高职高专"十二五"规划教材

经济数学

JINGJI SHUXUE

段瑞　张绪绪　◎　主编

机械工业出版社
CHINA MACHINE PRESS

高职高专“十二五”规划教材

经 济 数 学

主　编　段　瑞　张绪绪
副主编　郑春华
参　编　郝　军　刘　楠
主　审　张广学

机 械 工 业 出 版 社

本书是在充分调研了高职高专院校培养应用型技术人才的教育现状，认真研究了高职高专各经济类专业对高等数学教学内容需求的基础上编写而成的. 全书共设九章，主要内容包括一元函数微积分、多元函数微分简介、线性代数、线性规划、概率论与数理统计、MATLAB 软件与数学建模简介.

本书注重坚持“数学为体，经济为用”的原则，力求淡化理论，突出数学概念的直观性，强化知识的应用性，注重培养学生用数学概念、数学思想和方法解决实际问题的能力.

本书可作为高职高专以及成人高等教育经济管理类各专业的高等数学通用教材，也可作为在职经济管理人员和数学爱好者的经济数学自学教材.

图书在版编目(CIP)数据

经济数学/段瑞，张绪绪主编. —北京：机械工业出版社，2013.8

高职高专“十二五”规划教材

ISBN 978-7-111-43225-8

Ⅰ.①经… Ⅱ.①段… ②张… Ⅲ.①经济数学—高等职业教育—教材 Ⅳ.①F224.0

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2013)第 185569 号

机械工业出版社(北京市百万庄大街 22 号 邮政编码 100037)

策划编辑：王玉鑫 责任编辑：王玉鑫 李 乐

责任校对：张晓蓉 封面设计：陈 沛

责任印制：乔 宇

北京铭成印刷有限公司印刷

2013 年 9 月第 1 版第 1 次印刷

184mm×260mm · 16.75 印张 · 409 千字

0001—3000 册

标准书号：ISBN 978-7-111-43225-8

定价：33.00 元

凡购本书，如有缺页、倒页、脱页，由本社发行部调换

电话服务	网络服务
社服务中心：(010)88361066	教材网：http://www.cmpedu.com
销售一部：(010)68326294	机工官网：http://www.cmpbook.com
销售二部：(010)88379649	机工官博：http://weibo.com/cmp1952
读者购书热线：(010)88379203	**封面无防伪标均为盗版**

前　　言

高职高专教育是我国高等教育体系的重要组成部分，在高等教育大众化的新形势下，为适应高职高专教育改革的要求，编者根据教育部高等职业院校的培养目标，依据《高职高专高等数学课程教学基本要求》，在总结多年教学改革经验的基础上，结合高职高专院校经济管理各专业的特点，以培养学生创新意识和实践能力为目标，“以应用为目的，以必需够用为度”，并兼顾学科体系的特点，编写了本书.

根据全息式教学思想，高职数学的教学应由实践——数学知识——数学思想 3 个层次的知识体系构成. 学生对知识的掌握、理解和运用，实质上就是学生对知识形成过程的全息有选择重演，亲历知识形成中的曲折、磨难和创造，使学习成为一种亲历性的探索和创造，在学习中成为自我生命的体验者和创造者. 在编写过程中，为便于教师和学生使用，更好地为学生学习后续专业课程和持续性发展提供数学基础，编者在编写思想、体系安排、内容取舍和处理等方面特别注意了以下几点：

1. 新知识全息化的学习过程. 原来的高职数学教材只局限于数学教学呈现出来的纵向的逻辑联系，而本书致力于创造性地开掘新旧知识的横向的多维联系，注重学科各部分知识的全息性，将新知识纳入原有的知识结构；注重不同学科间的全息性，使多学科产生协同效应.

2. 力求用通俗的语言及直观形象的方式引出数学概念，在叙述中尽量采用几何解释、数表、实例，以便于学生对概念、方法的理解，尽量避免理论推导，着力表现解决问题的基本步骤.

3. 配备的例题、习题难易和数量适中，由简到难，层次分明，并在每章后进行知识归纳和总结，强调重点.

4. 为培养学生使用相应数学软件求解数学模型的能力，本书第九章介绍了数学软件 MATLAB 及其简单应用，便于各校结合实际教学条件灵活处理.

5. 书中渗透了全息方法在数学教学中的应用，有利于发挥学生学习的主动性，提高学生的创造性思维能力.

教师在使用本书教学过程中应借助于各种教学工具和设施，最大限度地利用环境的全息度提高学生接收信息的完整性，使学生以全息的形式接收信息，通过各种形式来感知方方面面的信息，优化教学效果.

