模块化学分制高职高专系列教材

数学应用基础

◎ 张永清 主编

山东大学出版社

数学应用基础

主　编　张永清
编　者　李新民　董会龙　朱瑞丽

山东大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

数学应用基础/张永清主编.—济南:山东大学出版社,2009.10
(模块化学分制高职高专系列教材)
ISBN 978-7-5607-3978-6

Ⅰ.数…
Ⅱ.张…
Ⅲ.高等数学—高等学校:技术学校—教材
Ⅳ.O13

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2009)第 188803 号

山东大学出版社出版发行
(山东省济南市山大南路 27 号 邮政编码:250100)
山 东 省 新 华 书 店 经 销
莱芜市圣龙印务有限责任公司印刷
787×1092 毫米 1/16 9.25 印张 209 千字
2009 年 10 月第 1 版 2009 年 10 月第 1 次印刷
定价:18.00 元

序

为了认真贯彻教育部《关于全面提高高等职业教育教学质量的若干意见》(教高[2006]16号)的文件精神，继续推进高等职业教育改革，培养学生的综合职业素质和终身学习能力，我们组织编写了这套“模块化、学分制高职高专系列校本教材”。本教材是以教育部颁布的《高职高专各专业教学指导方案》为依据，以探索实施“学分制和弹性学制”的指导思想、课程体系与结构为思路，结合山东省职业教育与成人教育“十一五”规划重点立项课题《职业院校模块化、学分制校本教材的研究与开发》的实践研究和参编教师在课程模式改革中的具体经验及体会编写而成。

本教材的宗旨是为高职高专各专业教学提供一个公共平台知识模块，以便于学生在此基础上再进一步学习相关专业的专业模块知识。本教材的结构设置共分为三大模块，即基础知识模块、实践技能模块和选学知识模块。本教材在内容取舍上遵循以服务为宗旨、以就业为导向、以培养学生综合职业能力为本位的原则，突出实用型和技能型人才的培养，力争使教学内容更加适应于社会、行业、岗位的需求，更加切合学生学习和掌握职业技能的实际。

我们在编写过程中力图贯彻教材的思想性、科学性、适用性、实用性和创新性原则，并能体现职业教育的三个“零距离”对接：加大教学改革力度，实现课堂教学与就业岗位“零距离”对接；强化实践教学环节，努力构建“仿真”或“全真”教学，实现与职业工作环境的“零距离”对接；加强工学结合、顶岗实习的规范性和内涵建设，实现毕业生就业的“零距离”对接。因此，我们强调教材内容不要过专，学科体系不要过细，以保证必知、必会内容为基础；突出“做中学、做中教”的职业教育特点；符合专业培养目标和课程教学基本要求，并与时俱进，有所发展。本教材的特点突出，图、文、表并茂，易学、易懂、易会。我们希望能帮助学生掌握学习方法，自觉学习，使教材更具有适用性和实用性。

本教材力求编写格局统一，并能体现以目标教学为主的教学模式，融入知识、技能、态度三项目标要求，以便于在教学中目标明确、重点突出。学习内容之后有目标检测题，有助于师生在教学活动中及时测评。教材最后还附有学科课程教学基本要求和学时分配表，以供在教学中参照使用和计算学时、学分之用。

本教材在编写过程中受到了上级主管部门领导的全力支持，得到了有关专家和同行的精心指导与协助，在此深表谢意！同时还要感谢各位主编和学科课程组各位同事的通力协作和共同努力。

张琳毅

2009年8月

前　言

本书是数学应用的基础教材，其主要内容包括集合、函数、平面向量、数列（必修），统计（选修）. 必修为基础内容，选修仅供部分学生选用. 书后附有随机数表，供选修"统计"的学生查看。

本教材具有下列特色：

一、为后续的数学课程和专业课程提供必要的数学基础应用知识，进一步提高学生的数学素质.

二、以"贴近学生，贴近实际，贴近专业"为指导思想，真正体现了"以应用为目的，以必须够用为度"的原则.

