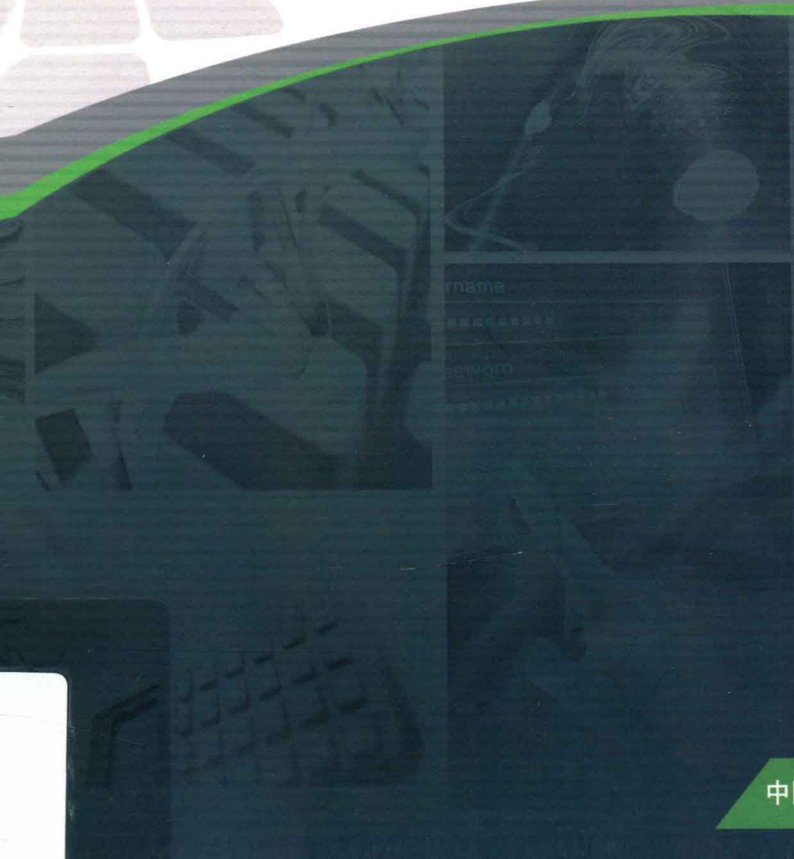
应用型本科教育数学基础教材

高等数学

生化类

皖西学院金融与数学学院◎编著



中国科学技术大学出版社

应用型本科教育数学基础教材

高等数学

生化类

皖西学院金融与数学学院 ◎ 编著

中国科学技术大学出版社

内 容 简 介

本书以培养具有较强的实践能力和创新意识的应用型人才为目的，共分 10 章，包括极限与导数，导数的计算技巧与应用，定积分，积分计算，定积分应用，微分方程，向量代数与空间解析几何，多元函数，无穷级数，MATLAB 简介及其在高等数学中的应用. 每章都配有适量的习题，其中有部分生化类习题，供学生练习，以巩固所学知识. 本书淡化数学理论的推导，对高等数学的基本概念、基本理论和基本方法的阐述力求简明，详略得当，同时注重突出高等数学基本思想在生化类学科中的应用.

本书可作为生化类专业的高等数学教材，也可作为医学类专业的高等数学教材.

