

基于几何特征的 图像处理与质量评价

Jiyu Jihe Tezheng de
Tuxiang Chuli yu Zhiliang Pingjia

程光权 成礼智 赵侠 编著



国防工业出版社
National Defense Industry Press

TN911.73/85

2013

基于几何特征的图像处理 与质量评价

程光权 成礼智 赵 侠 编著



北方工业大学图书馆



C00345188

国防工业出版社

·北京·

内 容 简 介

几何特征驱动的图像处理是近年来视觉信息处理领域发展的趋势。小波等经典图像处理方法忽略了高维数据的本征几何结构特征，并不是适于图像数据结构的视觉最优图像处理方法。因此，为了改善各类图像处理算法的效果，必须从图像数据的本身结构特点出发，根据人眼视觉系统特性，结合实际应用背景需求，设计真正适合于图像数据特征的图像处理算法。本书在深入研究图像数据视觉感知特点的基础上，结合图像稀疏表示理论，针对图像去噪、图像压缩、分辨率增强以及质量评价算法设计中的不足，从图像几何特征保持角度出发，对算法设计中的一些关键问题做出了深入研究，提出了一系列创新的图像处理方法与技术。

本书可供数学与信息专业相关的高年级本科生、研究生和从事相关专业的科研、教学人员学习和参考。

图书在版编目(CIP)数据

基于几何特征的图像处理与质量评价 / 程光权, 成礼智, 赵侠编著. —北京: 国防工业出版社, 2013.8
ISBN 978-7-118-09025-3

I. ①基… II. ①程… ②成… ③赵… III. ①数字图象处理 IV. ①TP391.41

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2013)第 184432 号

※

国防工业出版社出版发行

(北京市海淀区紫竹院南路 23 号 邮政编码 100048)

国防工业出版社印刷厂印刷

新华书店经售

*

开本 710×1000 1/16 印张 14 3/4 字数 291 千字

2013 年 8 月第 1 版第 1 次印刷 印数 1—2000 册 定价 49.00 元

(本书如有印装错误, 我社负责调换)

国防书店:(010)88540777

发行邮购:(010)88540776

发行传真:(010)88540755

发行业务:(010)88540717

前 言

21世纪是一个充满信息的时代,图像作为人类感知世界的视觉基础,是人类获取信息、表达信息和传递信息的重要手段。视觉数字化波及到世界的每个角落,不仅改变了人类的生活和工作方式,也成为推动人类社会发展进步不可或缺的原动力。探索图像数据结构特征,结合人眼视觉系统特性,建立高效的图像处理系统是数学以及信息科学相关学科交叉领域研究的重要问题。

20世纪90年代发展起来的小波变换由于其优秀的多分辨分析的特性,以及同时具有时一频局部性等超越于傅里叶分析的众多优点,多年来依然并且无疑将继续在各学科领域中发挥非常重要的作用,成为继傅里叶分析之后的又一有力的分析工具。然而,信息领域的发展是迅捷无比的,新技术、新变革是随着信息的发展不断涌现的。当喧嚣的小波尘埃落定,随着小波应用和研究的深入,人们也发现了经典小波的一些不足,在图像处理等方面存在局限性,小波分析在一维信号处理的优异表现并不能简单推广到二维或更高维信号处理中。多尺度几何分析方法发展的目的和动力正是致力于发展一种新的高维函数的最优表示方法。

图像是图和像的有机结合,既反映物体的客观存在,又体现人的心理因素,是对客观存在物体的一种相似性的生动模拟或描述,也是直接或者间接作用于人眼并进而产生视知觉的实体。图像区别于一维信号和二维随机信号的一个主要特点就是具有几何结构,这是高维信号数据的一个十分重要而独特的性质,也是人眼感知有意义之所在。经典的图像处理算法是将一维信号处理工具直接推广应用到二维图像数据处理中,早期取得了一系列显著的成就,然而,随着科技的发展,人们对技术的要求也越来越高,忽略高维数据本身特征的经典算法的缺陷也越来越明显。

图像最终是面向人类的,而人眼视觉系统在感知二维图像时,其本身具有特殊的属性,因此,在图像处理中除了考虑图像本身的特性以外,必须研究人眼视觉系统感知图像过程的特点以及视觉信息处理特性,从而有助于图像处理与分析算法的研究和系统的设计,使得最终的处理结果符合人眼视觉系统特性。

