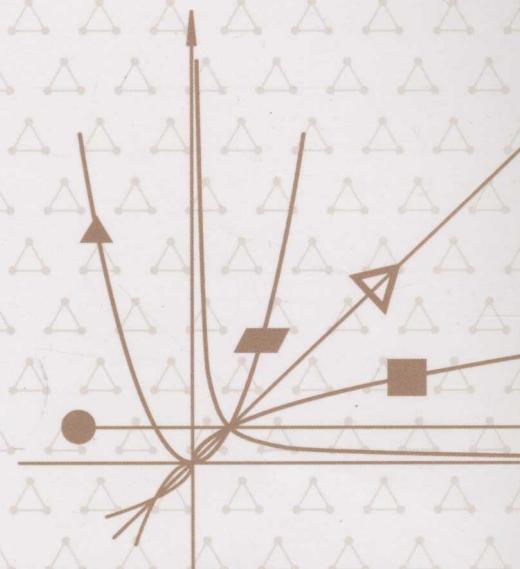




“十二五”国家重点图书出版规划项目
中国科学技术大学教材



韦来生 张伟平 / 编著

贝叶斯分析

Bayesian Analysis

中国科学技术大学出版社



021
20144

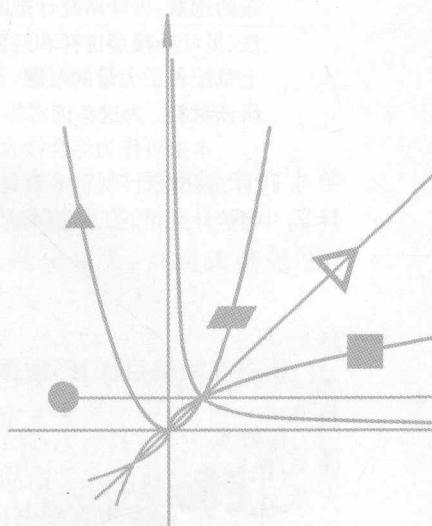
“十二五”国家重点图书出版规划项目

中国科学技术大学 精品 教材

阅 览

贝叶斯分析

本书是“十二五”国家重点图书出版规划项目，由教育部组织编写。教材以贝叶斯统计学的理论为基础，结合大量的应用实例，系统地介绍了贝叶斯统计学的基本概念、基本方法和基本思想。教材内容包括：贝叶斯统计学的基本概念、先验分布、后验分布、贝叶斯推断、贝叶斯模型、贝叶斯决策、贝叶斯预测等。教材还介绍了贝叶斯统计学在工程、医学、社会学、经济学、管理学、心理学、生物学、环境科学、气象学、金融学、保险学、统计学等领域的应用。教材注重理论与实践相结合，强调应用，突出实用性。教材适合高等院校统计学专业本科生、研究生以及相关专业的教师、科研人员使用，也可作为统计学爱好者的自学参考书。



韦来生 张伟平 / 编著

Bayesian Analysis

贝叶斯分析

中国科学技术大学出版社

内 容 简 介

本书是供概率论与数理统计专业研究生使用的教材,内容包括绪论、先验分布的选取、贝叶斯统计推断、贝叶斯统计决策、贝叶斯计算方法、贝叶斯大样本方法、贝叶斯模型选择和经验贝叶斯方法等。本书内容新、概念清晰、应用性强,前七章配备了大量的习题,最后一章是为对经验贝叶斯方法感兴趣的读者准备的研读材料,为这些读者尽快进入这一研究领域提供帮助。

本书可作为综合性大学、理工科院校和师范院校概率论与数理统计专业研究生“应用统计”课程的教材或参考书,也可作为相关院校研究生、青年教师以及从事统计工作的工程技术人员的参考书。

图书在版编目(CIP)数据

贝叶斯分析/韦来生,张伟平编著. —合肥:中国科学技术大学出版社,2013.8
(中国科学技术大学精品教材)

