

CHUZHONG SHUXUE SHILI CHESH

《中学生之友》丛书

周春荔 主编

初中数学实力测试

(三)



北京师范大学出版社

613558

《中学生之友》丛书

初中数学实力测试

(三)

周春荔 主编



00383493



东北师范大学出版社

《中学生之友》丛书

中学生数学实力测试

(三)

主编 周春荔

《中学生之友》丛书
初中数学实力测试
(三)

CHUZHONG SHUXUE SHILI CESHI

周春荔 主编

责任编辑：金树仁 封面设计：王 帆 责任校对：李树珍

东北师范大学出版社出版
(长春市斯大林大街110号)

吉林省新华书店发行
长春市第九印刷厂印刷

开本：787×1092毫米1/32

1989年9月第1版

印张：5.125

1989年9月第1次印刷

字数：105千

印数：00001-20 000册

ISBN 7-5602-0332-9/G·123 定价：1.60元

书的自白——代前言

感谢您一眼就看到了“我”。如果您是为自己上初中的孩子选择数学参考书的父母，就请您听我进的几句忠言：“望子成才”是天下父母之心愿，想让自己上初中的孩子尽快学好数学的心理乃人之常情，因此您一定想要为自己的孩子找一位“良师益友”吧，那么，请允许“我”——《初中数学实力测试》毛遂自荐，“我”的内容与课堂教学同步，题量每日一则，是学习初中数学的辅助读物，“我”有弟兄三人（共有三册，每学年一册），可伴您的孩子读完全部的初中数学课程。“我”的特点称您心意吗？盼您把“我”带到您的家里，“我”一定会与您的孩子成为好朋友。

欢迎您对“我”评头品足，如果您是一位中学数学老师，您一定清楚地理解，数学是打开科学大门的钥匙，要学好数学就要注意基础知识的学习和基本能力的培养。学习数学不能靠死记硬背，而要通过例题的学习、习题的练习去加深理解。您想让自己的学生多练些题但又怕学生陷入无边际的题海，您一定想为自己的学生选择一套内容适宜、题量适当的参考书吧！很高兴您一眼就注意到了“我”。“我”朴实无华，注意基础，精选题型，切合实际。“我”热切希望您能推荐“我”与您的学生相识，交个朋友。

希望你和“我”朝夕相处，如果你是一位正在初中学习的同学，“我”愿为你效力。“我”能帮助你与课业同步学

习，天天练习，星期天还可做道智趣题，换换口味。久而久之，“我”会使你对数学产生兴趣，有了兴趣，你就会热爱数学，就会产生锲而不舍的钻研精神。“我”会对你的进步感到由衷的欣慰。好，就让我们手拉手，做个好朋友吧，不过，你要请“我”住到你们的书包里，我们每天至少要见面“交谈”一次，“我”能把知识与智慧无私地奉献给你——亲爱的读者，“我”的朋友！

当你要感谢“我”——你的朋友时，就让我们共同感谢创造了“我”的“躯体”、给了“我”的“生命”并且带“我”来到这个世界的一大批人类灵魂的工程师与建筑师，他们有：周春荔、岳明义、郭奕津、王筱棣、陈帮义、李延林、张池、侯瑞兰、孟令奇、朱雅杰、张景斌、王书臣、吴艳妹、刘焕然、姚坤、刘晓玫、李明林、尹向前。

总之，对一切关心“我”、培养“我”的人们表示深切的敬意。

1989年4月

目 录

每日一题.....	1
比例线段 (1、3、5、7、9、11、13、19、 17、19、21、23、25、27、29、31)*.....	1
常用对数 (2、4、6、8、10、12、14、16、 18、20、22、24、26、28、30、32、34、 36、38、40、42、44、46、48、50、52、 54、56、58、60)	1
相似比 (33、35、37、39、41、43、45、47、 49、51、53、55、57、59、61、63、65、 67、69、71)	4
函数及图象 (62、64、66、68、70、72、74、 76、78、80)	8
圆的有关性质 (73、75、77、79、81、83、85、 87、89、91、93、95、97、99、101、103、 105)	10
正比与反比函数 (82、84)	11
函数的图象与性质 (89、88、90、92、94、96、 98、100、102、104、106、108、110、112、 114、116、118、120、122、124、126、128 130、132)	
直线与圆的位置关系 (107、109、111、113、 115、117、119、121、123、125、127、 129、131、133).....	13