因此,本书结合作者多年的研究成果,深入研究了计算机应用环境下图像数据几何结构特征,在多尺度几何分析思想的基础上,结合人眼视觉系统视觉感知特性,建立符合人眼视觉系统和图像自然属性的模型来刻画图像数据的特性,针对基于几何特征的图像处理与质量评价相关内容做出了深入研究,克服经典的算法的

缺陷,设计“真正”适合于图像数据结构的图像处理算法,提出了一系列创新的图像处理方法与技术。

本书受到国防科技大学以及国家自然科学基金(项目号:61201328、61271014、61271437)、教育部博士点基金(项目号:20114307120021)和湖南省自然科学基金(项目号:13JJ4011)的资助,同时,本书出版得到了国防工业出版社的大力支持,在此致以深深的谢意。

本书可供数学与信息专业相关的高年级本科生、研究生和从事相关专业的科研、教学人员学习与参考。本书参考了国内外许多学者的著作、论文,引用了其中的观点、数据与结论,在此一并表示感谢。由于作者学识有限,书中观点难免有偏颇或不当之处,敬请读者批评指正。

编著者

2013年6月

目 录

第1章 绪论.....	1
1.1 引言.....	1
1.2 图像处理历史的简要回顾.....	1
1.3 变换与稀疏表示.....	3
1.4 图像数据的几何结构特征.....	8
1.5 多尺度几何分析的发展历史	10
1.5.1 从傅里叶分析到小波	10
1.5.2 多尺度几何分析方法.....	13
1.6 本书内容安排	15
第2章 视觉系统基本理论	17
2.1 视觉系统的基本结构及原理	17
2.1.1 人眼的生理结构.....	17
2.1.2 基本视觉信息.....	19
2.2 人眼视觉系统的感知机制	21
2.2.1 视网膜处理	22
2.2.2 外侧膝状体处理	23
2.2.3 初级视皮层处理	25
2.3 人眼视觉系统的生理特性	26
2.3.1 视觉非线性	26
2.3.2 多通道特性	28
2.3.3 掩蔽特性	30
2.3.4 对比度敏感	32
2.4 人眼视觉系统的心理特性	34
2.4.1 视觉注意机制	34
2.4.2 视觉信息分层次串行处理性质	35
2.4.3 视觉的心理学特性	35
2.5 小结	36

第3章 几何正则图像的稀疏表示	37
3.1 几何正则图像的数学模型	37
3.1.1 Hölder 条件与 Hölder 空间	37
3.1.2 几何正则图像的定义	38
3.2 信号逼近基本理论	40
3.2.1 线性逼近	40
3.2.2 非线性逼近	41
3.3 几何正则图像稀疏表示的研究进展	42
3.4 傅里叶分析	43
3.4.1 傅里叶级数	43
3.4.2 傅里叶变换	44
3.5 小波分析	44
3.5.1 小波变换理论	45
3.5.2 小波近似性	48
3.5.3 小波方向选择性	50
3.6 多尺度几何分析	51
3.6.1 Brushlet	52
3.6.2 Ridgelet	53
3.6.3 Curvelet	53
3.6.4 Noiselet	54
3.6.5 Bandelet	54
3.6.6 Beamlet	54
3.6.7 Contourlet	55
3.6.8 Directionlet	55
第4章 Contourlet 变换及其应用	57
4.1 简介	57
4.2 离散域的滤波器重建	58
4.2.1 塔式紧框架	58
4.2.2 迭代方向滤波器	59
4.2.3 塔式方向滤波器组	61
4.3 Contourlet 多方向多尺度分析	62
4.3.1 多尺度分析	62
4.3.2 多方向分析	63