“十二五”国家重点图书出版规划项目

ISBN 978-7-312-03217-2

I . 贝… II . ①韦… ②张… III . 贝叶斯理论—研究生—教材
IV . O21

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2013)第 185903 号

中国科学技术大学出版社出版发行

安徽省合肥市金寨路 96 号,230026

<http://press.ustc.edu.cn>

安徽省瑞隆印务有限公司印刷

全国新华书店经销

开本:710 mm×960 mm 1/16 印张:24 插页:2 字数:470 千

2013 年 8 月第 1 版 2013 年 8 月第 1 次印刷

印数:1—3000 册

定价:42.00 元

总序

2008 年,为庆祝中国科学技术大学建校五十周年,反映建校以来的办学理念和特色,集中展示教材建设的成果,学校决定组织编写出版代表中国科学技术大学教学水平的精品教材系列。在各方的共同努力下,共组织选题 281 种,经过多轮、严格的评审,最后确定 50 种入选精品教材系列。

五十周年校庆精品教材系列于 2008 年 9 月纪念建校五十周年之际陆续出版,共出书 50 种,在学生、教师、校友以及高校同行中引起了很好的反响,并整体进入国家新闻出版总署的“十一五”国家重点图书出版规划。为继续鼓励教师积极开展教学研究与教学建设,结合自己的教学与科研积累编写高水平的教材,学校决定,将精品教材出版作为常规工作,以《中国科学技术大学精品教材》系列的形式长期出版,并设立专项基金给予支持。国家新闻出版总署也将该精品教材系列继续列入“十二五”国家重点图书出版规划。

1958 年学校成立之时,教员大部分来自中国科学院的各个研究所。作为各个研究所的科研人员,他们到学校后保持了教学的同时又作研究的传统。同时,根据“全院办校,所系结合”的原则,科学院各个研究所在科研第一线工作的杰出科学家也参与学校的教学,为本科生授课,将最新的科研成果融入到教学中。虽然现在外界环境和内在条件都发生了很大变化,但学校以教学为主、教学与科研相结合的方针没有变。正因为坚持了科学与技术相结合、理论与实践相结合、教学与科研相结合的方针,并形成了优良的传统,才培养出了一批又一批高质量的人才。

学校非常重视基础课和专业基础课教学的传统,也是她特别成功的原因之一。当今社会,科技发展突飞猛进、科技成果日新月异,没有扎实的基础知识,很难在科学技术研究中作出重大贡献。建校之初,华罗庚、吴有训、严济慈等老一辈科学家、教育家就身体力行,亲自为本科生讲授基础课。他们以渊博的学识、精湛的讲课艺术、高尚的师德,带出一批又一批杰出的年轻教员,培养了一届又一届优秀学生。入选精品教材系列的绝大部分是基础课或专业基础课的教材,其作者大多直接或间接受到过这些老一辈科学家、教育

家的教诲和影响，因此在教材中也贯穿着这些先辈的教育教学理念与科学探索精神。

改革开放之初，学校最先选派青年骨干教师赴西方国家交流、学习，他们在带回先进科学技术的同时，也把西方先进的教育理念、教学方法、教学内容等带回到中国科学技术大学，并以极大的热情进行教学实践，使“科学与技术相结合、理论与实践相结合、教学与科研相结合”的方针得到进一步深化，取得了非常好的效果，培养的学生得到全社会的认可。这些教学改革影响深远，直到今天仍然受到学生的欢迎，并辐射到其他高校。在入选的精品教材中，这种理念与尝试也都有充分的体现。

中国科学技术大学自建校以来就形成的又一传统是根据学生的特点,用创新的精神编写教材。进入我校学习的都是基础扎实、学业优秀、求知欲强、勇于探索和追求的学生,针对他们的具体情况编写教材,才能更加有利于培养他们的创新精神。教师们坚持教学与科研的结合,根据自己的科研体会,借鉴目前国外相关专业有关课程的经验,注意理论与实际应用的结合,基础知识与最新发展的结合,课堂教学与课外实践的结合,精心组织材料、认真编写教材,使学生在掌握扎实的理论基础的同时,了解最新的研究方法,掌握实际应用的技术。