综合练习 (134~183)	16
圆和圆的位置关系 (184、186、188、190、192、 194、196、198、200、202、204、206、 208)	24
一元一次不等式组 (185、187、189、191、 193)	24
一元二次不等式 (195、197、199、201、203、 205、207)	25
三角函数 (209、211、213、215、223、225、 227、229、231、233、235、237、239、 241、243、245、247)	26
正多边形和圆 (210、212、214、216、218、 220、222、224、226、228、230、232、 234、236、238、240、242、244)	26
解三角形 (217、219、221、249、251、253、 255、257、259、261、263、265、267、 269、271、273)	27
点的轨迹 (246、248、250、252、254、256、 258、260、262、264、266、268、270、 272)	29
综合练习 (274~365)	32
解答或提示	48

• 括号内的数字为题序号。

每日一题

1. 已知 $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{2}{3}$, 且 $b \neq d$ 求, $\frac{a-c}{b-d}$ 的值.

2. 判断对错 $\log_3 9 = 2$, 则称:

(1) 9 为以 3 为底 2 的对数.

(2) 2 为以 3 为底 9 的对数.

(3) 2 为 3 的对数.

(4) 2 为 9 的对数.

3. (1) 在已知线段 AB 上有一点 P, 使 $\frac{AP}{PB} = \frac{m}{n}$

证明: 点 P 是唯一的;

(2) 在线段 AB 的延长线上有一点 Q, 使

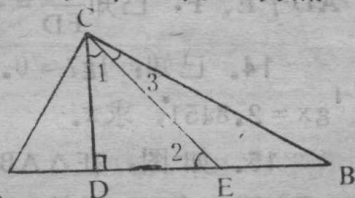
$\frac{AQ}{QB} = \frac{m}{n}$ ($m > n$), 证明: 点 Q 是唯一的.

4. 下列说法是否正确?

(1) 因为 $1^2 = 1$, 所以 $\log_1 1 = 2$, 即 1 的以 1 为底的对数是 2.

(2) $(\lg 5)^2 = \lg 5^2 = 2 \lg 5$

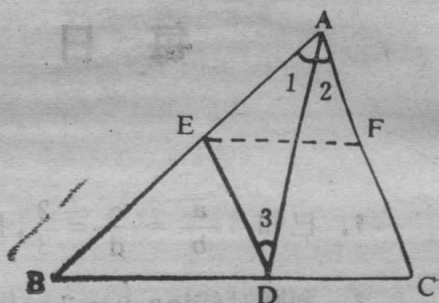
5. 如图, 在直角 $\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, CD、CE 分别为斜边上的高和中线, 且 $\angle BCD : \angle ACD = 3:1$, 求证: $CD = DE$.



6. 不查表计算:

$$\frac{2\lg 2 + \lg 3}{1 + \frac{1}{2}\lg 0.36 + \frac{1}{3}\lg 8}$$

7. 如图, AD平分 $\angle BAC$, $DE \parallel AC$, $EF \parallel BC$, $AB = 15\text{cm}$, $AF = 4\text{cm}$, 求BE和DE的长.



8. 求下列x的值:

(1) $\log_4 0.125 = x$;

(2) $\log_{32} x = \frac{1}{5}$;

(3) $\log_5 5 = \frac{1}{2}$.

9. 在 $\triangle OCE$ 中, A、B两点在OC上, D点在OE上, 且 $BD \parallel CE$, $AD \parallel BE$, 求证: OB是OA与OC的比例中项.

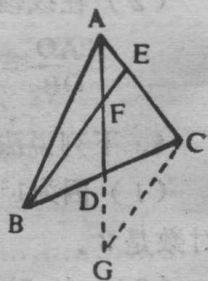
10. 已知 $\lg 2 = 0.3010$, $\lg 3 = 0.4771$. 求 $\lg 0.36$.

11. 在 $\triangle APM$ 的边上任意选定点B和C, 过B作AM的平行线交PM于N, 过N作MC的平行线交AP于D,

求证: $PA \cdot PD = PB \cdot PC$.

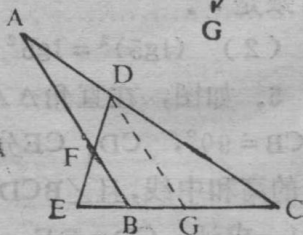
12. 计算: $\log_{(2-\sqrt{3})} (2+\sqrt{3})$.

13. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, AD是BC边上的中线, 过B作射线BE, 分别交AC、AD于E、F, 已知 $\frac{AF}{FD} = \frac{1}{5}$, 求 $\frac{AE}{EC}$.



14. 已知: $\lg 7 = 0.8451$, $\lg x = 2.8451$, 求x.

15. 如图, 在 $\triangle ABC$ 的AC上取一点D, 延长CB到E, 使 $BE = AD$, 连ED, 交AB于



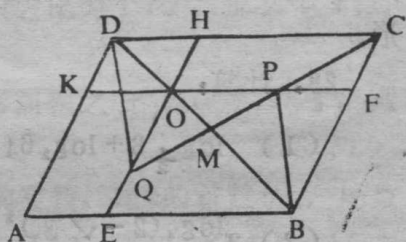
F, 求证: $\frac{EF}{FD} = \frac{AC}{BC}$.

16. 已知: α, β 是方程 $x^2 - \sqrt{10} \cdot x + 2 = 0$ 的两根. 不解方程求: $\log_2(\alpha^2 - \alpha\beta + \beta^2)$ 的值.

17. $\square ABCD$ 对角线 AC 上任一点 M , $AM \neq CM$, 过 M 作 $EF \parallel AB$, $GH \parallel AD$, 求证: AC, GF, EH 共点.

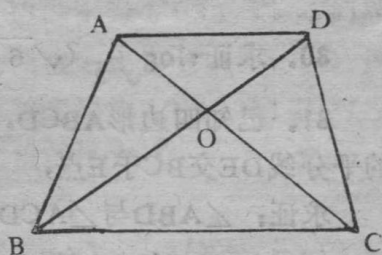
18. 求值: $\log_3(\log_3 \sqrt[3]{\sqrt[3]{\sqrt[3]{3}}})$

19. 如图, 过 $\square ABCD$ 的对角线 BD 上任一点 O 引 $EH \parallel AD$, 交 AB 于 E , 交 CD 于 H , 引 $KF \parallel DC$, 交 AD 于 K , 交 BC 于 F . 过 C 引射线, 交 OF 于 P , 交 OE 于 Q , 求证: $BP \parallel DQ$.



20. 已知 $\lg 2 = 0.3010$, $\lg 3 = 0.4771$, 且 $\lg x = 2.1761$, 求 x .

21. 已知: 四边形 $ABCD$ 对角线相交于 O 点, 且 $AO \cdot BO = CO \cdot DO$, 求证: $AD \parallel BC$.

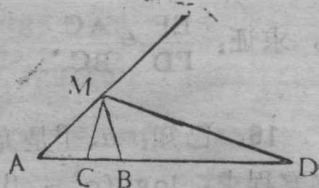


22. 求值 $\log_{\frac{1}{2}}(\lg 25 - \lg 21 + \lg 2 + \lg 49 + \lg 6 - \lg 7)^{\frac{1}{3}}$.

23. 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle A$ 为直角, $AD \perp BC$, $\angle B$ 的平分线交 AD 于 F , 交 AC 于 E , 那么 $DF:FA = AE:EC$.

24. 已知 $\log_3 2 = a$, $\log_3 7 = b$, 求 $\log_{14} 56$ 的值.

25. 如图, $\triangle MAB$ 的内角 M 的平分线交 AB 于 C , 又相邻的外角平分线交 AB 的延长线于 D , 求证: $\frac{1}{AC} + \frac{1}{AD}$



$$= \frac{2}{AB}.$$

26. 解方程: $\log_5[\log_4(\log_3 x)] = 0$.

27. 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle B$ 的平分线 BD 交 AC 于 D , $\angle C$ 的平分线 CE 交 AB 于 E , 且 $DE \parallel BC$, 求证: $\triangle ABC$ 为等腰三角形.

28. 计算:

$$(1) \log_{\frac{1}{2}} 8 + \log_2 64 + \log_{\sqrt{3}} 3 + \log_5 \frac{1}{125}$$

$$(2) 2^{\log_4 (2 - \sqrt{3})^2} + 3^{\log_9 (2 + \sqrt{3})^2}$$

29. 在 $\triangle ABC$ 中, AD 、 AE 分别为 $\angle A$ 的内、外角平分线, DE 的中点为 O , 求证: $\frac{OB}{OC} = \frac{AB^2}{AC^2}$.

