

透平机械长叶片三元
流动设计与计算
译 文 集
(二)

《舰船透平锅炉》编辑室

1974年8月

目 录

1. 多级透平中的准三元流动——计算与试验验证 (1)
2. 用电子数字计算机进行轴流式透平及压气机长叶片的扭曲计算 (27)
3. 大型蒸汽透平设计中应用子午面流动程序的若干问题 (35)
4. 通过透平机械叶片的流动计算 (47)
5. 子午面流线的斜率及曲率对轴流式透平机械长叶片扭曲的影响 (66)
6. 流体流动问题中流线斜率和曲率计算方法的评述 (72)
7. 来流无冲击动叶不扭曲的轴流式透平级的研究 (81)
8. 控制旋涡空气动力学在先进轴流式透平中的应用 (93)
9. 叶片级中的湿蒸汽流动 (102)

多级透平中的准三元流动

—计算和试验验证

(法) A·雷诺丁

(瑞士) E·萨姆

提 要

本文叙述了有摩擦时多级透平中流动的数值计算方法。基本方程在稳定、均熵和轴对称(准三元)流动的假定下可以应用。计算在叶列间隙中是有效的。本文的讨论局限于正问题。在某给定质量流量下选定叶片的高度作为径向平衡微分方程的边界条件。

在进行数值处理时强调了下列问题并提出了它们的新的求解方法:

- (a) 径向加速度的计算;
- (b) 从叶缘到参考面的换算;
- (c) 为反复逼近机壳形状的合适方法的选择。

在25万瓩透平的一个低压段中专门进行了测量。根据低压段进口处的测量算出了末级叶片后面的流动特性, 计算结果与测量值进行了比较。

一、引 言

低压透平级容量的不断增长使得顶部直径与根部直径之比(或叶高与平均直径之比)要选用很高的数值, 以便把外径保持在适合于实际应用的数值范围之内。

众所周知〔1〕, 如果叶片高度与平均直径之比不超过0.15, 那么不考虑流动的三元特点而在平均直径上计算叶栅所造成的误差并不严重。但是, 就是在这个甚至更小的数值的情况下, 仍可注意到三元特点对顶部反动度以及间隙损失的重大影响。这种影响在高的叶高与直径之比值下更加厉害。

三元流动计算有好几个目的:

1. 分析整个叶片在几个叶型截面上的进气速度和角度, 从而校核通过附面层计算所得到的允许极限冲角。对新设计来说, 可以根据计算结果选择适当的叶型。
2. 计算径向和轴向压力分布。这对于在给定叶高时确定透平汽缸的抽汽压力或进口压力, 或者在给定压力时确定叶片高度来说都是必需的。
3. 计算沿流线以及沿所有叶型的纯功, 以便通过积分确定透平的功率。
4. 求取机壳边界区域中的速度, 从而计算顶部损失。

把由此取得的结果与一元计算结果相比较就可以知道, 在什么样的界限条件下计算可以简化。

二、基本方程

多级透平的可压缩流动是由质量、动量和能量的平衡方程式以及状态方程所规定的。不计粘性力时，稳定流动的运动方程组可写成矢量方程形式〔1〕：

$$-(\mathbf{c} \times \text{curl} \mathbf{c}) = R - \text{grad} \frac{c^2}{2} - \frac{1}{\rho} \text{grad} p \quad (1)$$

假定是轴对称流动并且只考虑相邻叶列间的间隙（不受外力），式（1）的径向分方程变为（见图1）：

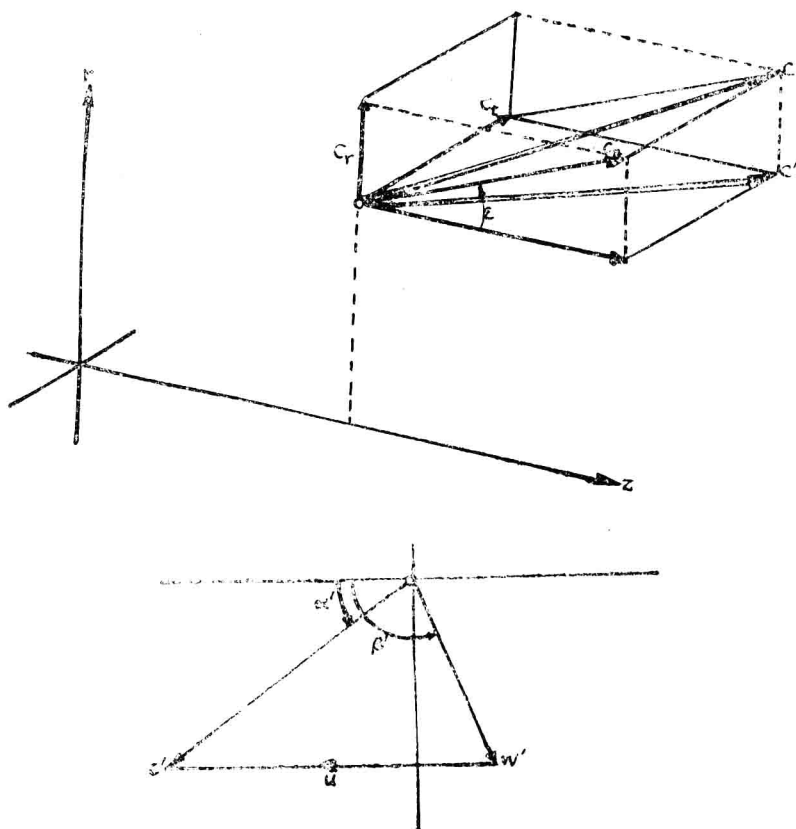


图1 坐标系统和速度线图

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r} = \frac{c_t^2}{r} - \left(c_r \frac{\partial c_r}{\partial r} + c_z \frac{\partial c_r}{\partial z} \right) \quad (2)$$

式（2）的最后两项代表径向加速度 dc_r/dt ，因此，可得如下的径向平衡方程：

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r} = \frac{c_t^2}{r} - \frac{dc_r}{dt} \quad (3)$$