本书由段瑞、张绪绪担任主编，由郑春华担任副主编. 参加本书编写的有段瑞(陕西工业职业技术学院,第一章、第四章、第五章)、郑春华(陕西工业职业技术学院,第二章、第七章)、郝军(陕西工业职业技术学院,第三章、第六章)、张绪绪(陕西工业职业技术学院,第八章)、刘楠(陕西工业职业技术学院,第九章). 本书由张广学主审。

由于编者水平有限，加之编写时间仓促，书中难免存在缺点和错误之处，诚恳期望有关专家、学者不吝赐教，诚恳期望广大读者批评指正.

编者

目 录

第一章　函数、极限与连续

函数是自然现象或工程技术过程中变量依从关系的反映．极限方法是研究变量的一种基本方法，是微积分学的重要工具．本章将在函数有关知识的基础上，讨论函数的极限和函数的连续性等问题．

第一节　函　　数

一、区间、邻域

1．区间

区间是用得较多的一类数集．设 a，b 都是实数，且 $a<b$，数集 $\{x \mid a<x<b\}$ 称为**开区间**，记作 (a, b)，即

$$(a, b)=\{x \mid a<x<b\}.$$

数集 $\{x \mid a \leqslant x \leqslant b\}$ 称为**闭区间**，记作 $[a, b]$，即

$$[a, b]=\{x \mid a \leqslant x \leqslant b\}.$$

类似地，数集 $\{x \mid a \leqslant x<b\}$ 和数集 $\{x \mid a<x \leqslant b\}$ 称为**半开半闭区间**，分别记作 $[a,b)$ 和 $(a,b]$，即

$$[a,b)=\{x \mid a \leqslant x<b\},\ (a,b]=\{x \mid a<x \leqslant b\}.$$

以上这些区间都称为有限区间，a 和 b 称为这些区间的端点，数 $b-a$ 称为这些区间的长度．这些区间在数轴上的表示如图 1.1 所示．

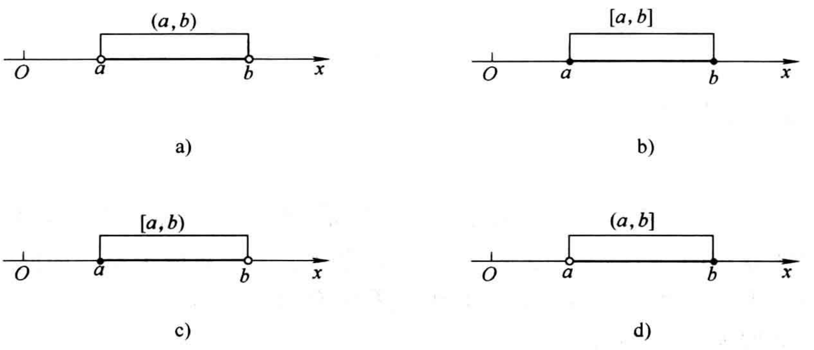


图 1.1

引进记号 $+\infty$（读作正无穷大）和 $-\infty$（读作负无穷大），则全体实数 $\mathbf{R}$ 的集合可记作 $(-\infty,+\infty)$，它是无限的开区间．此外，还有一些无限区间表示如下：

$$[a,+\infty)=\{x \mid a \leqslant x\},\ (-\infty, b]=\{x \mid x \leqslant b\}$$

为无限的半开区间．

$$(a,+\infty)=\{x \mid a<x\},\ (-\infty, b)=\{x \mid x<b\}$$

为无限的开区间.

其中，无限的半开区间$[a,+\infty)$和无限的开区间$(-\infty,b)$在数轴上的表示如图 1.2 所示.

a) b)

图 1.2

以后在论述时为了方便起见，可用“区间 I”代表各种类型的区间.

2. 邻域

邻域也是一个经常用到的概念. 设 a 与 δ 是两个实数，且 $\delta>0$，则数集$\{x \mid |x-a|<\delta\}$称为点 a 的 δ **邻域**，记作 $U(a,\delta)$，即

$$U(a,\delta)=\{x \mid |x-a|<\delta\}.$$

点 a 叫做 $U(a,\delta)$的中心，δ 叫做 $U(a,\delta)$的半径.

因为$|x-a|<\delta$ 相当于 $a-\delta<x<a+\delta$，所以

$$U(a,\delta)=\{x \mid a-\delta<x<a+\delta\}.$$

由此看出，$U(a,\delta)$也就是开区间$(a-\delta,\ a+\delta)$，这个区间以点 a 为中心，而长度为 2δ(图 1.3). 可见 $U(a,\delta)$也可以表示到定点 a 的距离小于定长 δ 的一切点 x 的全体.

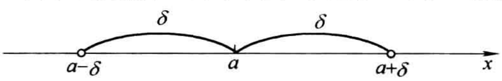


图 1.3

有时用到的邻域需要把邻域中心去掉，$U(a,\delta)$去掉中心 a 后，称为点 a 的**去心 δ 邻域**，记作 $\mathring{U}(a,\delta)$，即

$$\mathring{U}(a,\delta)=\{x \mid 0<|x-a|<\delta\}.$$

二、平面点集、区域

1. 平面点集

由解析几何知道，当在平面上确定了一个坐标系(不特别指出时,都假定是直角坐标系)后，所有有序实数对(x,y)与平面上所有点之间建立了一一对应关系. 因此，在今后叙述中，把“数对”与“平面上的点”这两种说法看做有相同的含义而不加以区别. 这种确定了坐标系的平面称为坐标平面.