三、根据目前职业学校生源的现状，考虑学生实际基础相对差、起点低的特点，在体系上突出了数学课程的循序渐进、由浅入深的特点，在内容上删除了部分理论证明，强调了应用和计算.

四、通过学习本课程，培养学生的抽象思维能力、概括问题能力、逻辑推理能力和自学能力，还特别注意培养学生的运算能力、运用所学知识分析和解决实际问题的能力.

本教材作为初中起点五年制高职护理、助产、康复、中西医结合、口腔工艺、药剂、家政卫生服务等相关医学专业学生的公共基础理论应用课教材.

本教材编写过程中，作者参考了现行的高中、高职教材，引用了部分相关资料，在此恕不一一列出，特向有关编者表示感谢. 本书的编写得到了菏泽家政职业学院各级领导的大力支持和鼎力协助，在此一并表示感谢.

由于时间仓促，加之编者水平有限，书中疏漏和不当之处在所难免，恳请广大读者批评指正.

编　者

2009 年 5 月

菏泽家政职业学院教学改革领导小组

组　长　赵汝坤

副组长　时念新

成　员　赵汝坤　时念新　单长清

董会龙　葛洪岩

菏泽家政职业学院教材建设委员会

主任委员　时念新

副主任委员　单长清　董会龙

委　　员　时念新　单长清　董会龙　葛洪岩

张翠莲　李　林　朱启梅　王黎英

尘学兰　石彦民　李新民　李保勤

目 录

第 1 章 集 合 …… (1)

第 1 节 集合的含义与表示 …… (1)
第 2 节 集合间的基本关系 …… (4)
第 3 节 集合的基本运算 …… (6)
第 4 节 集合元素的个数 …… (10)
复习参考题一 …… (12)

第 2 章 函 数 …… (17)

第 1 节 映射 …… (17)
第 2 节 函数的概念 …… (19)
第 3 节 函数的基本性质 …… (27)
第 4 节 指数 …… (32)
第 5 节 指数函数 …… (36)
第 6 节 对数 …… (40)
第 7 节 对数函数 …… (45)
第 8 节 函数的应用举例 …… (47)
第 9 节 实习作业 …… (51)
复习参考题二 …… (54)

第 3 章 平面向量 …… (64)

第 1 节 向量的概念 …… (64)
第 2 节 向量的加法 …… (68)
第 3 节 向量的减法 …… (71)
第 4 节 实数与向量的积 …… (73)
第 5 节 向量的应用 …… (76)
复习参考题三 …… (81)

第 4 章 数 列 ………………………………………………………… (86)

第 1 节 数列的概念 ………………………………………………… (86)
第 2 节 等差数列 ……………………………………………………… (88)
第 3 节 等差数列的前 n 项和 ……………………………………… (91)
第 4 节 等比数列 ……………………………………………………… (93)
第 5 节 等比数列的前 n 项和 ……………………………………… (95)
复习参考题四 …………………………………………………………… (98)

第 5 章 统 计 ………………………………………………………… (106)

第 1 节 随机抽样 ……………………………………………………… (107)
第 2 节 用样本估计总体 ……………………………………………… (112)
复习参考题五 …………………………………………………………… (126)

附 录 ………………………………………………………………… (132)

数学教学基本要求 …………………………………………………… (135)

第1章

集 合

集合是现代数学的基本语言，可以简洁、准确地表达数学内容. 在本章，我们将学习集合的一些基本知识，用集合语言表示有关数学对象，解决一些生活中遇到的实际问题，并为第 2 章运用集合描述函数做准备.

学习目标

1. 初步理解集合的概念，并熟记关于集合的常用符号.

2. 初步了解"属于"关系的意义.

3. 能判断一些对象能否构成集合，能正确使用列举法和描述法表示集合.

4. 初步了解空集的意义.

5. 理解属于、包含、相等关系的含义，能用正确的符号表示集合与集合、集合与元素间的关系.

6. 能正确进行集合运算(求并、交、补).

7. 能运用集合的方法解决生活中遇到的实际问题.