入选的这些精品教材，既是教学一线教师长期教学积累的成果，也是学校教学传统的体现，反映了中国科学技术大学的教学理念、教学特色和教学改革成果。希望该精品教材系列的出版，能对我们继续探索科教紧密结合培养拔尖创新人才，进一步提高教育教学质量有所帮助，为高等教育事业作出我们的贡献。

1. 係建國

中国科学技术大学校长

中国科学院院士

第三世界科学院院士

科学出版社中青年学者文库·统计学系列
· 贝叶斯统计分析与应用 ·

· 王建平著 ·

· 目录 ·

前言

· 第一章 绪论 · 第二章 先验分布 · 第三章 贝叶斯推断 · 第四章 贝叶斯决策 · 第五章 蒙特卡洛方法 · 第六章 大样本方法 · 第七章 模型选择 · 第八章 经验贝叶斯方法

本书是在给中国科学技术大学概率论与数理统计专业研究生讲授“贝叶斯分析”课程讲稿的基础上完成的。当时讲授的内容是书中的第 1~4 章以及第 5 章的部分内容。作者对过去讲稿的内容作了适当的增补和调整，第 6 章至第 8 章的内容是后加进去的。

本书同时具有教材和专著性质。第 1~7 章可作为教材的内容，第 8 章具有专著性质。第 1 章是绪论，介绍了贝叶斯分析的若干基本概念，同时对必要的数理统计的基础知识有重点地作了回顾。第 2 章介绍了确定先验分布的若干可供选择的方法。第 3 章、第 4 章分别介绍了贝叶斯统计推断和贝叶斯统计决策。第 5 章介绍了贝叶斯统计计算的若干方法，包括蒙特卡洛方法、MCMC 方法以及统计软件的使用。第 6 章介绍了贝叶斯大样本方法。第 7 章介绍了贝叶斯模型选择的内容。第 8 章介绍了参数型和非参数型经验贝叶斯方法及部分研究成果，对这方面的研究工作感兴趣的读者了解这章的内容后，可以较快地进入相关的研究领域。

本书的主要内容从 2004 年以来为中国科学技术大学概率论与数理统计专业研究生讲授过多次。大约可在 54 学时内讲授本书第 1~5 章的主要内容，第 6 章、第 7 章可根据实际情况选讲其中部分内容，也可不讲。第 8 章主要是供阅读的材料，其中第 8 章 8.1 节可作为经验贝叶斯方法的简介。书中标“*”号的小节可略去不讲，留给读者作为阅读材料。如果要在 36 学时内讲授本课程，可选讲本书第 1~4 章的主要内容和第 5 章的部分内容。

本书第 1~4 章和第 8 章的内容由韦来生老师执笔，第 5~7 章的内容由张伟平老师执笔。

在书稿准备过程中，中国科学技术大学统计与金融系研究生洪坚、宋慧明、霍涉云和周静雯等帮助完成了书稿前几章中文 Tex 的录入和编译，作者对他们的辛勤工作表示真诚的感谢。中国科学技术大学出版社对本书的出版给予了大力支持。

由于笔者水平有限，本书一定会有不少缺点和错误，恳请国内同行及广大读者批评指正。

作者

2013年6月于中国科学技术大学

常用符号	
\mathcal{X}	样本空间
Θ	参数空间
\mathbb{R}^n	n 维欧几里得空间
$N(\mu, \sigma^2)$	均值为 μ 、方差为 σ^2 的正态分布
$\Phi(\cdot)$	标准正态分布函数
$B(1, p)$	概率为 p 的两点分布, 也称为伯努利 (Bernoulli) 分布
$B(n, p)$	参数为 n, p 的二项分布
$Nb(1, p)$	概率为 p 的几何分布
$Nb(r, p)$	参数为 r, p 的负二项分布
$M(n, \mathbf{p})$	参数为 $n, \mathbf{p} = (p_1, \dots, p_r)$ 的多项分布
$P(\lambda)$	参数为 λ 的泊松分布
$U(a, b)$	区间 $[a, b]$ 上的均匀分布
$Be(a, b)$	参数为 a, b 的贝塔分布
$C(\mu, \lambda)$	位置参数为 μ 、刻度参数为 λ 的柯西分布
$\Gamma(r, \lambda)$	形状参数为 r 、刻度参数为 λ 的伽马分布
$\Gamma^{-1}(\alpha, \beta)$	参数为 α, β 的逆伽马分布
$Exp(\lambda)$	参数为 λ 的指数分布
$Pa(x_0, \alpha)$	参数为 x_0, α 的帕雷托 (Pareto) 分布
$N_p(\mu, \Sigma)$	均值向量为 μ 、协方差阵为 Σ 的 p 元正态分布