平面上点的集合(简称平面点集)E 就是满足某种条件 P 的有序实数对(x,y)的集合，记作

$$E=\{(x,y) \mid (x,y)\text{满足条件 }P\}.$$

例如，平面上所有点构成的集合是

$$\mathbf{R}^2=\{(x,y) \mid -\infty<x<+\infty,-\infty<y<+\infty\}.$$

集合

$$E_1=\{(x,y)\mid a\leqslant x\leqslant b,c\leqslant y\leqslant d\}$$

是矩形上点的全体，为书写方便也常把它记作$[a,b;c,d]$.

集合

$$C=\{(x,y)\mid x^2+y^2<r^2\}$$

是平面上以原点为圆心、半径为r的圆内所有点的全体.

2. 区域

在数集中，邻域及区间是经常用到的概念. 类似地，在讨论平面点集时，也经常用到邻域及区域的概念.

与点$P_0(x_0,y_0)$距离小于δ的点$P(x,y)$的全体，称为**点P_0的δ邻域**，记作$U(P_0,\delta)$，也可简记作$U(P_0)$，即

$$U(P_0,\delta)=\{P\mid |PP_0|<\delta\},$$

也就是

$$U(P_0,\delta)=\{(x,y)\mid\sqrt{(x-x_0)^2+(y-y_0)^2}<\delta\}.$$

从图形上看，$U(P_0,\delta)$就是以点$P_0(x_0,y_0)$为圆心、$\delta>0$为半径的圆内部的点$P(x,y)$的全体.

设E是一个平面点集，P是平面上一个点，如果存在点P的一个邻域使$U(P)\subset E$，则称P为E的**内点**. 显然，若P为E的内点，则$P\in E$. 如果点P的任何一个邻域中既有属于E的点，也有不属于E的点(P可以属于E,也可以不属于E)，则称P为E的**边界点**. E的边界点的全体称为E的**边界**. 如果平面点集E的点都是内点，则称E为**开集**.

例如，点集

$$E_1=\{(x,y)\mid 1<x^2+y^2<4\}$$

中每个点都是E_1的内点，故E_1为开集，E_1的边界是圆周$x^2+y^2=1$和$x^2+y^2=4$.

设D是开集，如果对于D内的任何两点，都可以用完全位于D内的折线连接起来，则称开集D是**连通的**.

连通的开集称为**区域**或**开区域**. 例如

$$\{(x,y)\mid x+y>0\},\{(x,y)\mid 1<x^2+y^2<4\}$$

都是区域.

区域连同它的边界一起，称为**闭区域**. 例如

$$\{(x,y)\mid x+y\geqslant 0\},\quad\{(x,y)\mid 1\leqslant x^2+y^2\leqslant 4\}$$

都是闭区域.

对于点集E，如果存在正数K，使一切点$P\in E$与某一固定点A间的距离$|AP|$不超过K，即对一切$P\in E$有$|AP|\leqslant K$成立，则称E为**有界点集**，否则称为**无界点集**.

例如，$\{(x,y)\mid 1\leqslant x^2+y^2\leqslant 4\}$是有界闭区域，$\{(x,y)\mid x+y>0\}$是无界区域.

三、映射

在自然科学和工程技术中，常常会遇到各种不同的量，其中有的量保持一定的数值，这种量叫做常量；还有一些量可以取不同的数值，这种量叫做变量. 例如，计算匀速直线运动的位移公式$s=vt$中，v是常量，而s，t是变量. 我们还看到这两个变量之间有一定的对应关系，这种对应关系正是函数概念的实质.

但仅仅是变量之间的对应关系还不能完全准确地描述实际中的对应关系. 例如，不同的

人与他们的体重之间的对应. 所以我们引入两个集合之间的对应关系——映射.

定义1 若两个集合 X、Y 间的一种对应关系 f 满足如下条件:

1) 对于集合 X 的每一个元素，都能按某种规则与集合 Y 的某个元素对应;

2) 对于集合 X 的每一个元素，集合 Y 中与它对应的元素只有一个，

则称这样的对应关系 f 为从 X 到 Y 的**映射**，记作 $f: X\to Y$.

对上述定义，还需说明两点:

(1) 在映射中，并不要求集合 Y 中的所有元素都与集合 X 中的某个元素对应;

(2) 集合 Y 中的一个元素可以允许与集合 X 中的两个或两个以上的元素对应.