第 1 节　集合的含义与表示

1. 概念

在小学和初中数学中，我们曾经接触过集合，例如，自然数的集合，有理数的集合，正数的集合，负数的集合，不等式 $2x-1>5$ 的解的集合，到一条线段的两个端点距离相等的点的集合(即这条线段的垂直平分线)……

那么，集合的含义是什么呢？我们再来看下面的例子：

(1)山东菏泽卫生学校 2009 年 9 月所有新入学的学生；

(2)我国从 1999～2008 年十年内所发射的所有"神舟"飞船；

(3)1～20 以内的所有质数；

(4)所有的三角形；

(5)方程 $x^2+3x-2=0$ 的所有的实数根；

(6)中华人民共和国所有的省、市、自治区、直辖市和特别行政区的全体.

例(1)中,我们把2009年9月份山东菏泽卫生学校新入学的每个同学作为元素,这些元素的全体就是一个集合;在例(2)中把我国从1999～2008年十年内所发射的从"神舟"一号到"神舟"七号每个飞船作为元素,这些元素的全体也是一个集合.

一般地,我们把研究的对象称为元素,把一些元素集在一起就称为一个**集合**,也简称**集**.

集合中的元素必须是确定的.这就是说,给定一个集合,任何一个元素是不是这个集合的元素也就确定了.例如,"地球上的四大洋",它只有太平洋、大西洋、印度洋、北冰洋四个元素,其他对象都不是它的元素.又如,"我国的小河流""个子较高的人"就不能组成一个集合,因为组成它的对象是不确定的.

集合中的元素又是互异的.这就是说,集合中的元素不重复出现.

集合中的元素在集合中的排列是没有先后顺序的.只要构成两个集合的元素是一样的,先后排列顺序尽管不同,我们可以说这两个集合是同一个集合.

【想一想】 例(3)到(6)也能组成集合吗?它们的元素分别是什么?归纳总结这些例子,你能说出它们的共同特征吗?下列元素的全体是否组成集合?并说明理由:所在班级内肤色较白的所有同学;我国的四大江河.

我们通常用大写拉丁字母A、B、C、…表示集合,用小写拉丁字母a、b、c、…表示集合中的元素.

2.常用的数集及其描述法

全体非负整数的集合通常简称非负整数集(或自然数集),记作$\mathbf{N}$;

非负整数集内排除0的集,称正整数集,表示成$\mathbf{N}^*$或$\mathbf{N}_+$;

全体整数的集合通常简称整数集,记作$\mathbf{Z}$;

全体有理数的集合通常简称有理数集,记作$\mathbf{Q}$;

全体实数的集合通常简称实数集,记作$\mathbf{R}$.

如果元素a是集合A的元素,就说a属于集合A,记作$a\in A$;如果a不是集合A的元素,就说a不属于集合A,记作$a\notin A$.

例如,我们用A表示"1～20以内的所有质数"组成的集合,则有$2\in A$,$4\notin A$,等等.

从上面的例子可以看到,我们可以用自然语言描述一个集合.除此之外,我们还可以用什么方法表示集合呢?

(1)列举法:我们把"地球上的四大洋"组成的集合表示为{太平洋,大西洋,印度洋,北冰洋},把"方程$(x-1)(x+1)=0$的所有实数根"组成的集合表示为$\{-1,1\}$.像这样把集合中的元素一一列举出来,并用大括号"{ }"括起来表示集合的方法称为**列举法**.

例如,由方程$x^2=1$的所有的解组成的集合,可以表示为$\{-1,1\}$.

【例1】 用列举法表示下列集合:

(1)小于10的所有自然数表示的集合;

(2)方程$x^2=x$的所有实数根组成的集合.

解:(1)设小于10的所有自然数组成的集合为A,那么

$$A=\{0,1,2,3,4,5,6,7,8,9\}.$$

由于集合的元素具有无顺序性,因此集合A可以有不同的表示方法.例如

$$A=\{9,8,7,6,5,4,3,2,1,0\},\cdots\cdots$$

(2)设方程 $x^2=x$ 的所有实数根组成的集合为 B,那么

$$B=\{0,1\}\text{或 }B=\{1,0\}.$$

【想一想】 你能用其他方法描述集合$\{1,3,5,7,9\}$吗?你能用列举法表示不等式 $x-3<7$ 解的集合吗?