4.3.3 多尺度和多方向分析	64
4.4 Contourlet 近似	65
4.4.1 抛物线尺度	66
4.4.2 方向消失矩	67
4.4.3 二维间断光滑函数近似	68
4.5 基于 Contourlet 变换图像去噪	69
4.5.1 算法模型	71
4.5.2 数值实验	72
4.6 基于 Contourlet 变换图像增强	74
4.6.1 算法模型	74
4.6.2 数值实验	75
4.7 小结	76
第 5 章 边缘导向图像压缩	77
5.1 图像压缩的主要方法	78
5.2 小波图像压缩及其不足	81
5.3 基于边缘导向的正交小波变换图像压缩	84
5.3.1 方向消失矩	84
5.3.2 方向提升格式	85
5.3.3 算法框架	88
5.3.4 实验结果	92
5.3.5 结论	97
5.4 基于最优树结构的边缘导向正交小波包变换 SAR 图像压缩	98
5.4.1 SAR 图像数据特点	98
5.4.2 SAR 图像压缩方案	99
5.4.3 实验结果	104
5.4.4 结论	106
5.5 小结	107
第 6 章 Bandelet 变换及其应用	108
6.1 第一代 Bandelet 变换的理论算法	108
6.1.1 Bandelet 基函数的构造	108
6.1.2 Bandelet 逼近定理	111
6.1.3 从连续 Bandelet 变换到离散 Bandelet 变换	116
6.1.4 离散 Bandelet 变换算法	118

6.2 第一代 Bandelet 变换图像编码	121
6.2.1 第一代 Bandelet 变换的编码对象	121
6.2.2 第一代 Bandelet 变换系数的编码方法	123
6.2.3 第一代 Bandelet 编码实验结果	124
6.3 第二代 Bandelet 变换的理论与算法	127
6.3.1 第二代 Bandelet 变换的主要思想	127
6.3.2 第二代 Bandelet 变换算法	132
6.4 第二代 Bandelet 变换图像编码	134
6.4.1 EBCOT 编码算法	134
6.4.2 第二代 Bandelet 变换编码方法	139
6.4.3 第二代 Bandelet 编码实验结果	141
6.5 小结	143
第7章 图像分辨率增强	145
7.1 研究现状	146
7.2 问题描述	149
7.3 基于小波变换的边缘保持方向自适应图像插值	152
7.3.1 方向自适应插值	153
7.3.2 基于小波的自适应插值方法	157
7.3.3 插值图像后处理	158
7.3.4 实验结果	159
7.3.5 结论	161
7.4 基于复小波变换的单幅图像超分辨率重建	161
7.4.1 复小波变换及几何正则约束	163
7.4.2 基于复小波变换的超分辨率图像重建及求解	169
7.4.3 数值实验	171
7.4.4 结论	174
7.5 小结	175
第8章 完全参考型图像质量评价	176
8.1 研究现状	178
8.2 基于几何结构失真模型的完全参考型图像质量评价	183
8.2.1 方向失真	184
8.2.2 幅度失真	186
8.2.3 锐度失真	187

8.2.4 数值实验	190
8.2.5 结论	198
8.3 基于小波变换的几何结构失真模型图像质量评价.....	198
8.3.1 对比敏感函数	199
8.3.2 算法设计	200
8.3.3 实验结果	201
8.3.4 结论	202
8.4 小结.....	203
第9章 部分参考型图像质量评价.....	204
9.1 引言.....	204
9.2 研究现状.....	205
9.3 基于边缘统计的部分参考型图像质量评价.....	206
9.3.1 自然图像特征统计	206
9.3.2 模型建立	209
9.3.3 数值实验	212
9.3.4 结论	214
9.4 小结.....	214
参考文献.....	215

第1章 绪论

1.1 引言

正所谓“百闻不如一见”，一图胜万语，绚丽多彩的各类视觉信息让整个世界生动起来。图像相对于其他信息具有无可比拟的优点，能够提供准确、高效、直观、复合的信息，已经成为人类获取信息的最直接的方式之一。据统计，人类大约有80%以上的信息是通过视觉获取的，随着科学技术的发展，人们获取图像形式的信息将会变得更加丰富。