能量方程的积分形式可表示如下：

$$\left(h_0 + \frac{c_0^2}{2} \right) - \left(h_1 + \frac{c_1^2}{2} \right) = 0 \quad (\text{静叶栅}) \quad (4)$$

$$\left(h_1 + \frac{c_1^2}{2} \right) - \left(h_2 + \frac{c_2^2}{2} \right) = a \quad (\text{动叶栅}) \quad (5)$$

静叶栅中并不作功。

连续方程可表示如下：

$$\rho_0 c_{z_0} r_0 dr_0 = \rho_1 c_{z_1} r_1 dr_1 = \rho_2 c_{z_2} r_2 dr_2 = \frac{d\dot{M}}{2\pi} \quad (6)$$

数值计算时， dr 将变为 Δr 。

状态方程： $\rho = \rho(p, T)$ ， $h = h(p, T)$ 将在限定形式下应用，即综合地考虑叶栅损失而作出状态过程线。可以作出不同的假设：

(1) 假定沿半径每一个动叶栅和每一个静叶栅的多变效率是已知的。这个方法的缺点是计算过程很费时间。此外，对新设计叶片来说，在这个级中损失随半径的变化很难能够知道。

(2) 假定代表相继流体的状态的点是在一条由多变效率 η 规定的多变线上

$$dh = \eta v dp \quad (7)$$

已知初态 (h_{00} , s_{00}) 和 η 以后，所有其它状态参数可用单变数的函数来表示。这个方法的缺点是再压缩时熵会减少。

(3) 假定熵的产生沿半径是均匀分布的〔2〕，所以在参考面上熵为常值。于是：

$$\frac{\partial h}{\partial r} = v \frac{\partial p}{\partial r} \quad (8)$$

熵沿着流程的变化是假定多变效率沿流程的变化为给定时由平均直径上一元流计算求得的。

在下面的讨论中，我们将只用第二种和第三种方法。这两者都有这样的优点，即当初态给定 (h_{00} , s_{00}) 及已知多变效率 η 时，在每一平面内所有的状态参数都可以作为单变数的函数算出来。

三、自由度和边界条件

利用第二节中的方程可以计算间隙中的流场。

有五个未知数，即三个速度分量和两个状态参数 p 和 h ，然而却只有四个方程，所以可以有无限多可能的流型。换句话说，在每一个间隙平面，沿着半径剩下有一个自由度。

边界条件是由式 (3) 引入的。在每一个平面中，在任一半径上（例如说在轮毂处）只有一个积分常数可以任意选择。

对某一固定平面（通常是透平进口平面），质量流率 $\dot{M}$ 、焓 h 和熵 s 可以预先给定，后两项可以是半径的函数。

实际计算时，可以用以下任一种方法来应用此自由度：

(1) 规定切向分速 c_t 沿半径的变化，而要寻求满足此规定的叶型沿叶高的形状。这叫做“反问题”，由此得出的叶片形状可能是很复杂的。

(2) 在圆柱表面上的气流角 α_1' 和 β_2' 规定为半径的函数，而要寻求相应的流动速度。这叫做“正问题”，用于叶片已经给定的场合。事实上，加速叶栅的出气角大致与冲角无关。对于给定的叶型，出气角只与安装角 θ 、相对节距 t/s 和马赫数 Ma_c 及 Ma_w 有关。

实际计算时边界条件可以有三个方法来规定：

(1) 在每一平面，规定某一半径（例如轮毂半径）的轴向速度。

(2) 规定某给定半径, 例如每一平面的平均直径上的压力或做功系数 μ 。对于某给定的质量流量, 可得出相应的叶片高度。

(3) 规定质量流率和叶片高度, 于是沿流程的压力也确定了。这是对现有透平进行核算和作部份负荷计算时的情况。

对整个透平, 可以联合方法 (2) 和 (3), 例如, 对末几级规定叶片高度而对前几级规定 μ 值。

四、实际计算

应该根据对微分方程规定的边界条件选择计算方法。

1. 一般情况

在所有情况下, 计算应从基本的一元计算开始。此时, 忽略速度三角形和状态参数沿半径的变化, 并且是从后向前进行计算。由此初步计算, 得出了下列特性参数: 级数、各级的近似焓降、抽汽流量、近似叶片高度和平均效率。而由初步的机械应力计算, 可以得出叶型形状和弦长, 并从而得出参考间隙平面之间的距离。

曾对上述三种边界条件进行数值计算〔3〕。现在我们将讨论最有兴趣的情况。

2. 规定叶片高度时的求解方法

对一给定的透平, 其叶片高度与气流角度 (不计马赫数的影响) 是固定的。如果给出了质量流率 $\dot{M}$, 则沿流程的压力就不能再给定了。对于某给定的出口 (凝汽器) 压力, 透平中的压力可以从后几级到前几级计算出来。

假定沿半径等熵 (见第二节中之 (3)), 基本方程 (3) 到 (6) 可以改写为:

$$\frac{dh}{d\dot{M}} = \left(\frac{c_t^2}{r} - \frac{dc_r}{dt} \right) \frac{dr}{d\dot{M}} \quad (9)$$

$$\frac{dr}{d\dot{M}} = \frac{1}{2\pi r \rho c_z} \quad (10)$$

$$\frac{c_1^2}{2} = h_0 - h_1 \quad (11)$$

$$\frac{w_2^2}{2} = (h_1 - h_2) + \frac{w_1^2}{2} - \frac{\omega^2}{2} (r_1^2 - r_2^2) \quad (12)$$

除这些方程以外, 我们再加上下列从速度三角形得出的方程 (视规定的是气流角度 α_1' 、 β_2' 还是切向速度 c_{t_1} 、 c_{t_2} 而定):

$$c_{z_1}^2 = \frac{c_1^2}{1 + \tan^2 \varepsilon_1 + \cot^2 \alpha_1'} \quad c_{z_2}^2 = \frac{w_2^2}{1 + \tan^2 \varepsilon_2 + \cot^2 \beta_2'} \quad (13)$$

$$c_{z_1}^2 = \frac{c_1^2 - c_{t_1}^2}{1 + \tan^2 \varepsilon_1} \quad c_{z_2}^2 = \frac{w_2^2 - (c_{t_2} - \omega r_2)^2}{1 + \tan^2 \varepsilon_2} \quad (14)$$

$$c_{t_1} = c_{z_1} \cot \alpha_1' \quad c_{t_2} = c_{z_2} \cot \beta_2' + \omega r_2 \quad (15)$$