例1 设 X 是某大学经济系具有助教职称以上的教师组成的集合，Y 是职称集. 把集合 X 中的每个教师与职称集 Y 中的某一职称建立对应关系，则这种对应关系满足映射定义的两个条件，因而构成映射(图1.4).

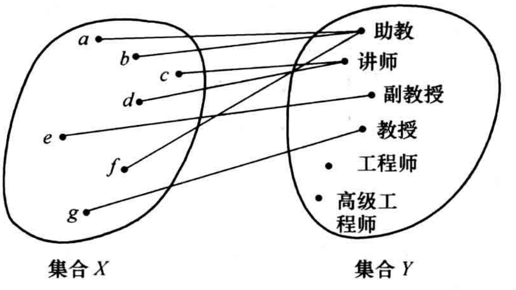


图1.4

四、函数的定义

1. 一元函数

我们在映射概念的基础上，给出函数的定义.

定义2 设 x 和 y 是两个变量，D 是一个给定的数集，如果对于每个数 $x\in D$，变量 y 按照一定法则总有确定的数值和它对应，则称 y 是 x 的**函数**，记作 $y=f(x)$. 数集 D 叫做这个函数的**定义域**，x 叫做**自变量**，y 叫做**因变量**. 当 $x_0\in D$ 时，与 x_0 对应的 y 的数值称为函数在点 x_0 处的函数值，记作 $f(x_0)$. 函数值全体组成的数集 $W=\{y\mid y=f(x),x\in D\}$ 称为函数的**值域**.

由定义可看出，函数定义只是映射定义的特例，而且确定函数要有两个要素：定义域与对应法则. 函数 $y=f(x)$ 中表示对应关系的记号 f 也可改用其他字母，如函数 $y=\varphi(x)$，$y=\psi(x)$，$y=F(x)$ 等.

在实际问题中，函数的定义域是根据问题的实际意义确定的.

在数学中，有时不考虑函数的实际意义，这时我们约定：定义域是自变量所能取的使算式有意义的一切实数值. 例如，函数 $y=\sqrt{1-x^2}$ 的定义域为 $D=[-1,1]$.

如果自变量在定义域内任取一个数值时，对应的函数值总是只有一个，则这种函数叫做**单值函数**，否则称为**多值函数**. 以后我们所讨论的函数都为单值函数，简称函数.

下面对几个特殊的函数举例说明.

例2 取整函数 $y=[x]$，$[x]$ 表示不超过 x 的最大整数，例如，$[\sqrt{2}]=1$，$[-3.5]=-4$，则函数 $y=[x]$ 的定义域 $D=(-\infty,+\infty)$，值域为全体整数. 它的图形如图1.5所示，称为阶梯曲线.

例3 函数 $y=f(x)=\begin{cases}2x-1, & x>0\\ x^2-1, & x\leqslant 0\end{cases}$ 的定义域 $D=(-\infty,+\infty)$，当 $x\in(-\infty,0]$ 时，

$y=x^2-1$；当 $x\in(0,+\infty)$ 时，$y=2x-1$. 例如，$-1\in(-\infty,0]$，则 $f(-1)=0$；而 $1\in(0,+\infty)$，则 $f(1)=1$. 函数图形如图 1.6 所示.

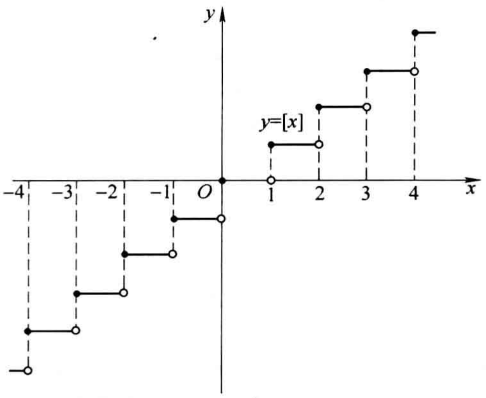


图 1.5

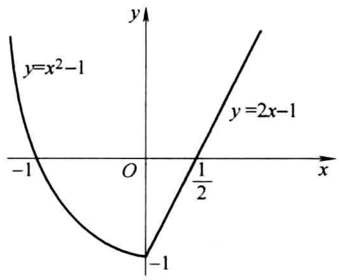


图 1.6

像这种在自变量的不同变化范围中，对应法则用不同的式子来表示的函数，称为**分段函数**.

常见的还有

符号函数
$$y=\operatorname{sgn}x=\begin{cases}1, & x>0\\ 0, & x=0\\ -1, & x<0\end{cases}$$

狄利克雷函数
$$y=D(x)=\begin{cases}1, & \text{当 } x \text{ 是有理数时}\\ 0, & \text{当 } x \text{ 是无理数时}\end{cases}$$

等.

在研究函数时，经常接触到函数的几种特性.