(2)描述法:我们不能用列举法表示 $x-3<7$ 的解集,因为这个集合中的元素是列举不完的.但是,我们可以用这个集合中元素所具有的共同特征来描述它.

例如,不等式 $x-3<7$ 的解集中所含元素的共同特征是 $x\in\mathbf{R}$,且 $x-3<7$,即 $x<10$,所以我们把这个集合表示为

$$D=\{x\in\mathbf{R}\mid x<10\}.$$

本例中,$x\in\mathbf{R}$ 是明确的,这个集合也可以表示为$\{x\mid x<10\}$.

又如,所有直角三角形的集合,可以表示为$\{x\mid x\text{是直角三角形}\}$或$\{\text{直角三角形}\}$.其中"直角三角形"是这个集合每个元素 x 的共同特征.

用集合所含元素的共同特征表示集合的方法称为**描述法**.

再看一个例子,由方程 $x^2+1=0$ 的所有实数解组成的集合,可以表示为

$$\{x\in\mathbf{R}\mid x^2+1=0\}\text{或}\{x\mid x^2+1=0\}.$$

这个集合是没有元素的.

一般地,我们把不含任何元素的集合叫做空集,记作$\varnothing$.

【想一想】 你能举出几个空集的例子吗?

【例 2】 试分别用列举法和描述法表示下列集合:

(1)方程 $x^2-2=0$ 的所有实数根组成的集合;

(2)由大于 10 小于 20 的所有整数组成的集合.

解:(1)设方程 $x^2-2=0$ 的实数根为 x,且满足条件 $x^2-2=0$,因此用描述法表示为

$$A=\{x\in\mathbf{R}\mid x^2-2=0\},\text{或 }A=\{x\mid x^2-2=0\}.$$

方程 $x^2-2=0$ 有两个实数根$-\sqrt{2}$,$\sqrt{2}$,因此用列举法表示为

$$A=\{-\sqrt{2},\sqrt{2}\}.$$

(2)设大于 10 小于 20 的所有整数为 x,它满足条件 $x\in\mathbf{Z}$,且 $10<x<20$,因此用描述法表示为

$$B=\{x\in\mathbf{Z}\mid 10<x<20\},\text{或 }B=\{x\mid 10<x<20,x\in\mathbf{Z}\}.$$

大于 10 小于 20 的整数有 11,12,13,14,15,16,17,18,19,因此用列举法表示为

$$B=\{11,12,13,14,15,16,17,18,19\}.$$

(3)韦恩图法:为了形象地表示集合,我们常常画一条封闭的曲线,用它的内部来表示一个集合.这个方法称为**韦恩图法**(也叫文氏图法).

John Venn(约翰·韦恩)是 19 世纪英国的哲学家和数学家,他在 1881 年发明了韦恩图.

例如,图 1-1 表示任意一个集合 A,图 1-2 表示集合$\{1,2,3,4,5\}$.

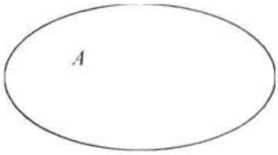

图 1-1

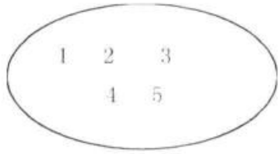

图 1-2

【想一想】

(1)结合上述实例,试比较用自然语言、列举法和描述法表示集合时各自的特点和使用的对象.

(2)举出几个集合的例子,并分别用自然语言、列举法、描述法和韦恩图法表示出来.

练习题

1. (口答)说出下面集合中的元素:

(1){大于 3 小于 11 的偶数};

(2){平方等于 4 的数};

(3){15 的约数}.

2. 用符号$\in$或$\notin$填空:

(1)设 A 为所有亚洲国家组成的集合,则,中国________A,美国________A,印度________A,英国________A;

(2)若 $A=\{x \mid x^2=x\}$,则-1 ________ A.