角度 α_1' 和 β_2' 可在 0° 到 180° 之间计取, 所以切向分速的正确符号可以自动确定。

概括地说，计算按如下步骤进行：

首先，从后面级到前面级进行一元计算。由此得出的焓值用来作为轮毂处的初值。

利用第二节中的假定（3），在不同参考平面上的熵值也将是由一元计算得出的值。

由前面级到后面级进行计算，密度可由焓和熵的数值算出。速度按式（11）到（15）算得。这样，式（9）和（10）中需要的所有参数都得到了。唯一的问题是计算 dc_r/dt ，这点将在第五节1中讨论。

式（9）和（10）可用于每一参考面 i 和第 m 条流线（图2），并可用“朗格——库塔”法进行积分。

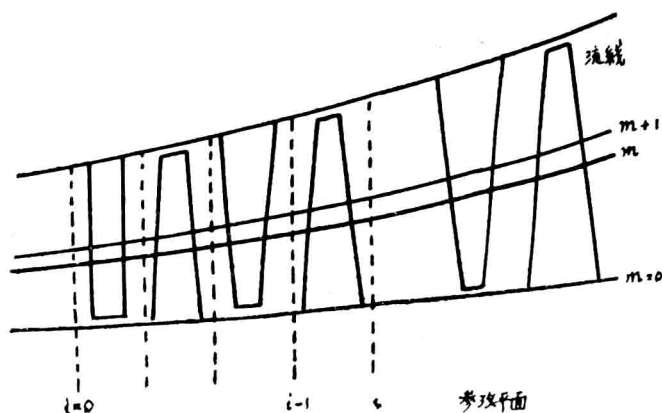


图2 参考面和流线的标定

积分间隔 $\Delta \dot{M}$ 可以自由选择。如果 $\Sigma \Delta \dot{M} = \dot{M}_Z$ ，或者最后得出的叶片高度与规定值相符时，首次全部逐项积分就算完成。

下一步逐次计算包括根据叶高的误差来修正轮毂处的焓值。在首次作此修正时，所有压力同时变化。这个方法是可行的，但是需要很长的计算时间。比较成功的方法是调整轮毂处表面质量密流 $(\rho c_z)_{N_i}$ 直到得出所需的叶片高度为止。

在 i 参考面上， $(\rho c_z)_{N_i}$ 的修正是根据误差 $\Delta r_{zi} = r_z - r(\dot{M}_Z)$ 进行选择的。 ρ 的修正取决于下游级压力的修正。图3a和3b表示第 i 个参考面上第 j 次计算（实线）之后的 $r = f_1(\dot{M})$ 和 $\frac{dr}{d\dot{M}} = f_2(\dot{M})$ 曲线。现在让我们假定 $(\rho c_z)_{N_i}$ 变化某一个数量，然后用点划线表示函数 $f_{1,(i+1)}$ 。

假定 $f_{1,(i+1)}$ 与 $f_{1,i}$ 相比并不变化很多，则两个导数之差，即 $f_{2,(i+1)} - f_{2,i} = \Delta f_2$ 与 r 无关，且

$$\Delta r_z = \int_0^{\dot{M}_Z} \Delta f_2 d\dot{M} = \int_0^{\dot{M}_Z} \Delta \left(\frac{dr}{d\dot{M}} \right) d\dot{M} = \Delta \left(\frac{dr}{d\dot{M}} \right) \dot{M}_Z$$

或者利用式（10）

$$\left(\frac{1}{2\pi r_N \rho_N c_{zN}} \right)_{i+1} - \left(\frac{1}{2\pi r_N \rho_N c_{zN}} \right)_i = \frac{\Delta r_z}{\dot{M}_Z} \quad (16)$$

由此可算出 $(\rho c_z)_{N,i+1}$ 。为了确定 ρ ，仍然需要知道焓 h 。

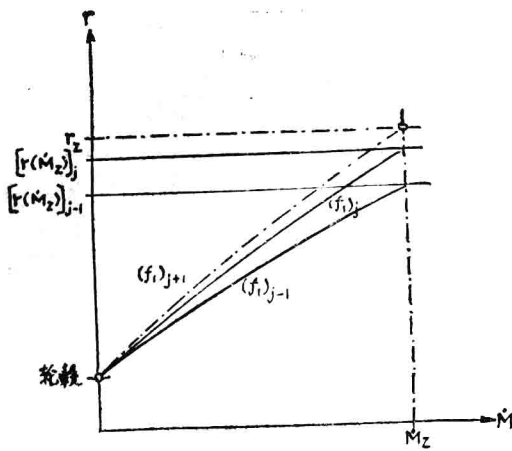


图 3a 径向坐标与质量流率的关系曲线

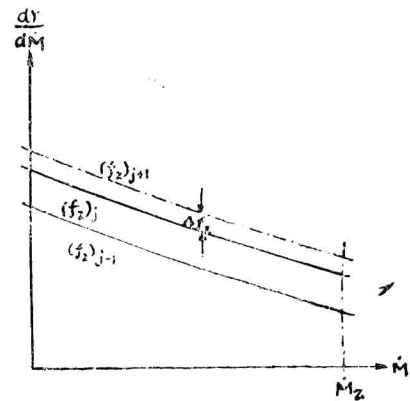


图 3b 导数 $\frac{dr}{dM}$ 与质量流率的关系曲线

我们先来处理透平排汽平面的特殊情况。透平出口的静焓不是常数，其平均值定义如下：

$$h_2 = \frac{2\pi \int_{r_N}^{r_Z} r \rho h c_z dr}{\dot{M}_Z} = \frac{\int_0^{\dot{M}_Z} h d\dot{M}}{\dot{M}_Z} \quad (17)$$