(1) 有界性

设函数 $f(x)$ 的定义域为 D，数集 $X\subset D$，如果存在正数 M，使得与任一 $x\in X$ 所对应的函数值 $f(x)$ 都满足不等式
$$|f(x)|\leqslant M,$$
就称函数 $f(x)$ 在 X 内**有界**；如果这样的 M 不存在，就称函数 $f(x)$ 在 X 内**无界**.

例如，函数 $f(x)=\sin x$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 内是有界的，因为无论 x 取任何实数，$|\sin x|\leqslant 1$ 都能成立. 而函数 $f(x)=\dfrac{1}{x}$ 在开区间 $(0,1)$ 内是无界的，因为不存在这样的正数 M，使 $\left|\dfrac{1}{x}\right|\leqslant M$ 对于 $(0,1)$ 内的一切 x 都成立.

(2) 单调性

设函数 $f(x)$ 的定义域为 D，区间 $I\subset D$，如果对于区间 I 内任意两点 x_1 及 x_2，当 $x_1<x_2$ 时，恒有 $f(x_1)<f(x_2)$，则称函数 $f(x)$ 在区间 I 内是**单调增加的**(图 1.7)；如果对于区间 I 内任意两点 x_1 及 x_2，当 $x_1<x_2$ 时，恒有 $f(x_1)>f(x_2)$，则称函数 $f(x)$ 在区间 I 内是**单调减少的**(图 1.8).

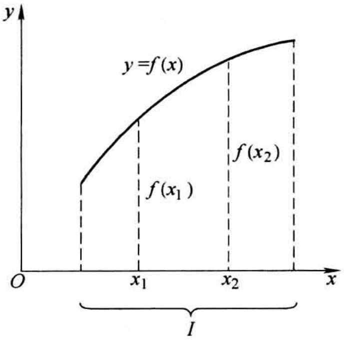


图 1.7

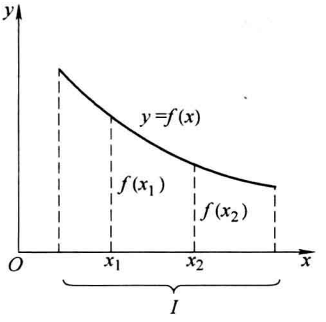


图 1.8

(3) 奇偶性

设函数 $f(x)$ 的定义域 D 关于原点对称，如果对于任一 $x\in D$，$f(-x)=f(x)$ 恒成立，则称 $f(x)$ 为**偶函数**. 如果对于任一 $x\in D$，$f(-x)=-f(x)$ 恒成立，则称 $f(x)$ 为**奇函数**.

奇函数的图像关于原点对称，如图 1.9 所示；偶函数的图像关于 y 轴对称，如图 1.10 所示.

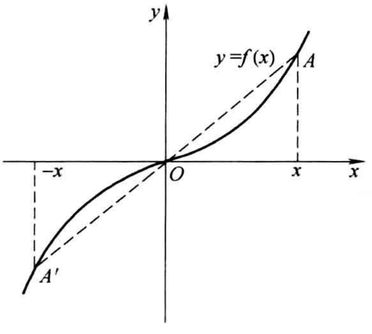


图 1.9

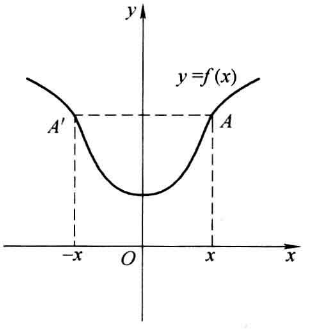


图 1.10

例如，$y=\sin x$ 是奇函数，$y=\cos x$ 是偶函数，$y=\sin x+\cos x$ 既非奇函数也非偶函数.

(4) 周期性

对于函数 $f(x)$，如果存在一个不为零的数 l，使得对于定义域内的任何 x 值，$x\pm l$ 仍在定义域内，且关系式

$$f(x+l)=f(x)$$

恒成立，则 $f(x)$ 叫做**周期函数**，l 叫做 $f(x)$ 的**周期**. 通常周期函数的周期指其最小正周期. 一个以 l 为周期的函数，它的图像在定义域内每隔长度为 l 的相邻区间上，有相同的形状，如图 1.11 所示.

如果函数 $f(x)$ 是周期为 l 的周期函数，则函数 $f(x+a)$ 也是周期为 l 的周期函数，函数 $f(ax)$ 是周期为 $\dfrac{l}{a}$ 的周期函数. 三角函数为常见的周期函数.

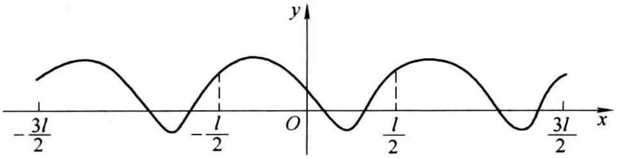


图 1.11

2. 多元函数

前面我们所讨论的函数都是只限于一个自变量的函数，简称一元函数. 但是在实际问题中所遇到的很多情况是一个变量依赖于多个变量的变化，从而产生了多元函数的概念. 下面我们给出二元函数的定义.