200年前，“现代摄影术之父”福克斯·塔尔博特将树叶曝光于赭色感光纸上，拍摄了世界上第一张相片。1975年，在美国纽约罗彻斯特的柯达实验室中，一个孩子与小狗的黑白图像被电荷耦合器件(CCD)所获取，记录在盒式音频磁带上，从而利用世界上第一台数码相机获取了第一张数码照片。2008年10月，全球清晰度最高的商业成像卫星“GeoEye - 1”拍摄的第一张照片是美国宾夕法尼亚州库茨敦大学的鸟瞰图，它的拍摄精度可以达到0.1m。进入信息化时代，随着电子计算机和摄像机技术的不断发展，人类已经进入了数字信息时代，图像作为人类感知世界的视觉基础，是人类获取信息、表达信息和传递信息的重要手段，高效率、超大容量、实时地获取各种有用视觉信息已经成为现代社会的一个典型特征。

正是由于数字图像的显著重要性，在今天人类的生活工作中占据了不可替代的地位，因此，2009年的诺贝尔物理学奖颁给了Willard S. Boyle 和 George E. Smith。他们于1969年发明了首个成功的成像技术，利用的是数字传感器——CCD，为人类找到了另外一双“眼睛”，从而实现和成就了当今社会最欣荣和最具潜力的图像视觉成像与处理技术。今天，视觉数字化波及到世界的每个角落，不仅改变了人类的生活和工作方式，也成为推动人类社会发展进步不可或缺的原动力。因此，与图像相关的信息处理研究已成为数学、电子信息学、计算机科学、通信等多学科领域跨学科的热门研究问题。

1.2 图像处理历史的简要回顾

对图像进行一系列的操作，以期达到预期的目的技术称作图像处理。图像处理可分为模拟图像处理和数字图像处理。模拟图像处理利用光学、照相方法。光学图像处理方法已有很长的历史，在激光全息技术出现后，又得到了进一步发展。

尽管光学图像处理理论日臻完善,且处理速度快,信息容量大,分辨率高,又非常经济,但处理精度不高、稳定性差、设备笨重、操作不方便和工艺水平不高等原因限制了它的发展。从 20 世纪 60 年代起,随着电子计算机技术的进步,利用计算机对数字图像进行处理获得了飞跃发展,这便是数字图像处理。本文讲图像处理是指数字图像处理。

早在 20 世纪 20 年代,图像处理首次得到应用,通过海底电缆第一次把图像从伦敦传到了纽约。为了用电缆传输图片,首先要进行编码,然后在接收端用特殊的打印设备重构该图片。图 1.1 就是用这种方法传送并利用电报打印机通过字符模拟中间色调还原出来的图像。这些早期数字图像视觉质量的改进工作,涉及到打印过程的选择和亮度等级的分布等问题。当时没有对这些数字图像进行数字图像处理,这主要是因为没有涉及到计算机。数字图像处理的历史与数字计算机发展密切相关。事实上,数字图像要求非常大的存储和计算能力,因此,数字图像处理领域的发展必须依靠数字计算机及数据存储、显示和传输等相关技术的发展。

数字图像处理最早出现于 20 世纪 50 年代,当时的电子计算机已经发展到一定水平,人们开始利用计算机来处理图形和图像信息。数字图像处理作为一门学科大约形成于 20 世纪 60 年代,随着电子计算机的发展和普遍应用,数字图像处理技术不断完善,逐渐成为一个新兴的学科。早期的图像处理的目的是改善图像的质量,它以人为对象,以改善人的视觉效果为目的。图像处理中,输入的是质量低的图像,输出的是改善质量后的图像,常用的图像处理方法有图像增强、复原、编码、压缩等。首次获得实际成功应用的是美国喷气推进实验室(JPL)。他们对航天探测器“徘徊者”7 号在 1964 年发回的几千张月球照片使用了图像处理技术,如几何校正、灰度变换、去除噪声等方法,并考虑了太阳位置和月球环境的影响,由计算机成功地绘制出月球表面地图,获得了巨大的成功。图 1.2 就是美国航天器传送的第一张月球照片。



图 1.1 早期图像

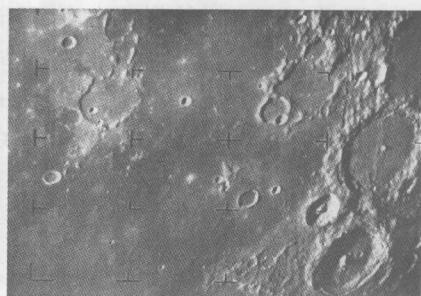


图 1.2 月球照片

随后又对探测飞船发回的近十万张照片进行更为复杂的图像处理,以致获得了月球的地形图、彩色图及全景镶嵌图,取得了非凡的成果,为人类登月创举奠定了坚实的基础,也推动了数字图像处理这门学科的诞生。在以后的宇航空间技术,如对火星、土星等星球的探测研究中,数字图像处理技术都发挥了巨大的作用。自