$LN(\mu, \sigma^2)$	参数为 μ, σ^2 的对数正态分布
$D(\alpha_1, \dots, \alpha_k)$	参数为 $\alpha_1, \dots, \alpha_k$ 的狄利克雷 (Dirichlet) 分布
u_α	标准正态分布的上侧 α 分位数
$\chi_n^2, \chi_n^2(\alpha)$	自由度为 n 的卡方分布及其上侧 α 分位数
$t_n, t_n(\alpha)$	自由度为 n 的 t 分布及其上侧 α 分位数
$F_{m,n}, F_{m,n}(\alpha)$	自由度分别为 m, n 的 F 分布及其上侧 α 分位数
\mathbf{X}	由若干个随机变量作为分量构成的随机向量
\mathbf{x}	随机向量 \mathbf{X} 的观测值
$E(Y), D(Y)$ (或 $\text{Var}(Y)$)	随机变量 Y 的均值和方差
$I_A(x), I_A$	示性函数, 表示当 $x \in A$ (或 A 发生) 时函数值为 1, 否则为 0
i.i.d.	独立同分布

目 次

总序	i
前言	iii
常用符号	v
第1章 绪论	1
1.1 引言	1
1.1.1 从贝叶斯公式说起	1
1.1.2 三种信息	3
1.1.3 历史	5
1.1.4 古典学派和贝叶斯学派的论争	6
1.2 贝叶斯统计推断的若干基本概念	9
1.2.1 先验分布与后验分布	10
1.2.2 点估计问题	11
1.2.3 假设检验问题	11
1.2.4 区间估计问题	11
1.3 贝叶斯统计决策的若干基本概念	13
1.3.1 统计判决三要素	13
1.3.2 风险函数和一致最优决策函数	13
1.3.3 贝叶斯期望损失和贝叶斯风险	14
1.3.4 贝叶斯解	15
1.4 基本统计方法及理论的简单回顾 *	15
1.4.1 充分统计量及因子分解定理	15
1.4.2 指数族及指数族中统计量的完全性	17

1.4.3 点估计方法及其最优化理论	20
1.4.4 假设检验方法及其最优化理论	23
1.4.5 常用的统计分布	28
习题 1	29
第 2 章 先验分布的选取	33
2.1 主观概率	33
2.1.1 主观概率的定义	33
2.1.2 确定主观概率的方法	34
2.2 利用先验信息确定先验分布	35
2.2.1 直方图法	35
2.2.2 相对似然法	36
2.2.3 选定先验密度函数的形式, 再估计超参数	37
2.2.4 定分度法和变分度法	39
2.3 利用边缘分布 $m(x)$ 确定先验分布	41
2.3.1 边缘分布的定义	42
2.3.2 选择先验分布的 ML-II 方法	43
2.3.3 选择先验分布的矩方法	45
2.4 无信息先验分布	47
2.4.1 贝叶斯假设与广义先验分布	48
2.4.2 位置参数的无信息先验	49
2.4.3 刻度参数的无信息先验	51
2.4.4 一般情形下的无信息先验	53
2.5 共轭先验分布	55
2.5.1 共轭先验分布的概念	55
2.5.2 后验分布的计算	57
2.5.3 共轭先验分布的优点	62
2.6 Reference 先验和最大熵先验 *	63
2.6.1 Reference 先验	65
2.6.2 最大熵先验	69
2.7 多层先验 (分阶段先验)	74