定义 3　设变量 x，y 和 z，如果当变量 x，y 在一定范围内任取一对值 (x,y) 时，按照某一确定的对应法则，变量 z 总有唯一确定的值与其相对应，则称变量 z 为变量 x，y 的**二元函数**，记作

$$z=f(x,y).$$

其中 x，y 称为自变量，函数 z 称为因变量. 自变量 x，y 的变化范围称为函数 z 的定义域.

类似地，可以定义三元函数以及三元以上的函数. 二元以及二元以上的函数统称为**多元函数**. 从一元函数到二元函数，由于自变量个数的增加，往往会产生许多新问题，而从二元函数到二元以上的多元函数则可类推，所以多元函数中我们以研究二元函数为主.

函数的定义域与对应法则仍是多元函数的两个要素. 显然我们可以用 xOy 坐标面上的点 $P(x,y)$ 来表示二元函数的自变量的取值. 因此，二元函数 $z=f(x,y)$ 的定义域是 xOy 平面上的点集，表示二元函数的定义域常用到前面介绍过的邻域及区域的概念.

一般地，二元函数的定义域是使函数有意义的有序实数对的全体. 例如，函数 $z=\ln(x+y)$ 的定义域为满足 $x+y>0$ 的点 (x,y) 的全体，即区域：$\{(x,y)\mid x+y>0\}$，如图 1.12 所示.

函数 $z=\sqrt{1-(x^2+y^2)}$ 的定义域为满足 $x^2+y^2\leqslant 1$ 的点 (x,y) 的全体，即闭区域：$\{(x,y)\mid x^2+y^2\leqslant 1\}$，如图 1.13 所示.

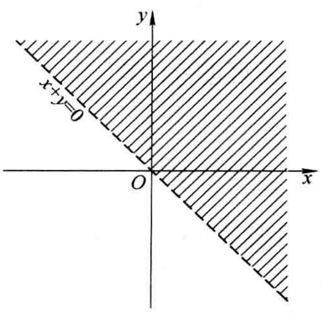


图 1.12

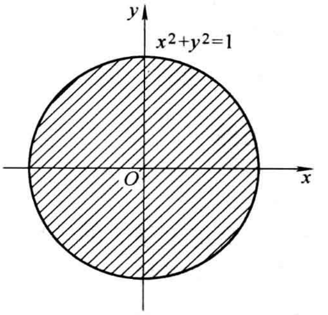


图 1.13

把自变量 x，y 和因变量 z 当做空间直角坐标系中点的坐标，当 $P(x,y)$ 取遍定义域 D 中的每对数值时，动点 $M(x,y,f(x,y))$ 的轨迹就是二元函数 $z=f(x,y)$ 的图形. 一般地，它是一曲面，而其定义域 D 就是此曲面在 xOy 平面上的投影，如图 1.14 所示. 例如，函数 $z=\sqrt{R^2-(x^2+y^2)}$ 的图像就是放置在 xOy 平面上的半球面，如图 1.15 所示.

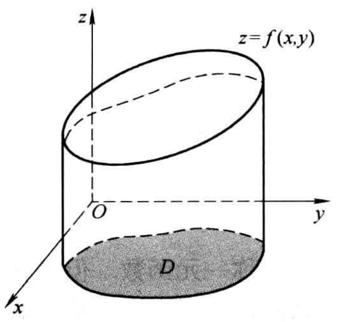


图 1.14

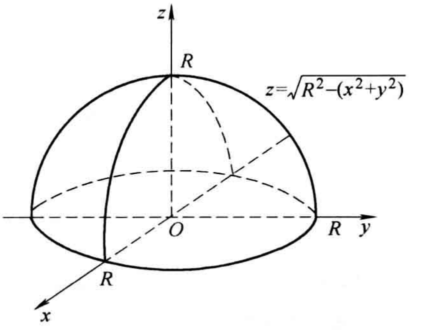


图 1.15

五、函数的表示法

表示函数的方法主要有以下三种：

1. 解析法

当函数的对应法则借助于数学式子给出时，称这种表示函数的方法为解析法. 高等数学中讨论的函数，大多由解析法表示，这是由于对解析式子可以进行各种运算，便于理论研究. 用解析法表示函数，不一定用一个式子表示，如分段函数.

2. 表格法

在实际应用中，常把自变量所取的值和对应的函数值列成表，用以表示函数关系，函数的这种表示法称为表格法. 我们所用的各种数学用表都是用表格法表示的函数关系. 表格法的优点是简单明了，便于应用，但它所给出的变量之间的对应关系有时是不全面的.

