的方程：

（1）已知直线过两定点 $M(x_1, y_2)$ 和 $M(x_2, y_2)$，则该直线的两点式方程为

$$y-y_1=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}(x-x_1).$$

（2）已知直线的斜率为 k，且与 y 轴的截距为 b，则该直线的斜截式方程为

$$y=kx+b.$$

（3）已知直线与 x 轴、y 轴的截距分别为 a，$b(a\neq 0, b\neq 0)$，则该直线的截距式方程为

$$\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=1.$$

（4）已知某直线的斜率为 k，则与它垂直的直线的斜率为 $-\frac{1}{k}$，若又知该垂直直线过定点 (x_0, y_0)，则该垂直的直线方程为

$$y-y_0=-\frac{1}{k}(x-x_0).$$

【例 5】 ①已知直线 l 过点（1，2）和（－2，4），求该直线方程.

②求与直线 l 垂直且过点 $\left(1, \frac{1}{2}\right)$ 的直线方程.

解 ①直线 l 的斜率为 $k=\frac{4-2}{-2-1}=-\frac{2}{3}$，所求直线 l 的方程为

$$y-2=-\frac{2}{3}(x-1),$$

即

$$3y+2x-8=0.$$

②所求直线斜率为 $-\frac{1}{k}=\frac{3}{2}$，所求直线方程为

$$y-\frac{1}{2}=\frac{3}{2}(x-1),$$

即

$$2y-3x+2=0.$$

1.1.5 方程和不等式

在日常生活和实际工作中，常遇到一个或多个变量之间的关系用等号或不等号联系起

来，怎样通过已知数量求未知数量，这就是本节要讨论的方程和不等式.

1. 方程

能够使方程左右两边相等的未知量的取值叫做方程的解. 含有一个未知量的方程的解叫做方程的根.

求方程的解的过程叫做解方程.

（1）一元一次方程.

形如 $ax+b=0(a\neq0)$ 的方程叫做一元一次方程.

化成 $ax=-b(a\neq0)$，得到方程的解 $x=-\frac{b}{a}$.

（2）一元二次方程.

只含有一个未知量，并且未知量的最高次幂是二次的方程叫做一元二次方程，它的一般形式为 $ax^2+bx+c=0(a\neq0)$.

一元二次方程的解法主要有因式分解法和公式法.

一元二次方程的求根公式为 $x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$.

下面举例说明求一元二次方程根的因式分解法和公式法.

【例 6】解方程 $2x^2-x-6=0$.

解法一：原方程分解因式化为：$(x-2)(2x+3)=0$，则有 $x-2=0$ 或 $2x+3=0$.

解得：$x_1=2$，$x_2=-\frac{3}{2}$为原方程的根.

解法二：因为 $a=2$，$b=-1$，$c=-6$，所以

$$b^2-4ac=(-1)^2-4\times2\times(-6)=49.$$

由公式法得：$x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}=\frac{-(-1)\pm\sqrt{(-1)^2-4\times2\times(-6)}}{2\times2}=\frac{1\pm7}{4}$.

从而得到原方程的两个根为 $x_1=2$，$x_2=-\frac{3}{2}$.

2. 不等式

能够使不等式成立的未知量的值叫做不等式的解.

（1）一元一次不等式.

含有一个未知量，并且未知量的最高次幂是一次的不等式，叫做一元一次不等式.

解一元一次不等式的步骤与解一元一次方程的步骤类似.

【例 7】解不等式 $\frac{3x-1}{2}\leqslant\frac{6x-5}{3}$.

解　去分母得$3(3x-1)\leqslant2(6x-5)$.

去括号得 $9x-3\leqslant12x-10$.

移项，合并得 $-3x\leqslant-7$，即 $x\geqslant\frac{7}{3}$.