此以后,图像处理技术应用于各行各业,逐渐形成和完善自己独立的学科理论,发展到今天已经成为独立的学科和研究领域。

与此同时,数字图像处理技术在 20 世纪 60 年代末 70 年代初开始用于医学图像,并获得巨大的成功,成为数字图像处理发展史上的里程碑。1972 年,英国 EMI 公司工程师 Housfield 发明了用于头颅诊断的 X 射线计算机断层摄影装置,也就是我们通常所说的 CT(Computer Tomograph)。CT 的基本方法是根据人的头部截面的投影,经计算机处理来重建截面图像,称为图像重建。1975 年,EMI 公司又成功研制出全身用的 CT 装置,获得了人体各个部位鲜明清晰的断层图像。1979 年,这项无损伤诊断技术获得了诺贝尔奖,说明它对人类作出了划时代的贡献。与此同时,图像处理技术在许多应用领域受到广泛重视并取得了重大的开拓性成就,属于这些领域的有航空航天、生物医学工程、工业检测、机器人视觉、公安司法、军事制导、文化艺术等,使图像处理成为一门引人注目、前景远大的新型学科。随着图像处理技术的深入发展,从 20 世纪 70 年代中期开始,随着计算机技术和人工智能、思维科学的研究的迅速发展,数字图像处理向更高、更深层次发展。人们已开始研究如何用计算机系统解释图像,实现类似人类视觉系统理解外部世界,这被称为图像理解或计算机视觉。很多国家,特别是发达国家投入更多的人力、物力到这项研究,取得了不少重要的研究成果。其中代表性的成果是 20 世纪 70 年代末 MIT 的 Marr 提出的视觉计算理论,这个理论成为计算机视觉领域其后十多年的主导思想。图像理解虽然在理论方法研究上已取得不小的进展,但它本身是一个比较难的研究领域,存在不少困难,因人类本身对自己的视觉过程还了解甚少,因此,计算机视觉是一个有待人们进一步探索的新领域。20 世纪 80 年代末期,人们开始将其应用于地理信息系统,研究海图的自动读入、自动生成方法。数字图像的处理技术的大发展是从 20 世纪 90 年代开始的。自 1986 年以来,小波理论与变换方法迅速发展,它克服了傅里叶分析不能用于局部分析等方面不足之处,被认为是调和分析半个世纪以来工作的结晶,小波分析被认为是信号与图像处理分析在数学上的重大突破,随后数字图像处理技术迅猛发展。近年来,随着计算机和其他各相关领域的迅速发展,例如在图像表现、科学计算可视化、多媒体计算等方面的发展,数字图像处理已经从一个专门的研究领域变成了科学的研究和人机界面中的一种普遍应用的工具,正在向更广阔的应用领域拓展。

1.3 变换与稀疏表示

图像处理是一个古老而又充满活力的研究课题,伴随着图像出现,各种图像处理算法就陆续地应运而生。人类需求的不断提高,以及信息技术的不断发展,越来越多的研究者正在不断地加入这个研究领域,都在推动着图像处理相关领域研究日新月异的进步。从每年的 ICCV、CVPR、ICIP 等图像相关领域的国际学术会议规模不难看出这个领域的研究热度。图像必须首先实现数字化表示,才能在计算机