3. 用适当的方法表示下列集合:

(1)由大于 10 的所有自然数组成的集合;

(2)由 24 与 30 的所有公约数组成的集合;

(3)方程 $x^2-4=0$ 的解的集合;

(4)你所在班级所有同学组成的集合.

4. 用适当的方法表示下列集合:

(1)由 4 与 6 的所有公倍数组成的集合;

(2)所有正偶数组成的集合;

(3)方程 $x^2-9=0$ 的解的集合;

(4)不等式 $3x-6<0$ 的解集.

第 2 节　集合间的基本关系

观察下面几个例子,你能发现两个集合之间的关系吗?

(1)$A=\{1,2,3\}$,$B=\{1,2,3,4,5\}$;

(2)设 A 为某卫校某专业某班级的全体女生组成的集合,B 为这个班级全体学生组成的集合.

可以发现,在(1)中,集合 A 的任何一个元素都是集合 B 的元素,这时,我们说集合 A 与集合 B 有包含关系.(2)中,集合 A 与集合 B 也有这种关系.

一般地,对于两个集合 A 与 B,如果集合 A 的任何一个元素都是集合 B 的元素,我们就说集合 A 包含于集合 B,或集合 B 包含集合 A,记作 $A\subseteq B$(或 $B\supseteq A$),读作"A 包含于 B"(或"B 包含 A").这时我们也说集合 A 是集合 B 的子集.

若集合 A 不包含于集合 B,或集合 B 不包含集合 A,则记作 $A\not\subseteq B$(或 $B\not\supseteq A$).

我们规定:空集是任何集合的子集.也就是说,对于任何一个集合 A,有 $\varnothing\subseteq A$.

再看集合与集合之间的"相等"关系.设 $A=\{x\mid x^2-1=0\}$,$B=\{-1,1\}$,可知集合 A 与集合 B 的元素是相同的,我们就说"集合 A 等于集合 B".

【想一想】 你能举出几个具有包含关系、相等关系的集合的实际例子吗?

一般地,对于两个集合 A 与 B,如果集合 A 的任何一个元素都是集合 B 的元素,同时集合 B 的任何一个元素都是集合 A 的元素,我们就说集合 A 等于集合 B,记作 $A=B$.

由集合的"包含"与"相等"的关系,可以得出下面的结论:对于任何一个集合 A,因为它的任何一个元素都属于集合 A 本身,所以 $A\subseteq A$,也就是说,任何一个集合是它本身的子集.

我们常常涉及"真正的子集"的问题.对于两个集合 A 与 B,如果 $A\subseteq B$,并且 B 中至少有一个元素不属于 A,我们就说集合 A 是集合 B 的真子集,记作 $A\subsetneqq B$(或 $B\supsetneqq A$),读作"A 真包含于 B"(或"B 真包含 A").用图形表示如图 1-3.

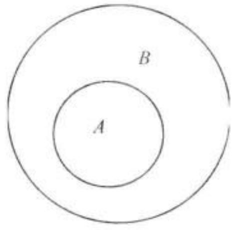

图 1-3

显然,空集是任何非空集合的真子集.

容易知道,对于集合 A,B,C,如果 $A\subseteq B$,$B\subseteq C$,那么 $A\subseteq C$.事实上,设 x 是集合 A 的任意一个元素,因为 $A\subseteq B$,所以 $x\in B$,又因为 $B\subseteq C$,所以 $x\in C$,从而 $A\subseteq C$.

同样可知,对于集合 A,B,C,如果 $A\subsetneqq B$,$B\subsetneqq C$,那么 $A\subsetneqq C$.

对于集合 A,B,如果 $A\subseteq B$,同时 $B\subseteq A$,那么 $A=B$.

【想一想】 与实数中的结论"若 $a\geqslant b$,且 $b\geqslant a$"相类比,你有什么体会?

【例 1】 写出集合 $\{a,b\}$ 的所有的子集,并指出其中哪些是它的真子集.

解:集合 $\{a,b\}$ 的所有的子集是 $\varnothing$,$\{a\}$,$\{b\}$,$\{a,b\}$,其中 $\varnothing$,$\{a\}$,$\{b\}$ 是 $\{a,b\}$ 的真子集.