30. 求证: $\log_{\sqrt{2}} (\sqrt{6 + 4\sqrt{2}} - \sqrt{6 - 4\sqrt{2}})$ 的值.

31. 已知四边形 $ABCD$, $\angle BAC$ 的平分线 AE 与 $\angle BDC$ 的平分线 DE 交 BC 于 E 点,

求证: $\angle ABD$ 与 $\angle ACD$ 的平分线交 AD 于同一点.

32. 已知 $\frac{\lg x}{1} = \frac{\lg y}{2} = \frac{\lg z}{-1}$, 且 $xyz = 10$, 求 x, y, z

33. 请回答: 下列两个图形是否一定相似?

(1) 两个全等三角形;

(2) 两个等腰三角形;

(3) 两个等边三角形;

(4) 一对锐角对应相等的两个直角三角形;

(5) 两个等腰梯形;

(6) 两个正方形;

(7) 两个菱形;

(8) 两个矩形.

34. 已知正数 x, y 满足 $\lg(x^2+1) + \lg(y^2+4) = \lg 8 + \lg x + \lg y$, 求 x, y .

35. 填空:

(1) 两个相似三角形面积之比为 $1:2$, 那么它们对应边的比是 ();

(2) 已知两个相似三角形面积之比为 $\sqrt{7}:\sqrt{5}$, 则它们的周长之比为 ().

36. 已知 x, y 都是大于10的实数, $\lg x$ 的首数是 a , 尾数是 b ; $\lg y$ 的首数是 c , 尾数是 α , 且 $|1-a| + \sqrt{c-4} = 1$, $b+d=1$, 则 $xy \approx$ _____.

37. 填空:

(1) 两个相似三角形对应边的比为 $1:3$, 则它们周长的比为 (), 它们的面积的比为 ();

(2) 两个相似三角形的周长之比为 $1:4$, 则其对应边上高的比为 (), 面积的比为 ().

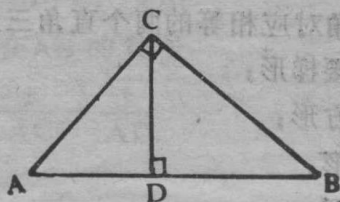
38. 已知对于 $a > 0, a \neq 1$, 有

$$\frac{x(y+z-x)}{\lg_a x} = \frac{y(x+z-y)}{\lg_a y} = \frac{z(x+y-z)}{\lg_a z}$$

求证: $x^y \cdot y^x = z^x \cdot x^z = y^z \cdot z^y$

39. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, 高 CD 把 $\triangle ABC$ 分成两部分, $\triangle ACD$ 与 $\triangle CBD$ 的面积之比为 $9:16$,

求 $AC:BC:AB = ?$



40. 已知 $\log_a x = \log_b y = \log_c z$, 求证 $\log_a x$

$$= \log_{a^{\frac{p}{a}} b^{\frac{q}{b}} c^{\frac{r}{c}}} x^{\frac{p}{a}} y^{\frac{q}{b}} z^{\frac{r}{c}}.$$

41. 以直角三角形 ABC 的直角边 AC 、 BC 为边分别向外作正方形 $ACGD$ 和 $BCFE$, AE 交 BC 于 M , BD 交 AC 于 N ,

求证: $CM = CN$.

42. a 、 b 、 c 、 x 、 y 均为正数, 且 $2b = a + c$, $y^2 = xz$

求证: $(b - c) \lg x + (c - a) \lg y + (a - b) \lg z = 0$.

43. 设 $ABCD$ 为平行四边形, 由 B 任引一直线与对角线 AC 交于 F , 与 CD 交于 G , 又与 AD 的延长线交于 E ,

求证: $EF \cdot FG = BF^2$.