3. 图示法

由图像给出函数的对应法则的方法称为图示法. 根据定义，函数定义域 D 中的每一个 x 及值域 W 中与 x 对应的 y 可以构成有序实数对 (x, y)，每一个 (x, y) 与坐标系中的点一一对应，因此所有的 (x, y) 在坐标系中可描出函数图像. 图示法表示函数可使变量之间的对应关系更具直观性.

函数的三种表示法各有优缺点，在具体应用时，常常是三种方法配合使用，在高等数学的研究中，函数的图像往往可以帮助我们有效地分析、理解很多问题.

在解决实际问题时，通常要建立问题中的函数关系，然后再进行计算.

六、初等函数

1. 反函数

定义 4 设给定 y 是 x 的函数 $y=f(x)$，如果把 y 当做自变量，x 当做因变量，则由关系式 $y=f(x)$ 所确定的函数 $x=\varphi(y)$ 称为函数 $y=f(x)$ 的**反函数**，而 $y=f(x)$ 称为直接函数. 习惯上总是用 x 表示自变量，而用 y 表示因变量，因此，往往把 $x=\varphi(y)$ 改写成 $y=\varphi(x)$，称为 $y=f(x)$ 的**矫形反函数**，记作 $y=f^{-1}(x)$. $x=\varphi(y)$ 称为 $y=f(x)$ 的**直接反函数**.

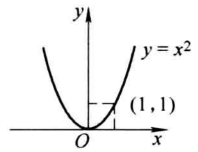
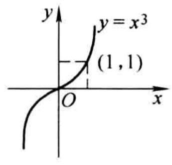
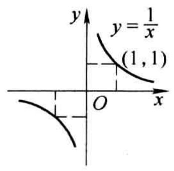
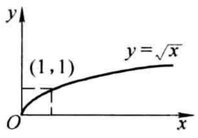
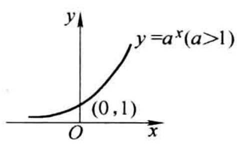
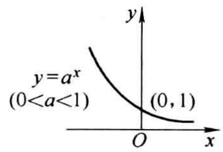
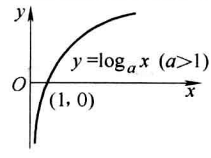
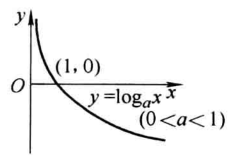
若函数 $y=f(x)$ 在某区间的自变量 x 与函数值 y 一一对应，则 $y=f(x)$ 在此区间一定有反函数 $y=f^{-1}(x)$，且 $y=f(x)$ 与 $y=f^{-1}(x)$ 的图像关于直线 $y=x$ 对称.

2. 基本初等函数

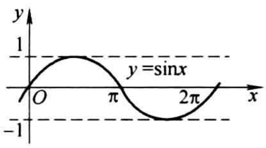
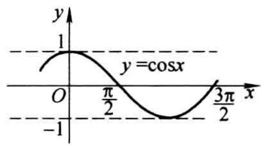
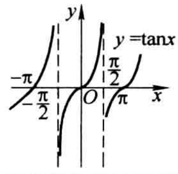
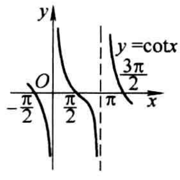
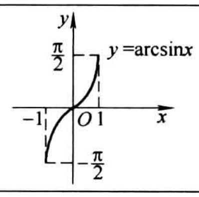
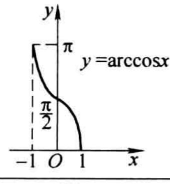
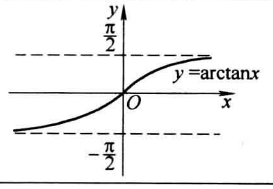
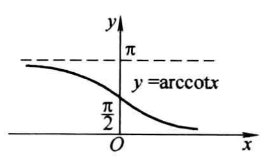
常值函数、幂函数、指数函数、对数函数、三角函数和反三角函数称为**基本初等函数**.

它们的定义域、值域、图像和性质见表 1.1.

表 1.1　基本初等函数表

函数		定义域	值域	简单性质	图像
幂函数 $y=x^a$	$y=x^2$	**R**	$y\geqslant 0$	偶函数；$x>0$，递增 $x<0$，递减	
	$y=x^3$	**R**	**R**	奇函数 单调递增	
	$y=\frac{1}{x}$	$x\neq 0$	$y\neq 0$	奇函数 在区间$(-\infty,0)$和 $(0,+\infty)$上 分别单调递减	
	$y=\sqrt{x}$	$x\geqslant 0$	$y\geqslant 0$	非奇非偶 单调递增	
指数函数 $y=a^x$ $(a>0,$ $a\neq 1)$	$a>1$	**R**	$\mathbf{R}^+$	单调递增 过点$(0,1)$	
	$0<a<1$	**R**	$\mathbf{R}^+$	单调递减 过点$(0,1)$	
对数函数 $y=\log_a x$ $(a>0,$ $a\neq 1)$	$a>1$	$\mathbf{R}^+$	**R**	单调递增 过点$(1,0)$	
	$0<a<1$	$\mathbf{R}^+$	**R**	单调递减 过点$(1,0)$	