图书在版编目(CIP)数据

高等数学：生化类/皖西学院金融与数学学院编著. —合肥：中国科学技术大学出版社，2013.8

（应用型本科教育数学基础教材）

ISBN 978-7-312-03244-8

Ⅰ.高…　Ⅱ.皖…　Ⅲ.高等数学—高等学校—教材　Ⅳ.O13

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2013)第 177604 号

出版　中国科学技术大学出版社
安徽省合肥市金寨路 96 号，230026
http://press.ustc.edu.cn

印刷　安徽省瑞隆印务有限公司

发行　中国科学技术大学出版社

经销　全国新华书店

开本　710 mm×960 mm　1/16

印张　22.25

字数　373 千

版次　2013 年 8 月第 1 版

印次　2013 年 8 月第 1 次印刷

定价　38.00 元

应用型本科教育数学基础教材
编　委　会

总　　序

1998年以来,出现了一大批以培养应用型人才为主要目标的地方本科院校,且办学规模日益扩大,已经成为我国高等教育的主体,为实现高等教育大众化作出了突出贡献.但是,作为知识与技能重要载体的教材建设没能及时跟上高等学校人才培养规格的变化,较长时间以来,应用型本科院校仍然使用精英教育模式下培养学术型人才的教材,人才培养目标和教材体系明显不对应,影响了应用型人才培养质量.因此,认真研究应用型本科教育教学的特点,加强应用型教材研发,是摆在应用型本科院校广大教师面前的迫切任务.

安徽省应用型本科高校联盟组织联盟内13所学校共同开展应用数学类教材建设工作,成立了“安徽省应用型高校联盟数学类教材建设委员会”,于2009年8月在皖西学院召开了应用型本科数学类教材建设研讨会,会议邀请了中国高等教育学著名专家潘懋元教授作应用型课程建设专题报告,研讨数学类基础课程教材的现状和建设思路.先后多次召开课程建设会议,讨论大纲,论证编写方案,并落实工作任务,使应用型本科数学类基础课程教材建设工作迈出了探索的步伐.

即将出版的这套丛书共计6本,包括《高等数学(文科类)》、《高等数学(工程类)》、《高等数学(经管类)》、《高等数学(生化类)》、《应用概率与数理统计》和《线性代数》,已在参编学校使用两届,并经过多次修改.教材明确定位于“应用型人才培养”目标,其内容体现了教学改革的成果和教学内容的优化,具有以下主要特点:

1. 强调“学以致用”.教材突破了学术型本科教育的知识体系,降低了理论深度,弱化了理论推导和运算技巧的训练,加强对“应用能力”的培养.

2. 突出“问题驱动”.把解决实际工程问题作为学习理论知识的出发点和落脚点,增强案例与专业的关联度,把解决应用型习题作为教学内容的有效补充.

3. 增加“实践教学”.教材中融入了数学建模的思想和方法,把数学应用软件

的学习和实践作为必修内容.

4. 改革“教学方法”.教材力求通俗表达,要求教师重点讲透思想方法,开展课堂讨论,引导学生掌握解决问题的精要.

这套丛书是安徽省应用型本科高校联盟几年来大胆实践的成果.在此,我要感谢这套丛书的主编单位以及编写组的各位老师,感谢他们这几年在编写过程中的付出与贡献,同时感谢中国科学技术大学出版社为这套教材的出版提供了服务和平台,也希望我省的应用型本科教育多为国家培养应用型人才.

当然,开展应用型本科教育的研究和实践,是我省应用型本科高校联盟光荣而又艰巨的历史任务,这套丛书的出版,用毛泽东同志的话来说,只是万里长征走完了第一步,今后任重而道远,需要大家继续共同努力,创造更好的成绩!

2013年7月

前　言

“高等数学”是高等院校理工类本科各专业的一门重要基础课程.通过本课程的教学,培养学生具有一定的逻辑推理能力、抽象思维能力、自学能力及综合运用所学知识分析和解决实际问题的能力,并逐步形成创新意识和应用意识,为后继专业课程的学习提供有力的数学基础.

为更好地培养具有较强的实践能力和创新意识的应用型人才,我们着手编写了本书.本书对高等数学的基本概念、基本理论和基本方法的阐述力求简明,详略得当,同时注重突出高等数学的基本思想在生化类学科中的应用.本书可作为生化类专业的高等数学教材,也可作为医学类专业的高等数学教材.

本书在编写中注意突出以下特点:

(1) 以“用”为标准,对教学内容进行适当取舍、扩充;通过适当的案例分析,展现建模的基本思想和过程,将数学建模思想渗透到教学内容中去.