上存储和处理。因此,我们讨论的主要就是关于数字图像处理技术,各类图像处理算法可以看成是在图像实行某种特定表示的数值系数上的一种数学运算。为了实现有效的图像处理,需要充分地理解图像信息特征及性质,而视觉信息的有效表示是图像信息特征理解的基础,也是大多数图像处理算法的基础。从物理学和信息学的角度来看,任何信息都可以从多种角度来进行研究。对于某些信息,当从某个角度描述有困难时,人们常常对其进行一定的变换,使变换后的规律或特征更加明显,更易于理解和处理。这一点无论是在数学还是其他科学,尤其是信息科学中已经成为最常用的手段。例如,数学中困难的偏微分方程的求解问题,经常通过 Laplace(拉普拉斯)变换转换到 Laplace 域,或通过 Fourier(傅里叶)变换转换到 Fourier 变换域(即频率域),使该方程在新的变换域下呈现简单的特征,从而简化问题的求解。所谓图像表示的有效性是指能够用较少的数学描述来捕获图像中感兴趣重要信息的能力,建立一种有效的数学工具表示这些图像信号是图像相关应用的一个重要基础。图像表示不仅能够表述图像的基本特征,而且要能够提供一个明显的优势,方便图像降低比特率的存储、传输等,并且不影响后续的其他图像处理。从 30 多年前开始广泛使用的离散 Fourier 变换(DFT)、离散 Walsh 变换(DWT)、离散 Hadamard 变换(DHT)、离散余弦变换(DCT),一直到 20 世纪 90 年代风靡全球的小波变换,其本质都是将待分析的信号通过合适的变换转换到另外一个域上,以便突出信号中的重要特性,简化运算的复杂度,达到简化问题的目的。基于变换域的方法是目前信号处理中最为有效的手段之一,其基本结构如图 1.3 所示。



图 1.3 变换域信号处理的基本流程

假设给定一个信号 $f(x)$,可以将其表示为一组基元 $\{\varphi_n\}_{n \in N}$ 的线性组合,即

$$f(x) = \sum_{n=0}^{+\infty} c_n \varphi_n \quad (1.1)$$

式(1.1)的数学意义就是将信号 $f(x)$ 按照一组基函数进行展开。选择不同的基函数,变换系数 c_n 就代表原信号 $f(x)$ 中的不同信息,其含义以及分布特点也不相同,从而对应不同的变换。例如,基函数为复指数函数时,式(1.1)为 DFT;基函数为正弦或余弦函数时,式(1.1)为 DCT;基函数为小波函数时,式(1.1)为离散小波变换(DWT)。信号在一组基下的分解定义了信号的一种表示,这种表示可以突出信号的重要性质。如小波系数可以清楚地提供信号奇异点的类型和位置信息。在实际应用中,我们总是希望利用某个信号的有限项展开来近似表示上面的这个信号。一种直接的方法就是选择前 M 个分量表示,这就是所谓的线性逼近(Linear Approximation, LA)。线性逼近可以将输入信号等效地投影到以前 M 个分量作为基

底的子空间中,可以描述为以下形式,即

$$f_M^{\text{LA}}(x) = \sum_{n=0}^{M-1} c_n \varphi_n \quad (1.2)$$

通常用这种线性逼近会得到比较差的结果。例如,假设基函数 φ_{M+k} ($1 < k < n - M$) 对应的系数绝对值 $|c_{M+k}|$ 最大,那么,这种情况下线性近似的结果将难以接受。一种较好的解决方案就是使用最优的 M 个分量表示,这就是所谓的非线性逼近(Nonlinear Approximation, NLA)。非线性逼近是依赖于输入的信号选取 M 个基矢量,一般来说,非线性逼近可以用下面的公式表示,即

$$f_M^{\text{NLA}}(x) = \sum_{n \in I_M} c_n \varphi_n \quad (1.3)$$

式中: I_M 是对应于系数绝对值 $|c_n|$ 中最大值 M 个系数下标的集合。

非线性逼近方法相比线性逼近会有更好的近似效果。以一个实例来说明,图 1.4(a) 为原信号,信号经过小波变换以后,线性近似结果如图 1.4(b) 所示,选取相同个数系数的非线性近似结果如图 1.4(c) 所示。显然,线性近似的结果较差,而小波的非线性近似结果和原信号几乎相同。因此,非线性近似能够更好地体现这组基函数的逼近性能,通常被用来衡量变换方法稀疏表示的性能。