利用简化的状态方程，可以用下面公式得出平均值

$$\bar{p}_2 = p(\bar{h}_2, s_2) \quad (18)$$

压力 p_2 可认为是给定的。这样，轮毂处的 h_2 将变化到直到按式 (17) 算得的平均值 $\bar{h}_2$ 满足式 (18) 为止。

$$\text{由} \quad \rho_{N_2} = \rho(h_{N_2}, s_2) \quad (19)$$

乘积 ρc_z 的两个因素可以分开，而 c^2 可以由下式得出：

$$c^2 = c_z^2 (1 + \tan^2 \varepsilon + \cot^2 \beta'_2) + \omega r (2c_z \cot \beta'_2 + \omega r) \quad (20)$$

由动叶栅和静叶栅的能量方程，可以推出下列方程：

$$h_i = \left(h_{i+1} + \frac{c_{i+1}^2}{2} \right) + \omega [r_i c_{zi} \cot \alpha'_{1i} - r_{i+1} (c_{z(i+1)} \cot \beta'_{2(i+1)} + \omega r_{i+1})] - \frac{c_i^2}{2} \quad (21)$$

其中 α'_1 、 β'_2 、 ω 为正确数值。

对其它的上游参考平面，轮毂处的焓可逐次反复计算出来。反复计算步骤的细节这里略去了。但是可以提出的是为了改进迭代的收敛性，在式 (16) 中可以引入阻尼因子 f_2 ，使只修正误差 Δr_z 的一部份。

虽然本方法对反问题和正问题两者都能适用，我们只是详细研究了后者。收敛速度和马赫数与叶片相对高度有关。为了在高马赫数下求解，必须考虑流动偏角。这点将在第五节 2 中再来讨论。

塞佩尔 [4] 说明了叶片相对高度的影响。由文献 [4] 的图 6 可以看出，当相对高度

大时，中间区域的流动基本上与端部区域处的流动无关。所以质量流率只能在端部受到影响。可能发生这样的情况，速度的微小变化使得叶高变化很大，从而使收敛困难。但对可压缩流动，流动速度沿长叶片的变化接近于短叶片得出的情况。

五、特殊问题

在数值计算中，可能会发生三个主要困难：

- (1) 径向加速度的计算；
- (2) 把参考面上的参数转换到叶片后缘和前缘或反向转换；
- (3) 当叶片高度给定时合适迭代方法的选择，这点已在本文前面讨论过了。

1. 径向加速度的计算

径向加速度可以容易地由关于沿子午面流线的流动的知识来求得。困难在于沿流线只知道分散的几个点，因为只是在这些参考面上进行计算。所以有必要寻找由分散座标点精确地规定出流线来的公式。

把子午面流动分解为直线基本流动和振荡流动的想法看来是很自然的。这样，径向加速度可以分解成为切向加速度 $\left(\frac{\partial c_n}{\partial n}\right)c_n$ 和向心加速度 $\frac{c_n^2}{R}$ 。于是，

$$\frac{dc_r}{dt} = \frac{\partial c_n}{\partial n} c_n \sin \varepsilon - \frac{c_n^2}{R} \cos \varepsilon \tag{22}$$

通常，子午面上的曲率半径 R 是通过假定子午面流线是一正弦函数或弹性线之后进行计算的。但是按照塞佩尔所提出的〔5〕〔6〕，我们将采用物理概念上更恰当的假定，就是用时间函数 $r(t)$ 代替位置函数 $r(z)$ 来表示弹性线。由托伊费尔伯格〔7〕提出的计算程序如下（图4和图5）：

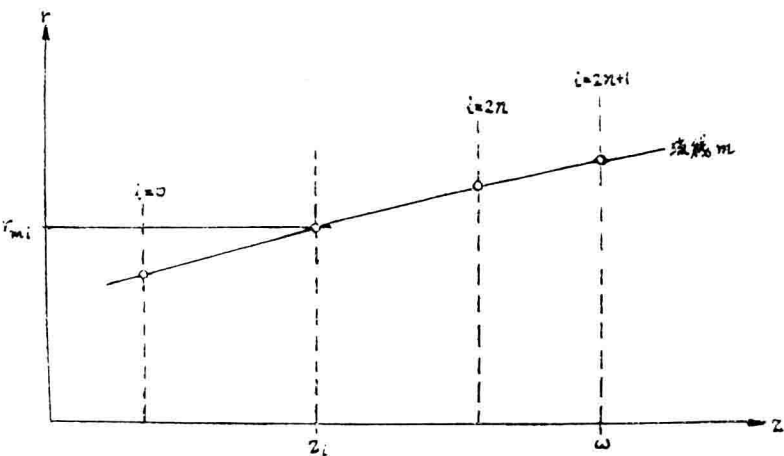


图4 流线作为位置函数

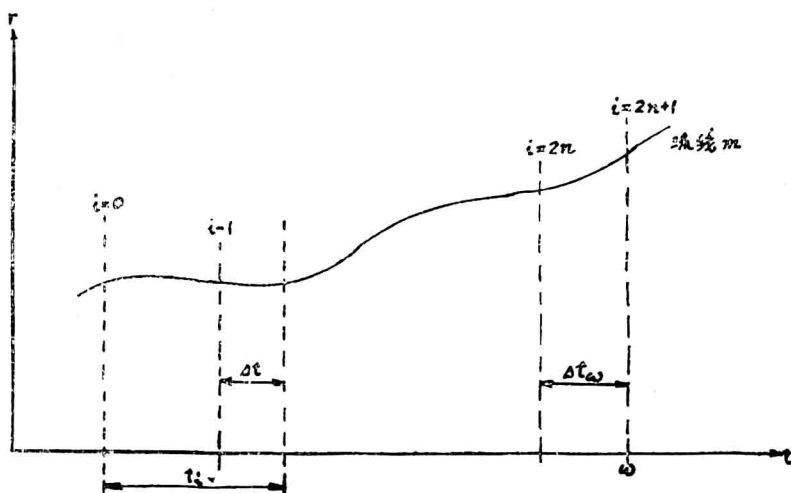


图5 流线作为时间函数

第 m 条子午面流线 $r(z)$ 是由它的座标 (r_{mi}, z_i) 以及由位于末级动叶栅后面的一个点给定的, 这个附加点的位置是以平面 ω 而提出的, 为了固定出口气流方向需要把它引入。在参考点上要求确定:

$$\frac{dc_r}{dt} = \frac{d^2r}{dt^2} \quad (23)$$

亦即在 (r, t) 座标系中流线的二阶导数。位置函数 $r(z)$ 可以通过

$$t_{mi} = \int_{z_0}^{z_i} \frac{dz}{c_z}, \quad c_z = f(r_m, z) \quad (24)$$

的关系直接转换成时间函数 $r(t)$ 。

严格说来, c_z 是 r 和 z 的函数。但是我们知道, 只在参考面上 c_z 是半径的函数。在叶栅中间, 轴向速度主要取决于叶片形状。考虑到这个特点, 引入了“堵塞因子”, 其定义为:

$$\varphi(r_{mi}, z_i) = \frac{\left(\frac{1}{c_{zm,i-1}} + \frac{1}{c_{zm,i}} \right) (z_i - z_{i-1})}{2 \int_{z_{i-1}}^{z_i} \frac{dz}{c_z(r_m, z)}} \quad (25)$$

由式 (24) 和 (25) 可得:

$$t_{mi} = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^i \left[\left(\frac{1}{c_{zm,i-1}} + \frac{1}{c_{zm,i}} \right) \frac{(z_i - z_{i-1})}{\varphi(r_{mi}, z_i)} \right] \quad (26)$$

从透平出口到附加平面 ω 的流动时间可表示为:

$$\Delta t_\omega = f \cdot (t_{m,2n} - t_{m,2n-1}) = \frac{f \cdot \Delta t_{\omega m}}{\varphi(r_{m,2n}, z_{2n})} \quad (27)$$

其中 f 是比例因子且可以是变数。

流线 m 从透平进口到参考平面 ω 的总的流动时间为:

$$T_m = \Delta t_{\omega m} + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{i=2n} \left(\frac{1}{c_{zm,i-1}} + \frac{1}{c_{zm,i}} \right) \frac{z_i - z_{i-1}}{\varphi(r_{mi}, z_i)} \quad (28)$$

把时间横坐标表示成无因次形式比较方便，于是：

$$x_{m,i} = \frac{t_{mi}}{T_m} \quad (29)$$

利用式(26)，每条流线 m 在同一参考面上的横坐标以及 T_m 的数值是不同的。对 x ，可能出现这些不同数值相互抵销的情况。

但是，我们可以设想一种情况，即 x_i 的数值确实与流线无关。许多假定可以导致这个结果。我们不用讨论这些假定的细节，而可以认为，如图6所示的那样 x_i 的确与 m 无关。

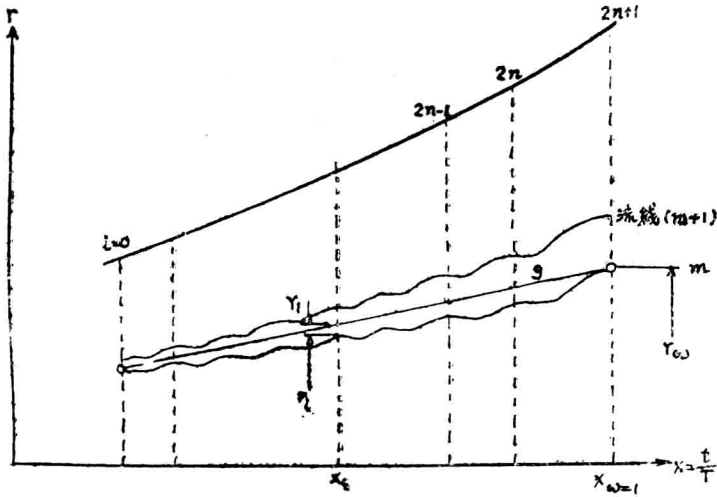


图6 在无因次系统中的流线， $r = f(x)$

流线上所有点可从连续方程得出，但 r_{∞} 除外。后者是由 $r_{N,2n-1} = r_{N,2n} = r_N$ 的假定计算出来的，就是说末级叶列的轮毂半径是不变的。通常它即是这样的。

由图7，很容易求得：

$$r_{\infty} = r_{2n} + \left(\frac{1 - x_{2n}}{x_{2n} - x_{2n-1}} \right) \left(\frac{r_{2n} - r_N}{r_{2,2n} - r_N} \right) (r_{2,2n} - r_{2,2n-1}) \quad (30)$$

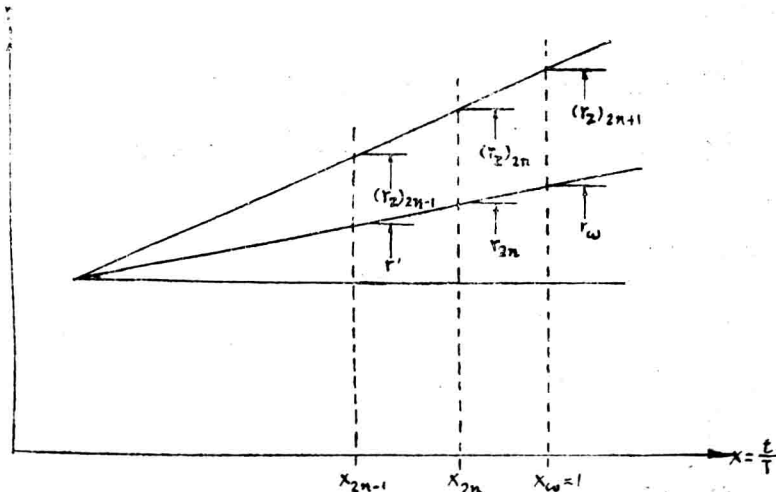


图7 出口平面处径向坐标的标记

它仅仅意味着径向速度 c_{r0} 从轮毂处的零值开始作线性变化。

式 (23) 的右端现在可以写成:

$$\frac{d^2 r}{dt^2} = \frac{1}{T_m^2} \frac{d^2 Y}{dx^2} = \frac{1}{T_m^2} Y'' \quad (31)$$