(2) 书中的一些重要定理,如介值定理、链式法则等结论,虽然反映了最基本的数学规律,但为了便于读者接受,只给出直观原理解释或进行部分证明.书中尽量控制定理的数量和难度,以适应本书的既定任务.

(3) 本书力图把读者当成自己的朋友,用通俗、浅显的语言叙述、讨论深刻的道理.

本书由皖西学院金融与数学学院编写.学院高度重视这项工作,成立了教材编写小组,赵建中教授任组长,周本达、施明华任副组长,邵毅任主审,具体分工如下:赵建中(第 1 章)、施明华(第 2～4 章)、岳芹(第 5～6 章)、王东明(第 7 章)、顾大勇(第 8 章)、宣平(第 9 章)、周本达(第 10 章)、沈南山(附录)、傅传秀(习题).

在本书编写过程中,我们得到了巢湖学院院长祝家贵的关心和支持,以及中国科学技术大学出版社的大力协助;宿州学院院长陈国龙对本书进行了审校,并提出

了宝贵意见，在此一并感谢．另外，我们参考了国内外与高等数学相关的许多优秀著作，在此恕不一一列名致谢．由于编者水平有限，书中疏漏和错误在所难免，敬请各位专家、学者不吝赐教，欢迎读者朋友批评指正！

编　者

2013年3月

目　　次

第 1 章　极限与导数

在许多实际问题中，需要从数量上研究变量的变化速度. 如物体的运动速度、体温的变化率、化学反应速率及生物繁殖率等，所有这些在数学上都可归结为函数的变化率问题，即导数. 本章将通过对迅雷软件下载速度问题进行分析，引出高等数学中一个最重要的基本概念 —— 导数，通过建立求导数的运算公式和法则，从而解决有关变化率的计算问题.

1.1　如何测定速度

在中学我们研究了函数，函数的概念刻画了因变量随自变量变化的依赖关系，但是，对研究运动过程来说，仅知道变量之间的依赖关系是不够的，还需要进一步知道因变量随自变量变化的快慢程度，比如我国的卫星发射技术已进入世界先进行列，火箭升空过程中飞行速度的变化非常快，我们对它每时每刻的飞行速度都必须准确地把握，才能确保火箭准时进入预定的轨道. 但是对物体的瞬时速度很难给出精确定义，例如，人们常说某名运动员到达终点的速度是 10 m/s；某物体落地一瞬间的速度为 20 m/s；迅雷软件在某时刻的下载速度是 20 KB/s…… 这些结论是如何得出的呢？如果把时间定格在某一时刻来研究速度似乎是矛盾的事情，因为把时间定格在某一时刻时物体是静止的.

在本节我们将要通过牛顿微分学来研究这一问题，该方法回避了某一时刻的概念，采用一个包含该时刻的小时间段来研究该问题.

下面我们用案例来讲解这一思想，假定例子中给出的数据是真实有效的.

1.1.1　平均下载速度与瞬时下载速度

例 1.1.1　表 1.1.1 记录了某电脑用户迅雷软件的下载数据量.

表 1.1.1　每分钟数据下载量

时间(min)	1	2	3	4	5	6
数据量(MB)	1	16	36	64	100	144

在求平均下载速度之前，我们首先给出其定义.

> 设 $S(t)$ 为电脑在 t 时刻的下载量，则在区间 $a \leqslant t \leqslant b$ 内的平均下载速度 $\bar{V} = \dfrac{S(b) - S(a)}{b - a}$.