【例 2】 把不等式 $2x-3<5$ 的解用集合表示出来,并化简.

解:$\{x\mid 2x-3<5\}=\{x\mid 2x<8\}=\{x\mid x<4\}$,

原不等式的解集是 $\{x\mid x<4\}$.

练习题

1. 写出集合$\{a,b,c\}$的所有的子集.

2. 用适当的符号($\in$、$\notin$、$=$、$\supsetneqq$、$\subsetneqq$)填空：

(1)a ________ $\{a\}$；

(2)a ________ $\{a,b,c\}$；

(3)d ________ $\{a,b,c\}$；

(4)$\{a\}$ ________ $\{a,b,c\}$；

(5)$\{a,b\}$ ________ $\{b,a\}$；

(6)$\{3,5\}$ ________ $\{1,3,5,7\}$；

(7)$\{2,4,6,8\}$ ________ $\{2,8\}$；

(8)$\varnothing$ ________ $\{1,2,3\}$.

3. 判断下列两个集合之间的关系：

(1)$A=\{1,2,4\}$,$B=\{x|x$ 是 8 的约数$\}$；

(2)$A=\{x|x=3k,k\in \mathbf{N}\}$,$B=\{x|x=6z,z\in \mathbf{N}\}$；

(3)$A=\{x|x$ 是 4 与 10 的公倍数$\}$,$B=\{x|x=20m,m\in \mathbf{N}^+\}$；

(4)$A=\{x|x$ 是中国的县级以上的城市$\}$,$B=\{x|$中国的特别行政区$\}$.

第 3 节　集合的基本运算

实数例有加法运算,那么类比实数的加法运算,集合是否也可以“相加”呢?

考察下列两例,你能说出集合 C 与集合 A、B 之间的关系吗?

(1)$A=\{1,3,5\}$,$B=\{2,4,6\}$,$C=\{1,2,3,4,5,6\}$；

(2)$A=\{x|x$ 是有理数$\}$, $B=\{x|x$ 是无理数$\}$, $C=\{x|x$ 是实数$\}$.

1. 并集

在上述两个问题中,集合 A、B 与集合C 之间具有这样一种关系:集合 C 是由所有属于集合A 或属于集合B 的元素组成的.

一般地,由所有属于集合 A 或属于集合 B 的元素所组成的集合,叫做 A 与 B 的并集,记作 $A\cup B$(读作“A 并 B”),即 $A\cup B=\{x|x\in A$ 或 $x\in B\}$.

可用韦恩图表示,如图 1-4(阴影部分).

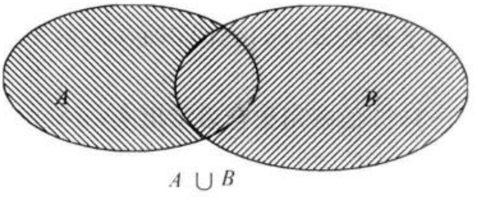

图 1-4

这样，在前述例子(1)(2)中，集合 A 与 B 的并集是 C，即 $A\cup B=C$.

【例 1】 设 $A=\{4,5,6,8\}$，$B=\{3,5,7,8\}$，求 $A\cup B$.

解：$A\cup B=\{4,5,6,8\}\cup\{3,5,7,8\}=\{3,4,5,6,7,8\}$.

注意，集合中的元素是没有重复现象的，在两个集合的并集中，原两个集合的公共元素只能出现一次，不要写成 $A\cup B=\{3,4,5,5,6,7,8,8\}$.

【例 2】 设 $A=\{x|-1<x<2\}$，$B=\{x|1<x<3\}$，求 $A\cup B$.

解：$A\cup B=\{x|-1<x<2\}\cup\{x|1<x<3\}=\{x|-1<x<3\}$.

【例 3】 设 $A=\{x|x$ 是锐角三角形$\}$，$B=\{x|x$ 是钝角三角形$\}$，求 $A\cup B$.

解：$A\cup B=\{x|x$ 是锐角三角形$\}\cup\{x|x$ 是钝角三角形$\}=\{x|x$ 是斜三角形$\}$.