其中, Y 表示流线和图 6 所示直线 g 之间的径向距离, 即

$$Y_i = r_i - [r_0 + (r_\infty - r_0)x_i] \quad (32)$$

将用如下的模型来确定 P_i 点上的二阶导数。利用小畸变时弹性线的线性化理论, 流线用通过点 x_i , Y_i 的一条弹性梁表示。 Y_i 和 Y_i'' 间的关系不是单一的, 它们取决于支承力的分布。假设两个力作用在距离横座标点 $x_i \pm e_i$ 的地方 (图 8), 在 k 点由作用于 i 点周围的单位力 $f_i = \frac{F_i}{EI}$ 造成的挠度 Y_{ik} 用 y_{ik} 表示, 很容易得出下列公式:

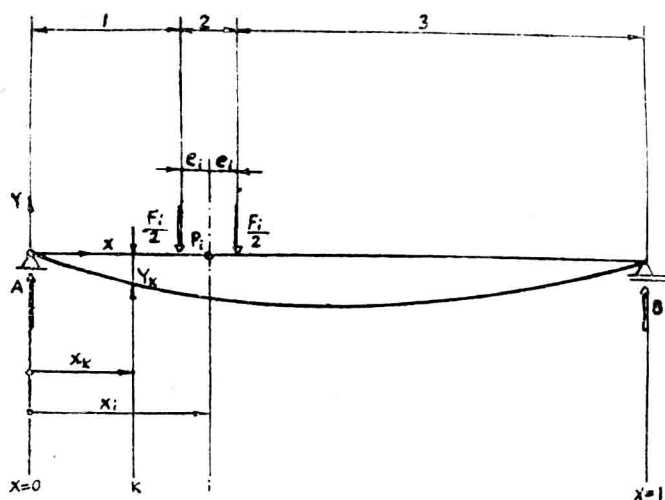


图 8 用一弹性梁表示流线

在区段 1 ($0 \leq x_k \leq x_i - e_i$)

$$y_{ik}'' = (1 - x_i)x_k$$

$$y_{ik}' = \frac{1}{2} \left[(1 - x_i)x_k^2 - \frac{x_i^3}{3} + x_i^2 - \frac{2}{3}x_i + e_i^2(1 - x_i) \right] \quad (33)$$

$$y_{ik} = \frac{1}{2} \left[(1 - x_i)\frac{x_k^3}{3} + x_k \left(-\frac{x_i^3}{3} + x_i^2 - \frac{2}{3}x_i \right) + e_i^2(1 + x_i)x_k \right]$$

在区段 2 ($x_i - e_i < x_k < x_i + e_i$)

$$y_{ik}'' = (1 - x_i)x_i - \frac{1}{2}e_i$$

$$y_{ik}' = -\frac{2}{3}x_i^3 + x_i^2 - \frac{x_i}{6}(3e_i^2 + 2) \quad (34)$$

$$y_{ik} = -\frac{x_i^4}{3} + \frac{2}{3}x_i^3 - \frac{x_i^2}{6}(3e_i^2 + 2) + \frac{x_i}{2}e_i^2 - \frac{e_i^3}{12}$$

在区段 3 ($x_i + e_i \leq x_k \leq 1$)

$$y_{ik}'' = x_i(1 - x_k)$$

$$y'_{ik} = \frac{1}{2} \left[-\frac{x_i^3}{3} + x_i \left(-x_k^2 + 2x_k - \frac{2}{3} - e_i^2 \right) \right] \quad (35)$$

$$y_{ik} = \frac{1}{2} \left[(1-x_k) \frac{x_i^3}{3} + x_i \left(-\frac{x_k^3}{3} + x_k^2 - \frac{2}{3}x_k \right) + e_i^2(1-x_k)x_i \right]$$

由所有作用于 i 点的 F_i 力所造成的 K 点的挠度为:

$$Y_k = \sum_i y_{ik} f_i \quad (36)$$

知道 Y_k 后, f_i 可由线性方程组来确定。其解为:

$$f_i = \sum_j (y_{ij})^{-1} Y_j \quad (37)$$

$(y_{ij})^{-1}$ 表示 y_{ij} 的倒矩阵。由所有 F_i 力造成的 K 点的二阶导数 Y_k'' 为:

$$Y_k'' = \sum_i y''_{ik} f_i \quad (38)$$

或者利用式 (37)

$$Y_k'' = \sum_i \sum_j (y''_{ik})(y_{ij})^{-1} Y_j \equiv \sum_j A_{kj} Y_j \quad (39)$$

其中 A_{kj} 表示矩阵积。

最后, 利用式 (31), 加速度为:

$$\frac{dc_r}{dt} = \frac{1}{T_m^2} \sum_j (A_{kj} \cdot Y_j) \quad (40)$$

Y_k' 可同样地求得:

$$Y_k' = \sum_j \sum_i (y'_{ik})(y_{ij})^{-1} Y_j = \sum_j B_{kj} Y_j \quad (41)$$

为了画出流线, 我们必须回到位置座标。结果是:

$$\tan \epsilon_i = \frac{dr}{dz} = \frac{1}{T_m C_{ZMi}} (Y_k' + r_\infty - r_0) \quad (42)$$

$$\frac{d^2 r}{dz^2} = \frac{1}{T_m^2 C_{ZMi}^2} Y_k'' \quad (43)$$

曲率半径 R 现在可以确定如下:

$$R = - (1 + \tan^2 \epsilon)^{\frac{3}{2}} \left(\frac{d^2 r}{dz^2} \right)^{-1} \quad (44)$$

符号的选择是使当 R 与 r 的方向一致时它是正的。

2. 参考面与叶片边缘之间的转换

所选的参考面是垂直于透平轴的。一般说来, 从叶片前后缘到参考面的距离可以有很大的变化 (见图 9)。在平面 1 和 2 上的气流角度可以与 A' 和 A'' 上的有显著的差别。

当给定叶栅几何形状时, 后缘 (A' , A'') 处的气流角度近似地为:

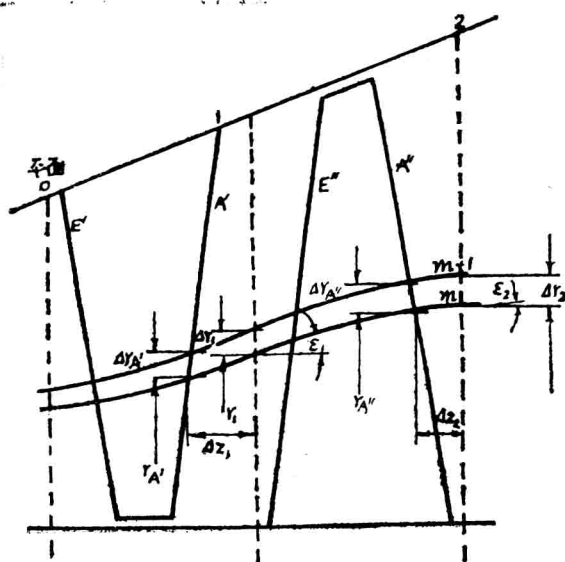


图9 参考面与叶片出口边之间的转换

$$\left. \begin{aligned} \alpha_1' &= \arcsin\left(\frac{b_0}{t}\right)_1 + \delta \\ \beta_2' &= \arcsin\left(\frac{b_0}{t}\right)_2 + \delta \end{aligned} \right\} (45)$$

其中 δ 为马赫数和 b_0/t 的函数，由托伊费尔伯格〔8〕给出。

对于低稠度叶栅，特别是大型透平末几级的低稠度叶栅，不能用式（45），因此需要利用更精确的理论计算或叶栅试验数据。

为了确定参考面上的流场，把式（1）的切向分量应用到无外力的空间中的流线上，结果：

$$rc_t = \text{常数} \quad (46)$$

此式与能量方程（4）和连续方程（6）一起构成了转换所必需的全部方程式。

六、计算程序

可考虑下列因素来使用 Fortran 计算程序：

- （1）利用每一叶栅的可用的自由度以选择所有参考叶片上的流角 α_1' 和 β_2' （正问题）。
- （2）叶片高度选为微分方程的边界条件。
- （3）熵的增加可以按照第二节中介绍的三种方法中的任意一种作出假设。
- （4）径向加速度可以用弹性梁法或引入周期函数的方法进行计算。

格贝尔〔9〕所提出的计算程序包含2800个 Fortran 符号。用一台 IBM360—50计算机对一台7级透平进行计算费时10分钟。

七、在某低压缸上所作的测量

1. 试验过程

法国电气公司与电气机械公司合作，在法国电气公司香槟电站的第2号机组（电气机械

公司的25万瓩透平机组)的一个低压段的排汽扩压器中进行了一系列试验。它给了我们试验结果与计算进行比较的极好机会。

这二个公司合作研究测量低压排汽扩压器进出口的汽流特性的第一代工业仪表已经有相当一段时间了。尽管为电气机械公司湿蒸汽风洞用而研制的这些仪表只能满足一部份需要,仍决定在香槟电站的透平的某低压段使用它们,以便鉴定实际透平机组的性能并建立现场试验和分析的方法。它们是在1967年9月进行透平验收试验时投入使用的。

如果排汽扩压器进口处的湿蒸汽的流动可以认为是均质两相混合物的稳定流动(速度相同没有滑流),那么任意点上的气流由两个参数(压力 p 和熵 s)以及绝对速度矢 c 即可完全确定。

测量这些参数使用五个探针:一个方向探针、一个静压探针、一个全压探针、一个全温探针、一个量热计湿度测量探针。

遗憾的是,这些参数在实物机组上不能在排汽扩压器进口或出口平面上的任一点进行测量,因为这需要一套能沿整个平面例如沿着进口段的半径方向或圆周方向移动的探针。

假定扩压器进口处切向分布是足够均匀的(这点事实上得到了证实),因此,测量是沿着两条近似径向线进行的,它们位于与汽缸水平中分面成 $\pm 40^\circ$ 倾斜的两个子午面上(图10)。

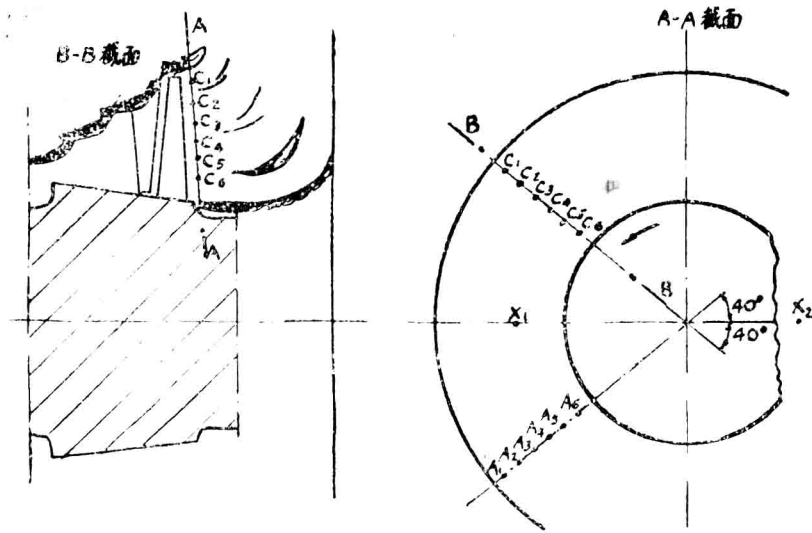


图10 测点位置

为了不用复杂的探测传动装置(定位器)并消除它对来流的影响,决定只在一定的径向平面上进行测量(从轮毂到顶部共6个点)。最后,为了把探针的支承结构尺寸减至最小,我们不得不只采用不转动的探针。

对这两组测点(每组6个)分别安排了下列测量:

根据用方向探针测出的角度 e_1 和 e_2 , 确定绝对速度的方向;

根据全压和温度的测量(乾蒸汽或过热区)或者静压和湿度的测量(湿蒸汽区)确定焓值 s ;

根据静压探针后面基本压力和全压的测量(湿蒸汽区中则是全湿的测量)确定静压 P_2 ;