44. a , b , c 为直角三角形两条直角边和斜边,

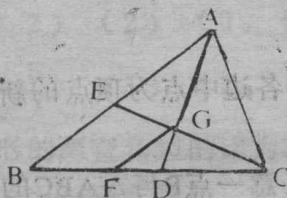
求证: $\log_{(c+b)} a + \log_{(c-b)} a$

$$= 2 \log_{(c+b)} a \times \log_{(c-b)} a.$$

45. 填空: (1) 设 $\triangle ABC$ 的面积为 1, D 、 E 、 F 分别在 AB 、 BC 、 CA 上, 且 $AD = \frac{1}{m} AB$, $BE = \frac{1}{n} BC$, CF

$$= \frac{1}{p} CA, \text{ 则 } \triangle DEF \text{ 的面积为 ()};$$

(2) 如图, G 为 $\triangle ABC$ 的重心, $GF \parallel AB$, 则 DF 与 FB 的比值为 ().



46. 若 a 、 b 为正数，且有 $21\lg|a-2b| = \lg a + \lg b$ 。

求 $\frac{a}{b}$ 。

47. 选择题（把下题中正确答案的代号填入括号内）
重心、垂心重合的三角形是（ ）：

- (1) 等边三角形； (2) 直角三角形；
(3) 等腰三角形。

48. 已知： $\lg x$ 的尾数与 $\lg 23.41$ 的尾数相等， $\lg x$ 的首数与 $\lg 308.1$ 的首数相等，确定 x 的值。

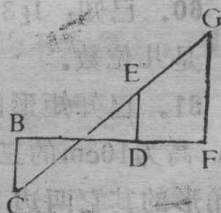
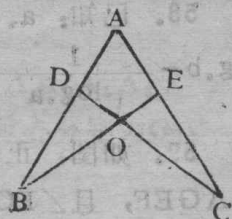
49. 如图， D 、 E 分别是 AB 、 AC 上的两点， CD 、 BE 交于 O 。如果
 $AD \cdot AB = AE \cdot AC$ ，求证：

$$\triangle ODB \sim \triangle OEC.$$

50. 已知： x 、 y 分别是 n 位和 m 位正整数。求 xy 的整数位范围。

51. 已知： $AB = AD$ ， $AC = AE$ ，
 $DF \parallel EG$ （如图）

求证：(1) $\triangle ABC \cong \triangle ADE$ ；
(2) $\triangle ABC \sim \triangle AFG$ 。



52. 已知： $\sqrt{\log_2(x-y)-3}$
 $+ |\lg(x+y)-1| = 0$

求 x, y 的值.

53. 试证:

(1) 以三角形各边中点为顶点的新三角形与原三角形相似;

(2) 平面上任意一点 P 与 $\triangle ABC$ 的三个顶点所作线段的中点所组成的新三角形与原三角形相似.

54. 已知: $\log_{(x+4)} (x^2 + 4x) = 1$, 求 x 值.

55. $ABCD$ 为平行四边形, E, F 为 BC, CD 之中点, 试证 AE, AF 三等分对角线 BD .

56. 若 $a = 10^p, b = 10^{p+q}, c = 10^{p+2q}$.

求 $\log_a a, \log_b c, \log_c b$.

57. 已知: 在任意六边形 $ABCDEF$ 中, $\triangle ABC, \triangle BCD, \triangle CDE, \triangle DEF, \triangle EFA$, 及 $\triangle FAB$ 的重心依次是 $G_1, G_2, G_3, G_4, G_5, G_6$.

求证: $G_1G_2 \parallel G_4G_5, G_2G_3 \parallel G_5G_6, G_3G_4 \parallel G_6G_1$.

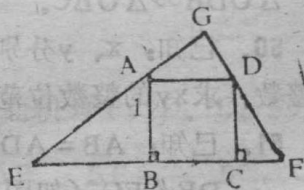
58. 已知: a, b, c 是不等于1的正数, 且

$$\log_a b - \frac{1}{\log_a a} = 1 - \frac{1}{\log_a a} \quad \text{求证: } b^2 = a \cdot c.$$

59. 如图, 正方形 $ABCD$ 内接于 $\triangle GEF$, 且 $\angle EGF = 90^\circ$,

求证: $BC^2 = BE \cdot CF$.

60. 已知: $1\frac{1}{3} = 0.4771$, 问 3^{100} 是几位数.



61. 已知矩形的面积为 63cm^2 , 并且它一边在底为 30cm , 高为 10cm 的三角形的底边上, 而另外两个顶点在这个三角形的其它两边上, 求矩形的各边.

62. 指出下列点位于平面直角坐标系内的哪个象限或哪

个轴上.