解　据此我们可得用户在 0 ～ 2 分钟时间段内的平均下载速度是 8 MB/min，在 2 ～ 4 分钟时间段内的平均下载速度为 24 MB/min，所以我们可称用户电脑在 2 ～ 4 分钟时间段内下载速度比 0 ～ 2 分钟时间段内要快.但是平均速度只能粗略地反映电脑的下载状态，并不能用来度量瞬时速度.我们取时间段 $[2, 2 + \Delta t]$ 以及 $[2 - \Delta t, 2]$，分别在这两个时间段上观测用户的平均下载速度，Δt（$\Delta t > 0$）代表区间的长度.如表1.1.2 所示，随 Δt 不断地减小，两个区间上的平均下载速度不断地接近，并且在精度为小数点后一位小数的情况下，我们可认为 2 分钟的瞬时下载速度为 16 MB/min.

表 1.1.2　平均下载速度

区间	[2,2.1]	[1.9,2]	[2,2.01]	[1.99,2]
平均下载速度(MB/min)	16.4	15.6	16.04	15.96
区间	[2,2.001]	[1.999,2]	[2,2.000 1]	[1.999 9,2]
平均下载速度(MB/min)	16.004	15.996	16.000 4	15.999 6

1.1.2　平均下载速度与瞬时下载速度图示

当电脑的下载速度为匀速的时候，下载总量关于时间的函数是一条直线，如图1.1.1 所示，$[a, b]$ 内的平均下载速度就是 a 点的瞬时下载速度也就是直线的斜

率.而电脑下载速度不稳定时，其总下载量关于时间的图像是曲线.例如，假定某次下载流量函数为 $S(t) = t^3 + 30t + 100$（t 为时间，单位：min；$S(t)$ 为下载总量，单位：KB），那么我们求 3 分钟时电脑瞬时下载速度的过程可用图1.1.2 ～ 1.1.5 来刻画.

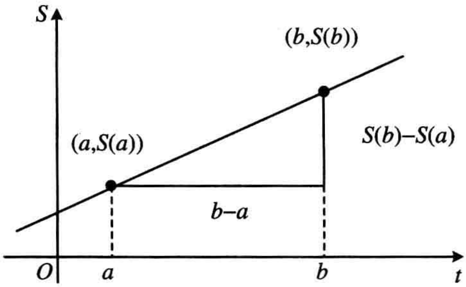


图 1.1.1

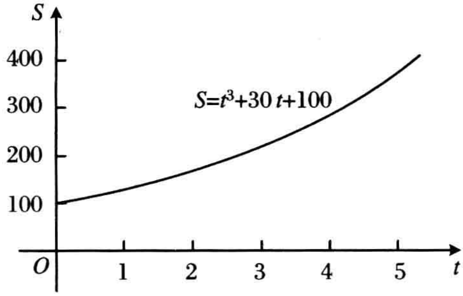


图 1.1.2

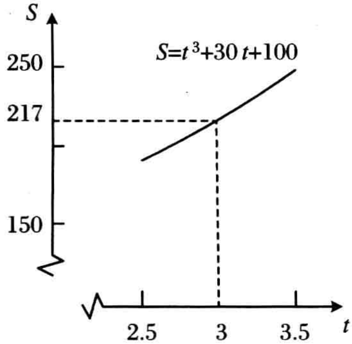


图 1.1.3

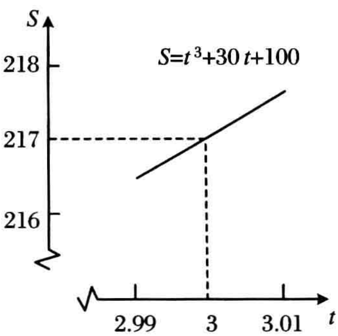


图 1.1.4

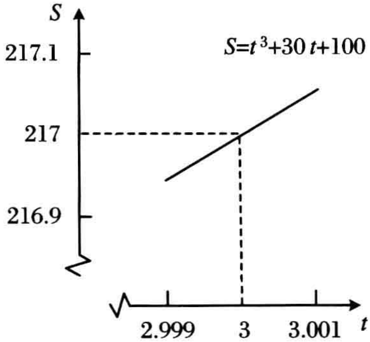


图 1.1.5

由图 1.1.2 ～ 1.1.5 可知，当包含 3 的时间段不断地缩小时，该时间段内的下载总量的函数越来越逼近一条直线，因此当时间段无限小时，我们可以把电脑在这一区间内的下载近似为定速下载，即可以用平均速度来代替这一时刻的瞬时速度.