（续）

函数		定义域	值域	简单性质	图像
三角函数	$y=\sin x$	$\mathbf{R}$	$[-1,1]$	奇函数 有界 周期 2π	
	$y=\cos x$	$\mathbf{R}$	$[-1,1]$	偶函数 有界 周期 2π	
	$y=\tan x$	$x\in\mathbf{R}$ 且 $x\neq k\pi+\frac{\pi}{2}$ $(k\in\mathbf{Z})$	$\mathbf{R}$	奇函数 周期 π	
	$y=\cot x$	$x\in\mathbf{R}$ 且 $x\neq k\pi$ $(k\in\mathbf{Z})$	$\mathbf{R}$	奇函数 周期 π	
反三角函数	$y=\arcsin x$	$[-1,\ 1]$	$\left[-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right]$	奇函数 单调递增 有界	
	$y=\arccos x$	$[-1,1]$	$[0,\pi]$	单调递减 有界	
	$y=\arctan x$	$\mathbf{R}$	$\left(-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right)$	奇函数 单调递增 有界	
	$y=\operatorname{arccot} x$	$\mathbf{R}$	$(0,\pi)$	单调递减 有界	

3. 复合函数

定义 5　设 y 是 u 的函数 $y=f(u)$，u 是 x 的函数 $u=\varphi(x)$，而且当 x 在 $\varphi(x)$ 的定义域或该定义域的一部分取值时，所对应的 u 的值使 $y=f(u)$ 有定义，则称 $y=f[\varphi(x)]$ 是 x 的**复合函数**，其中 $u=\varphi(x)$ 为内函数，$y=f(u)$ 为外函数，u 为中间变量.

注意：不是任何两个函数都可以构成一个复合函数．例如 $y=\arcsin u$ 和 $u=2+x^2$ 就不可能复合成一个复合函数，因为对于 $u=2+x^2$ 的定义域内的任何 x 值所对应的 u 值都使 $y=\arcsin u$ 没有意义.

对于一个给定的复合函数，必须会分析它的复合过程(即会将复合函数进行分解)．掌握这种分析复合过程的方法，对后面求函数的导数和积分会带来很多方便.

例 4　指出下列复合函数的复合过程：

(1) $y=\sqrt[4]{1+x^2}$；　(2) $y=\cos^2x$；　(3) $y=\mathrm{e}^{\arctan\frac{1}{\sqrt{x}}}$.

解　(1) $y=\sqrt[4]{1+x^2}$ 是由 $y=\sqrt[4]{u}$ 和 $u=1+x^2$ 复合而成的.

(2) $y=\cos^2x$ 是由 $y=u^2$ 和 $u=\cos x$ 复合而成的.

(3) $y=\mathrm{e}^{\arctan\frac{1}{\sqrt{x}}}$ 是由 $y=\mathrm{e}^u$，$u=\arctan v$ 和 $v=\dfrac{1}{\sqrt{x}}$ 复合而成的，这说明复合函数也可由两个以上的函数复合而成.

4. 初等函数

由基本初等函数经过有限次的四则运算和有限次的复合步骤构成，并能用一个解析式子表示的函数称为**初等函数**.

例如，$y=\cos(x^2+2x+3)$ 和 $y=\sqrt{\lg(x^2+1)}+\mathrm{e}^{\sqrt{x}}$ 都是初等函数，而 $y=[x]$ 和 $f(x)=\begin{cases}2x-1, & x>0\\ x^2-1, & x\leqslant 0\end{cases}$ 都不是初等函数.

七、经济分析中几种常见函数

1. 需求函数与价格函数

(1) 需求函数

需求函数指需求量 Q 为价格的函数：$Q=Q(p)$．这里，价格 p 是自变量，取非负数.

常见的需求函数有：

线性函数模型的一般形式可表示为 $Q=a-bp$，其中 $a\geqslant 0$，$b\geqslant 0$ 均是常数；

二次曲线需求函数为 $Q=a-bp-cp^2$，其中 $a\geqslant 0$，$b\geqslant 0$，$c\geqslant 0$ 均为常数；

指数需求函数模型为 $Q=A\mathrm{e}^{-bp}$，其中 $A\geqslant 0$，$b\geqslant 0$ 均为常数.

(2) 价格函数

需求函数 $Q=Q(p)$ 的反函数就是**价格函数**，记作 $p=p(Q)$．价格函数也反映商品的需求与价格的关系.

2. 供给函数

商品供给量 S 是价格 p 的函数，称为**供给函数**，记作 $S=S(p)$．商品供给量随商品价格的上涨而增加，因此，商品供给函数 $S=S(p)$ 是商品价格 p 的单调增加函数．供、需平衡的