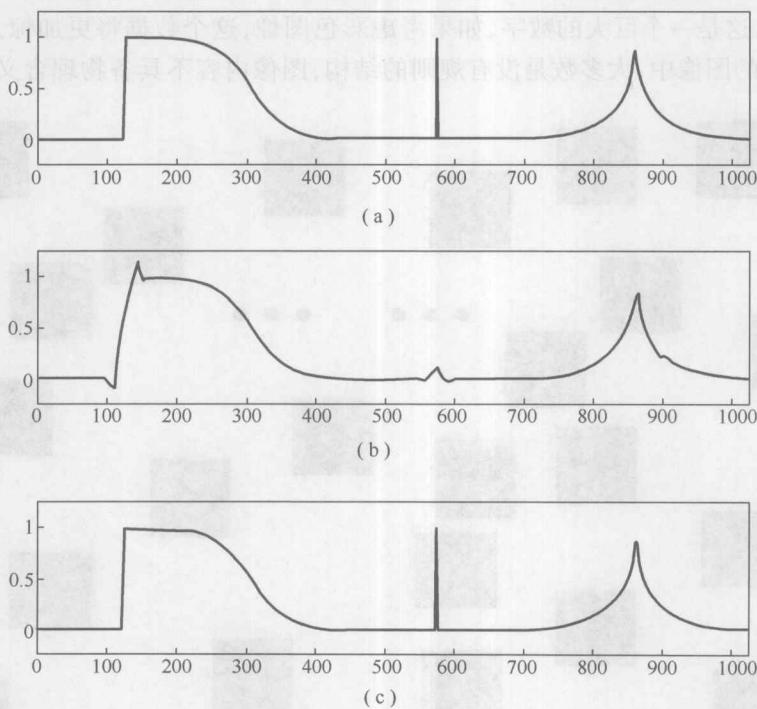


图 1.4 线性近似与非线性近似比较

(a) 原信号; (b) 线性近似结果; (c) 非线性近似结果。

经过多年的研究,传统一维信号处理已经建立了一系列有效的分析处理的理论和实践工具,目前已经达到了很高的水平,如前述的离散余弦变换等。因此,在处理高维数据时,直觉上就是将在一维信号处理中已经取得成功的理论和技术拓展到多维情形,在某个时间对高维信号的每一维分别处理。这种思想非常简单直接,可以直接采用已经发展的一系列一维信号处理工具,在早期图像处理中,也取得了一系列显著的成就,如压缩标准 JPEG 和 JPEG2000 等。然而,随着科学技术的发展,人们对各类图像处理的要求标准也越来越高,这些直接拓展的方法不是基于图像数据自身特征出发的,得到的结果存在着明显的不足,已难以满足人们日益增长的对高质量图像处理结果的需求。如 JPEG 压缩方法结果具有较明显的块效应,JPEG2000 压缩方法结果在图像边缘特征处模糊和锯齿现象较为明显。因此,为了得到视觉满意的高质量图像处理结果,相关算法的设计必须是从图像数据特征出发的,符合人眼感知图像数据结构的特点。

图像是人对视觉感知的物质再现,是自然景象的映照,自身有着特殊的物理背景。也就是说,通常研究的自然图像是有着具体含义和背景的特殊图片。例如,在一个指定大小的二维信号空间中,自然图像只占据所有可能图像的一小部分,这在数字空间是显而易见的,如图 1.5 所示。在数字空间域中,对一个大小为 512×512 、像素点取值范围为 0 ~ 255 的二维信号空间,所有可能的图像个数是 $256^{512 \times 512}$,这是一个巨大的数字,如果考虑彩色图像,这个数据将更加惊人。但是这些可能的图像中,大多数是没有规则的结构,图像内容不具备物理含义,人眼感