【想一想】 下列关系成立吗？

(1)$A\cup A=A$；

(2)$A\cup\varnothing=A$.

2. 交集

考察下面的问题，你能说出集合 C 与集合 A、B 之间的关系吗？

(1)$A=\{2,4,6,8,10\}$，$B=\{3,5,8,12\}$，$C=\{8\}$；

(2)$A=\{x|x$ 是菏泽卫生学校 2009 年 9 月在校的女同学$\}$，$B=\{x|x$ 是菏泽卫生学校 2009 年 9 月在校的一年级同学$\}$，$C=\{x|x$ 是菏泽卫生学校 2009 年 9 月在校的一年级女同学$\}$.

我们看到，在上述问题中，集合 C 是由既属于集合 A 且属于集合 B 的所有元素组成的.

一般地，由所有属于集合 A 且属于集合 B 的元素所组成的集合，叫做 A 与 B 的交集，记作 $A\cap B$(读作“A 交 B”)，即 $A\cap B=\{x|x\in A$，且 $x\in B\}$.

可用韦恩图表示，如图 1-5(阴影部分).

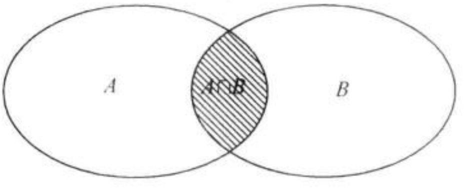

图 1-5

【想一想】 下列关系成立吗？

(1)$A\cap A=A$；

(2)$A\cap\varnothing=\varnothing$.

【例 4】 山东菏泽家政职业学院开运动会，设 $A=\{x|x$ 是山东菏泽家政职业学院护理系参加百米赛跑的同学$\}$，$B=\{x|x$ 是山东菏泽家政职业学院护理系参加跳高比赛的同学$\}$，求 $A\cap B$.

解：$A\cap B$ 就是山东菏泽家政职业学院护理系中那些既参加百米赛跑又参加跳高比赛的同学组成的集合. 所以，$A\cap B=\{x|x$ 是山东菏泽家政职业学院护理系既参加百米

赛跑又参加跳高比赛的同学}.

【例5】 设 $A=\{x|x>-2\}$，$B=\{x|x<3\}$，求 $A\cap B$.

解：$A\cap B=\{x|x>-2\}\cap\{x|x<3\}=\{x|-2<x<3\}$.

【例6】 设 $A=\{x|x$ 是等腰三角形$\}$，$B=\{x|x$ 是直角三角形$\}$，求 $A\cap B$.

解：$A\cap B=\{x|x$ 是等腰三角形$\}\cap\{x|x$ 是直角三角形$\}=\{x|x$ 是等腰直角三角形$\}$.

【例7】 设 $A=\{(x,y)|y=-4x+6\}$，$B=\{(x,y)|y=5x-3\}$，求 $A\cap B$.

解：
$$\begin{aligned}A\cap B&=\{(x,y)|y=-4x+6\}\cap\{(x,y)|y=5x-3\}\\&=\left\{(x,y)\ \middle|\ \begin{cases}y=-4x+6\\y=5x-3\end{cases}\right\}\\&=\{(1,2)\}.\end{aligned}$$

注意，本题中 (x,y) 可以看做直线上的点的坐标，也可以看做二元一次方程的一个解.

形如 $2n(n\in\mathbf{Z})$ 的整数叫做偶数，形如 $2n+1(n\in\mathbf{Z})$ 的整数叫做奇数. 全体奇数的集合简称奇数集，全体偶数的集合简称偶数集. 看下面的例子.

【例8】 已知 A 为奇数集，B 为偶数集，Z 为整数集，求 $A\cap B$，$A\cap Z$，$B\cap Z$，$A\cup B$，$A\cup Z$，$B\cup Z$.

解：$A\cap B=\{$奇数$\}\cap\{$偶数$\}=\varnothing$，$A\cap Z=\{$奇数$\}\cap Z=\{$奇数$\}=A$，$B\cap Z=\{$偶数$\}\cap Z=\{$偶数$\}=B$，$A\cup B=\{$奇数$\}\cup\{$偶数$\}=Z$，$A\cup Z=\{$奇数$\}\cup Z=Z$，$B\cup Z=\{$偶数$\}\cup Z=Z$.