(1) $(-3, 2)$ (2) $(0, 5)$ (3) $(-7, -2)$

(4) $(\frac{3}{2}, -\frac{5}{7})$ (5) $(2, 0)$ (6) $(0, 0)$

63. 直角三角形的两直角边的比为3:4, 而高分三角形所得两部分面积的差为84平方厘米, 求此直角三角形的面积.

64. 已知: 坐标平面内三点A $(1, 0)$, B $(1, 5)$, C $(4, 5)$, 求 $\triangle ABC$ 的面积.

65. 设梯形ABCD的对角线交于点E, AB、CD为底边, 设 $\triangle ABE$ 和 $\triangle CDE$ 的面积分别为 S_1 和 S_2 , 求证: 梯形的面积 $S = (\sqrt{S_1} + \sqrt{S_2})^2$.

66. 在 $\triangle ABC$ 中, AO是BC边上的中线,

求证 $|AB|^2 + |AC|^2 = 2(|AO|^2 + |OC|^2)$.

67. 试证: 有一个角相等的两个菱形必相似.

68. 若点A $(-1, 0)$, B $(4, y)$, 且 $|AB| = 13$, 求y的值.

69. 已知: 在四边形 $A_1A_2A_3A_4$ 中, $\triangle A_1A_2A_3$ 、 $\triangle A_2A_3A_4$ 、 $\triangle A_3A_4A_1$ 及 $\triangle A_4A_1A_2$ 的重心分别为 G_1 , G_2 , G_3 , G_4 , 求证:

$$\frac{\text{四边形}G_1G_2G_3G_4\text{的周长}}{\text{四边形}A_1A_2A_3A_4\text{的周长}} = \frac{1}{3}.$$

70. 方程 $ax^2 + bx + c = 0$ (a, b, c 均不为零), 且

$$\frac{(m+n)^2}{mn} = \frac{b^2}{ac}, \text{ 求证: 方程两根之比为 } m:n \text{ 或 } n:m.$$

71. 在已知半径为R的半圆上作一内接正方形, 使一边位于半圆直径上, 另两个顶点位于圆弧上.

72. 指出函数 $y = x$ 和 $y = (\sqrt{x})^2$ 的区别.

73. 三架飞机怎样才能飞在同一圆周上?

74. 已知函数 $y = kx + b$, 确定 k 和 b 的符号. 若图象与 (甲) x 的正半轴与 y 的负半轴、(乙) 两轴正半轴相交.

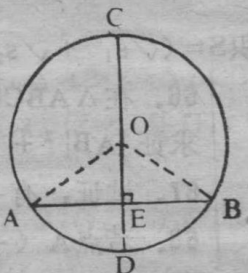
75. 选择填空, 把下题正确答案的代号填入括号内. 如果一个三角形的外心在它的一边中点上, 那么这个三角形一定是 ():

(A) 等腰三角形; (B) 等边三角形;

(C) 直角三角形; (D) 以上答案全不对.

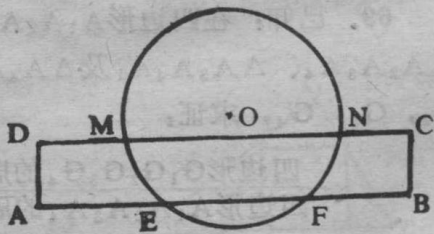
76. 求一次函数 $y = -3x - 6$ 的图象和坐标轴围成的三角形的周长和面积.

77. 已知: 如图, CD 是 $\odot O$ 的任一直径. 求证: $\odot O$ 是轴对称图形, 直线 CD 是对称轴.



78. 已知: 一次函数 $y = kx + b$ 的图象经过点 $(1, 2)$ 和 $(-1, 0)$, 求 k 、 b 的值.

79. 选择填空, 把下题正确答案的代号填入括号内. 矩形 $ABCD$ 与 $\odot O$ 相交, 交点分别是 M 、 N 、 E 、 F , 若



$AE = 5$, $EF = 6$, $DM = 4$, 则 MN 的长是 ();

(A) 7; (B) 8; (C) 9; (D) 10.

80. a 是任意实数, 证明: $y = ax + 1 - 2a$ 的图象必过一与 a 无关的定点, 并求出该点坐标.

81. 已知 $\odot O$ 的两条平行弦 AB 、 CD , 且 $AB = 6\text{cm}$,