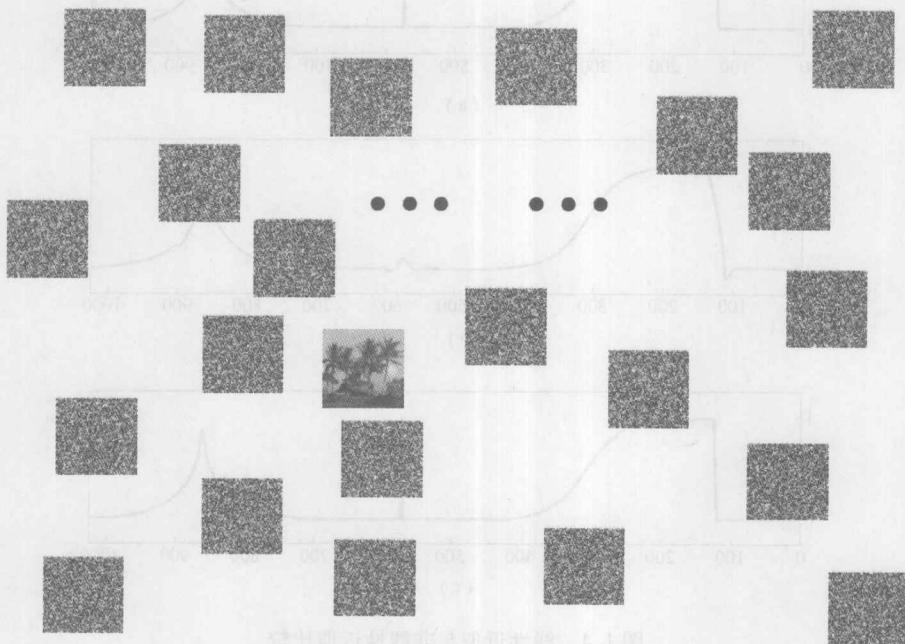


图 1.5 二维信号空间

知也是杂乱无章的,且不能从中提取有用的信息,这些不是我们通常所关注的图像。其中仅仅只有小部分可以构成我们所研究的自然图像,人眼视觉系统在感知过程中可以从中提取出有视觉意义的信息。图像这类特殊的二维信号,之所以人眼感知有意义,意味着在这些数据的背后必然隐含着某些内在的本征属性。因此,图像处理算法在实际应用中必须要考虑这种特殊性,研究自然图像具有的特殊结构,建立基于图像结构特征的恰当算法。从一维信号处理技术张量产生的传统图像处理算法,忽略了图像数据的这种独特性质,也必然无法得到令人满意的结果。

从生理学中关于人眼视觉的研究成果来看,大脑初级视觉皮层中简单细胞感受区域的特点是可以定位、定向而且是带通的。因此,将一维信号处理工具简单地以张量积的形式应用于二维图像处理中,尽管方法简单,但是这类可分离的处理方法通常不是多维信号的最好的可能结果。例如,一维小波变换对一维间断光滑信号的表示是最优的。在式(1.1)中,选择小波函数作为基函数,由于小波基函数是正交基,因此,对应的变换系数为

$$c_n = \langle f(x), \varphi_n \rangle \quad (1.4)$$

那么,非线性近似逼近误差定义为

$$\varepsilon_M = \|f - f_M\| = \sum_{i \notin I_M} |\langle f, \varphi_i \rangle|^2 \quad (1.5)$$

式中: φ_i 为小波基函数。

已有研究从理论上严格地证明了,对于一维有界变差函数,小波函数可以实现最优的逼近性能,近似阶为 $O(M^{-2})$,而常用的傅里叶基的近似阶为 $O(M^{-1})$ 。这就表明,小波分析比傅里叶分析能更“稀疏”地表示一维分段光滑或者有界变差函数,这也是小波分析能够在众多领域中取得巨大成功,成为继傅里叶分析之后又一有力的分析工具的主要原因。然而,研究高维信号处理时发现,在一维信号处理中具有优异表现的这些分析方法,以简单的张量积形式应用于图像等高维信息时,不再具有其在一维情况时那么惊人的表现。以小波分析为例,假设 C^2 是二次连续可微的函数空间,如果图像属于这个空间,则由 M 个最大小波系数获得的非线性逼近 f_M 满足

$$\varepsilon_M < CM^{-2} \quad (1.6)$$

式中: C 为常数,即此时小波分析能够达到最优逼近。

然而,因为图像包含大量的边缘,物理背景属性决定了图像属于二次连续可微空间是不现实的,实际图像空间应该是分片光滑的,在图像不连续的地方小波分析会产生很多幅值较大的小波系数。理论研究证明,对分片光滑函数,由小波获得的渐近逼近误差衰减速率为

$$\varepsilon_M < CM^{-1} \quad (1.7)$$

这比傅里叶分析逼近要好(傅里叶分析逼近的衰减速率为 $\varepsilon_M < CM^{-1/2}$),但是在二维图像表示中,这并不是理论上的最优逼近。因为二维信号不是一维信号的简单