2.7.1 多层先验分布的概念	74
2.7.2 确定多层先验的方法和步骤	76
习题 2	77
第3章 贝叶斯统计推断	81
3.1 后验分布与充分性	81
3.1.1 后验分布的计算公式	81
3.1.2 后验分布与充分性	83
3.2 无信息先验下的后验分布	84
3.2.1 正态总体情形	84
3.2.2 二项分布和多项分布情形	88
3.2.3 寿命分布情形	90
3.3 共轭先验下的后验分布	91
3.3.1 正态总体情形	92
3.3.2 二项分布和多项分布情形	96
3.3.3 Poisson 分布和指数分布情形	97
3.4 贝叶斯点估计	99
3.4.1 条件方法	99
3.4.2 贝叶斯点估计	99
3.4.3 贝叶斯点估计的精度: 估计的误差	103
3.4.4 多参数情形	107
3.5 区间估计	108
3.5.1 可信区间的定义	108
3.5.2 最大后验密度可信区间	113
3.5.3 大样本方法	115
3.6 假设检验	117
3.6.1 一般方法	117
3.6.2 贝叶斯因子	118
3.6.3 简单假设对简单假设	119
3.6.4 复杂假设对复杂假设	120
3.6.5 简单假设对复杂假设	125

第 3 章	3.6.6 多重假设检验	127
3.7 预测推断	128	
3.7.1 贝叶斯预测分布	128	
3.7.2 例子	129	
习题 3	132	
第 4 章	贝叶斯统计决策	138
4.1 引言	138	
4.2 后验风险最小原则	139	
4.2.1 后验风险的定义	139	
4.2.2 后验风险与贝叶斯风险的关系	140	
4.2.3 后验风险最小原则	140	
4.3 一般损失函数下的贝叶斯估计	141	
4.3.1 在平方损失下的贝叶斯估计	141	
4.3.2 在加权平方损失下的贝叶斯估计	143	
4.3.3 在绝对损失下的贝叶斯估计	144	
4.3.4 在线性损失函数下的贝叶斯估计	147	
4.4 假设检验和有限行动(分类)问题	148	
4.4.1 假设检验问题	149	
4.4.2 多行动问题(分类问题)	152	
4.4.3 统计决策中的区间估计问题	153	
4.5 Minimax 准则	154	
4.5.1 Minimax 准则的定义	154	
4.5.2 Minimax 解的求法	155	
4.6 同变估计及可容许性 *	159	
4.6.1 同变估计及例子	159	
4.6.2 决策函数的可容许性	163	
4.7 贝叶斯统计决策方法的稳健性 *	166	
4.7.1 引言	166	
4.7.2 判别后验稳健性的准则	168	
4.7.3 后验稳健性: ε 代换类	171	

4.7.4 稳健先验的若干情形	178
4.7.5 稳健性的其他问题	180
习题 4	181
第 5 章 贝叶斯计算方法	187
5.1 引言	187
5.2 分析逼近方法	189
5.3 E-M 方法	190
5.4 蒙特卡洛抽样方法	193
5.5 马尔可夫链蒙特卡洛方法	196
5.5.1 MCMC 中的马尔可夫链	197
5.5.2 MCMC 的实施	200
5.5.3 Metropolis-Hastings 算法	206
5.5.4 Gibbs 抽样方法	222
5.5.5 可逆跳转马尔可夫链蒙特卡洛方法	230
5.6 R 与 WinBUGS 软件	235
5.6.1 使用 WinBUGS 建立模型	235
5.6.2 使用 WinBUGS 进行模型推断	239
5.6.3 使用 R 调用 WinBUGS	241
习题 5	242
第 6 章 贝叶斯大样本方法	244
6.1 后验分布的极限	245
6.1.1 后验分布的相合性	245
6.1.2 后验分布的渐近正态性	247
6.2 后验分布的渐近高阶展开	252
6.3 拉普拉斯积分逼近方法	259
6.3.1 拉普拉斯方法	259
6.3.2 Kass-Kadane-Tierney 精细化	262
习题 6	265