1.1.3 由极限定义瞬时下载速度

从上面的分析知，当 $\Delta t \to 0$ 时区间 $[2, 2+\Delta t]$ 以及 $[2-\Delta t, 2]$ 上的平均下载速度无限地接近于 $t = 2$ 时的瞬时下载速度. 据此，我们利用极限可得任意时刻 $t = a$ 的瞬时下载速度.

> 设 $S(t)$ 为电脑在 t 时刻的数据下载量，则电脑在 $t = a$ 时刻的瞬时下载速度
>
> $$V|_{t=a} = \lim_{b \to a} \frac{S(b) - S(a)}{b - a} = \lim_{h \to 0} \frac{S(a+h) - S(a)}{h}$$

为解决瞬时速度问题，我们必须借助极限. 在学习完后面几节计算极限的方法后，我们再回头来研究速度的问题.

1.2 函数的极限

上一节通过求瞬时速度引出了极限的概念. 现在我们将注意力转向一般的极限，以及极限计算的数值方法和图形方法.

1.2.1 有限大极限

首先，我们来考察两个函数：$f(x) = \dfrac{x^2 - 4}{x - 2}$，$g(x) = \dfrac{x^2 - 5}{x - 2}$.

对于 $f(x) = \dfrac{x^2 - 4}{x - 2}$，我们给出其在点 2 附近的一些函数值，如表 1.2.1 和表 1.2.2 所示.

表 1.2.1

x	$f(x)$
1.9	3.9
1.99	3.99
1.999	3.999
1.999 9	3.999 9

表 1.2.2

x	$f(x)$
2.1	4.1
2.01	4.01
2.001	4.001
2.000 1	4.000 1

为方便描述，我们用 $x \to 2^-$ 表示 x 从 2 的左侧(即小于 2 的一侧)靠近 2. 从表 1.2.1 和图 1.2.1 我们均可得出结论：当 x 无限靠近 2 时($x<2$)，函数 $f(x)$ 的极限是 4，记为 $\lim\limits_{x \to 2^-} f(x) = 4$.

类似地，我们用 $x \to 2^+$ 表示 x 从 2 的右侧(即大于 2 的一侧)靠近 2. 由表 1.2.2 和图 1.2.1 可得：当 x 无限靠近 2 时($x>2$)，函数 $f(x)$ 的极限是 4，记为 $\lim\limits_{x \to 2^+} f(x) = 4$.

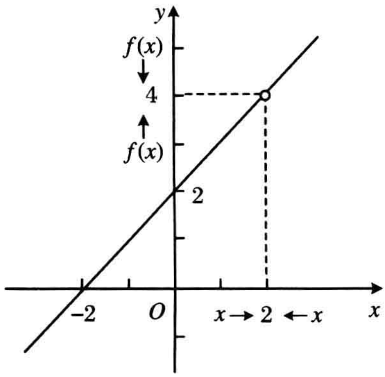


图 1.2.1

一般地，称 $\lim\limits_{x \to 2^-} f(x)$ 与 $\lim\limits_{x \to 2^+} f(x)$ 为单侧极限，因为 $\lim\limits_{x \to 2^-} f(x) = \lim\limits_{x \to 2^+} f(x) = 4$，故可称在 x 趋向 2 时，$f(x)$ 的极限为 4，记为 $\lim\limits_{x \to 2} f(x) = 4$.