根据静压、全压和熵的测量确定绝对速度 c_2 的大小。

尽管有一定的误差，在设计运行点上扩压器进口气流的测量对于提供与计算结果进行比较的临时性基础来说是足够全面和满意的。

2. 仪表和精度

除了湿度探针以外，所有探针都是由电气机械公司为法国电气公司设计、试验、加工并在透平中安装的。湿度探针是由特种试验服务部（早先属于法国电气公司的热能生产部，现在属于该公司的分析与研究部）设计、研制、加工和安装的。

最初的目标是要使探针对于速度的方向在 $\pm 30^\circ$ 之内不敏感，对蒸汽湿度不十分敏感，并且具有至少10%的适中的精度。特别重要的是要求有较好的耐久性和刚性，以保证在蒸汽中测量时至少三个月内具有重复性。

(1) 全压探针

这些探针是简单的毕托管，其头部曲率是特殊设计的以使蒸汽湿度的影响减至最小。遗憾的是，这种探针受速度方向的影响（图11）。

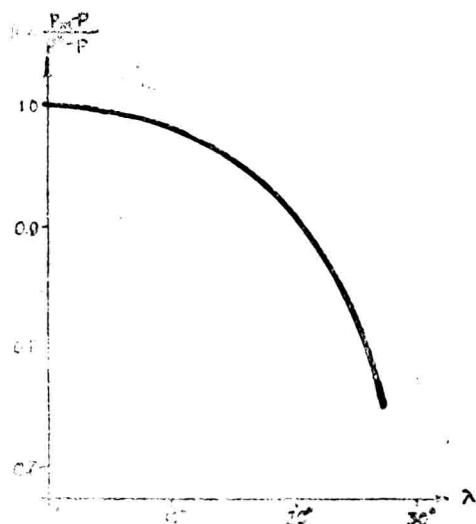


图11 全压的修正系数

P_m ——毕托管读数； P^* ——全压

当湿度低于10%时，在 $\pm 12^\circ$ 的范围内其精度为动压的3%。而当湿度超出此数值(10%)后，精度还与湿度大小及水滴尺寸的分布有关。

(2) 全温探针

这个探针是把热电偶嵌进由环氧树脂胶充填物做的流线形物体所制成。在风洞试验时，在湿度10%以下都具有良好结果。但是在实际透平中的结果并不满意，这个差别是由于蒸汽中水滴尺寸的不同而造成的。为了在实际机组中进行测量，将需要研制其它型式的探针。虽然在湿蒸汽区域中全温的测量并不是必不可少的，但它对于全压的校核是有用的。

(3) 静压探针

这是与通常用于理想气体测量的探针一样的普通探针。在底部测得的压力 P_s 用

$K = \frac{P - P_s}{P^* - P_s}$ 与静压和动压联系起来，其中 K 当速度方向保持在 $\pm 35^\circ$ 以内及 M_a 不超过0.8时可

认为是常数。

对于蒸汽，当探针雷诺数在 5×10^3 至 2×10^4 之间时，可取 $K = 0.4$ 。湿度在 15% 以下时 K 与湿度无关，此时静压测量的精度为动压的 $\pm 3.5\%$ 。如果湿度较小或取 K 值与湿度有关，则能达到更高的精度。

(4) 方向探针

因为普通探针在这里难于应用，我们利用一个在圆球上有十三个压力测点的十三孔球面探针（图12），从中可得出球面上的最大压力点。因为球面上的各种压力曲线必须满足一定的要求，故确定最大压力点就比较容易。即使压力测量有些不精确，但如果在圆球尺寸范围内气流足够均匀，方向测量的精度至少是 1° 。

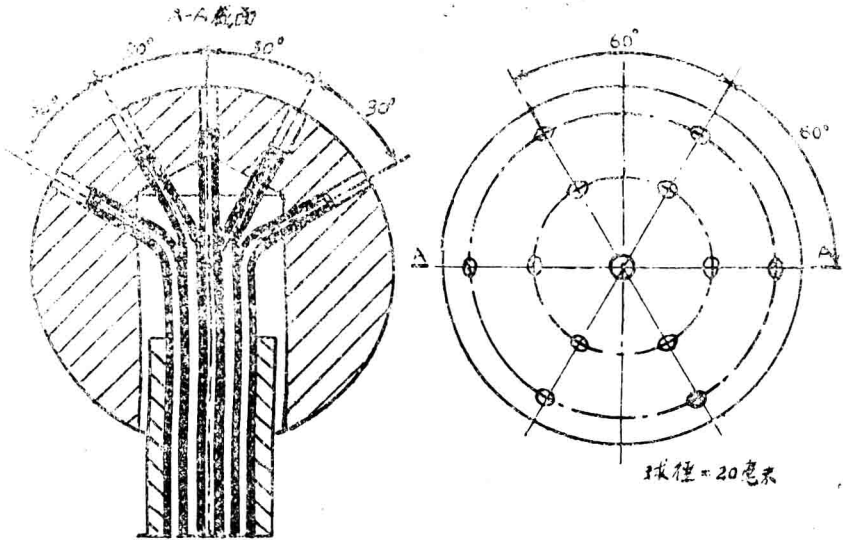


图12 方向探针上的测点位置

球面上的最大压力与湿度有密切的关系，压力分布曲线也是这样，但在程度上稍差些。这意味着球不能用来校核用毕托管测得的全压。

(5) 湿度探针

这种探针（图13）的基本原理是测量把一定数量的湿蒸汽的热焓 h 提高到乾蒸汽条件下的焓值 h' 所需的热量。其理论精度为 1 %。

遗憾的是，这种探针的尺寸至今还不能做得很小，所以，它只能在扩压器进口平面上的汽缸中分面上测两个点 X_1 和 X_2 （图10）。因此，在测量面上测定数值的精度是低的。

3. 测量和计算

(1) 测 量

在验收试验时，对透平某给定工况在扩压器中进行了测量。压力测管上的读数用照相记录，所有测量重复 2 ~ 3 次。

除了在读数的瞬时外，压力线路连续地通以压力比蒸汽略高的乾空气流以防止蒸汽或水渗入到仪表线路中去。

(2) 计 算