第 7 章 贝叶斯模型选择	267
7.1 引言	267
7.2 正常先验下的贝叶斯因子	269
7.3 非正常先验下的贝叶斯因子	273
7.3.1 潜在贝叶斯因子	274
7.3.2 分数贝叶斯因子	275
7.3.3 后验贝叶斯因子	277
7.3.4 基于交叉验证的拟贝叶斯因子	278
7.4 贝叶斯因子的拉普拉斯近似	279
7.5 贝叶斯因子的模拟计算	280
7.5.1 重要性抽样方法	280
7.5.2 MCMC 方法	281
7.6 贝叶斯模型评价	282
7.6.1 贝叶斯预测信息准则	283
7.6.2 偏差信息准则	284
习题 7	286
第 8 章 常见统计模型的经验贝叶斯方法简介	289
8.1 引言及预备知识	289
8.1.1 经验贝叶斯方法及其定义	289
8.1.2 经验贝叶斯方法的分类	290
8.1.3 比较估计量优良性的准则	294
8.1.4 概率密度函数的非参数估计方法及其性质简介	296
8.1.5 本章内容结构安排	302
8.2 参数型经验贝叶斯估计方法简介	303
8.2.1 指数分布刻度参数的贝叶斯估计及其优良性	303
8.2.2 指数分布刻度参数的 PEB 估计的构造及其优良性	306
8.2.3 指数分布刻度参数的 PEB 区间估计	308
8.3 非参数型经验贝叶斯方法简介	309
8.3.1 引言	309
8.3.2 刻度指数族参数的 NPEB 估计及其大样本性质	311

8.3.3 刻度指数族参数的单侧 NPEB 检验及其大样本性质	314
8.3.4 刻度指数族参数的双侧 NPEB 检验及其大样本性质	316
8.4 线性模型中参数的贝叶斯估计和参数型经验贝叶斯估计	319
8.4.1 引言	319
8.4.2 线性回归模型中回归系数的贝叶斯估计及其小样本性质	321
8.4.3 线性回归模型中回归系数的 PEB 估计及其小样本性质	325
8.5 线性模型中非参数经验贝叶斯估计和检验问题	330
8.5.1 引言	330
8.5.2 一般线性模型中参数的 NPEB 估计问题	331
8.5.3 一般线性模型中参数的 NPEB 检验问题	339
附表 1 常用统计分布表	344
附表 2 标准正态分布表	348
附表 3 t 分布表	349
附表 4 χ^2 分布表	350
参考文献	352
索引	367

第1章 绪 论

1.1.1 从贝叶斯公式说起

在概率论中, 我们学过全概率公式和贝叶斯公式, 现回顾如下.

设 B_1, \dots, B_n (n 为有限的或无穷) 是样本空间 Ω 中的一个完备事件群 (又称为 Ω 的一个分划). 换言之, 它们满足下列条件:

- (a) 两两不相交, 即 $B_i B_j = \emptyset$ ($i \neq j$);
- (b) 它们的并 (和) 正好是样本空间, 即 $\sum_{i=1}^n B_i = \Omega$.

设 A 为 Ω 中的一个事件, 则全概率公式为

$$P(A) = P\left(\sum_{i=1}^n AB_i\right) = \sum_{i=1}^n P(A|B_i)P(B_i).$$

这个公式将整个事件 A 分解成一些两两不相交的事件之并 (和). 直接计算 $P(A)$ 不容易, 但分解后的那些事件的概率容易计算, 从而使 $P(A)$ 的计算变得容易了.

在全概率公式的条件下, 即存在样本空间 Ω 中的一个完备事件群 $\{B_1, \dots, B_n\}$, 设 A 为 Ω 中的一个事件, 且 $P(B_i) > 0$ ($i = 1, \dots, n$), $P(A) > 0$, 则按条件概率计算方法, 有

$$P(B_i|A) = \frac{P(A|B_i)P(B_i)}{P(A)} = \frac{P(A|B_i)P(B_i)}{\sum_{j=1}^n P(A|B_j)P(B_j)}.$$

这个公式称为贝叶斯公式 (Bayes formula), 它是概率论中的一个著名公式.