通过上述分析，可见极限其实刻画了某点附近的性质，与该点真实的函数值无关，甚至与是否有定义也没有关联. 在实际计算中，我们常通过对函数表达式化简，以方便地得出极限值. 例如

$$\begin{aligned}\lim_{x \to 2} f(x) &= \lim_{x \to 2} \frac{x^2-4}{x-2} = \lim_{x \to 2} \frac{(x+2)(x-2)}{x-2} \\ &= \lim_{x \to 2}(x+2) = 4\end{aligned}$$

在上式求极限的过程中，我们约去了因子 $x-2$，因为 $x \to 2$ 但 $x \neq 2$，故 $x-2 \neq 0$.

下面我们再观察函数 $g(x) = \dfrac{x^2-5}{x-2}$ 在 x 靠近 2 时的情况.

由表 1.2.3、表 1.2.4 以及图1.2.2，我们可知

表 1.2.3

x	$g(x)$
1.9	13.9
1.99	103.99
1.999	1 003.999
1.999 9	10 003.999 9

表 1.2.4

x	$g(x)$
2.1	− 5.9
2.01	− 95.99
2.001	− 995.999
2.000 1	− 9 995.999 9

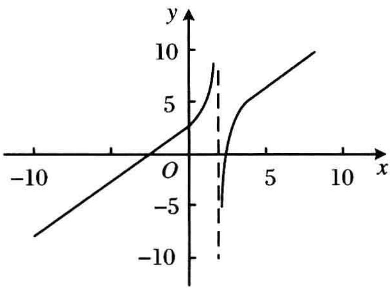


图 1.2.2

$$\lim_{x\to 2^-} g(x) \quad 与 \quad \lim_{x\to 2^+} g(x)$$

均不存在，因为 x 从 2 任意一侧靠近 2 时，$g(x)$ 不趋于任何数值，可表述为 x 趋向 2 时 $g(x)$ 的极限不存在，即 $\lim\limits_{x\to 2} g(x)$ 不存在.

通过上面两个函数的分析，我们可给出如下结论.

> 设函数 $f(x)$ 在 a 的两侧有定义，那么
> $$\lim_{x\to a} f(x) = L$$
> 表示当 x 充分靠近但不等于 a 时，$f(x)$ 的值无限接近一个确定的数值 L，且函数在某点极限存在，等价于在该点两侧极限均存在，即
> $$\lim_{x\to a} f(x) = L (L \in \mathbf{R}) \quad \Leftrightarrow \quad \lim_{x\to a^-} f(x) = \lim_{x\to a^+} f(x) = L$$

例 1.2.1 求 $\lim\limits_{x\to -3} \dfrac{3x+9}{x^2-9}$.

解 由图 1.2.3 可见，无论从 -3 的左侧还是右侧靠近 -3，$\dfrac{3x+9}{x^2-9}$ 均靠近 $-\dfrac{1}{2}$，因此 $\lim\limits_{x\to -3} \dfrac{3x+9}{x^2-9} = -\dfrac{1}{2}$.

例 1.2.2 求 $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{x}{|x|}$.

解 如图 1.2.4 所示，当 x 从 0 的左侧靠近 0 点时，$f(x) \to -1$；当 x 从 0 的右侧靠近 0 点时，$f(x) \to 1$. 因此 $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{x}{|x|}$ 不存在. 我们也可通过下面的方式计算：

$$\lim_{x\to 0^+} \frac{x}{|x|} = \lim_{x\to 0^+} \frac{x}{x} = 1 \quad （因为 x \to 0^+ 时，|x| = x）$$

$$\lim_{x\to 0^-} \frac{x}{|x|} = \lim_{x\to 0^-} \frac{x}{-x} = -1 \quad （因为 x \to 0^- 时，|x| = -x）$$

从而 $\lim\limits_{x\to 0^+} \dfrac{x}{|x|} \neq \lim\limits_{x\to 0^-} \dfrac{x}{|x|}$，因此 $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{x}{|x|}$ 不存在.