3. 全集与补集

在研究问题时，我们经常需要确定研究对象的范围.

例如，从小学到初中，数的研究范围逐步地从自然数到正分数，再到有理数，引进无理数后，数的研究范围扩充到实数.

在不同范围研究同一个问题，可能有不同的结果. 例如方程 $(x-2)(x^2-2)=0$ 的解集，在有理数范围内只有一个解，即 $\{x\in\mathbf{Q}|(x-2)(x^2-2)=0\}=\{2\}$；在实数范围内有三个解 $2,-\sqrt{2},\sqrt{2}$，即 $\{x\in\mathbf{R}|(x-2)(x^2-2)=0\}=\{2,-\sqrt{2},\sqrt{2}\}$.

一般地，如果一个集合含有所研究问题中涉及的所有元素，那么就称这个集合为全集，通常记作 U.

例如，在实数范围内讨论问题时，可以把实数集 $\mathbf{R}$ 看做全集 U，那么，有理数集和无理数集的元素都在全集 U 中.

对于一个集合 A，由全集 U 中不属于集合 A 的所有元素组成的集合称为集合 A 相对于全集 U 的补集，简称为集合 A 的补集，记作 $\complement_U A$，即 $\complement_U A=\{x|x\in U$，且 $x\notin A\}$.

可用韦恩图表示，如图 1-6(图中非阴影部分).

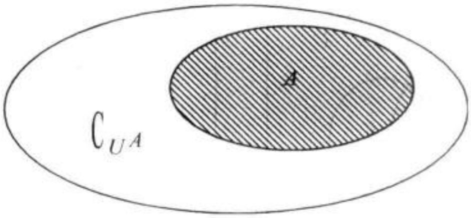

图 1-6

例如，如果 $U=\mathbf{R}=\{$实数$\}$，$A=\{$有理数$\}$，那么 $\complement_U A=\{$无理数$\}$.

【例 9】 设 $U=\{1,2,3,4,5,6,7,8\}$，$A=\{3,4,5\}$，$B=\{4,7,8\}$，求 $\complement_U A$，$\complement_U B$，$(\complement_U A)\cap(\complement_U B)$，$(\complement_U A)\cup(\complement_U B)$.

解：$\complement_U A=\{1,2,6,7,8\}$，$\complement_U B=\{1,2,3,5,6\}$，$(\complement_U A)\cap(\complement_U B)=\{1,2,6\}$，$(\complement_U A)\cup(\complement_U B)=\{1,2,3,5,6,7,8\}$.

以上我们学习了集合的并、交和补运算，现总结如下：

由交集定义容易知道，对于任何集合 A、B，有

$$A\cap A=A,A\cap\varnothing=\varnothing,A\cap B=B\cap A.$$

由并集定义容易知道，对于任何集合 A、B，有

$$A\cup A=A,A\cup\varnothing=A,A\cup B=B\cup A.$$

由补集定义容易知道，对于全集 U 和它的子集 A，有

$$\complement_U(\complement_U A)=A,\complement_U\varnothing=U,\complement_U U=\varnothing.$$

练习题

1. 设 $A=\{3,5,6,8\}$，$B=\{4,5,7,8\}$.

(1)求 $A\cap B$，$A\cup B$；

(2)用适当的符号($\supsetneqq$，$\subsetneqq$)填空：$A\cap B$ ________ A，B ________ $A\cap B$，$A\cup B$ ________ A，$A\cup B$ ________ B，$A\cap B$ ________ $A\cup B$.

2. 设 $A=\{x|x<5\}$，$B=\{x|x\geqslant 0\}$，求 $A\cap B$.
3. 设 $A=\{x|x$ 是锐角三角形$\}$，$B=\{x|x$ 是钝角三角形$\}$，求 $A\cap B$.
4. 设 $A=\{x|x>-2\}$ ，$B=\{x|x\geqslant 3\}$，求 $A\cup B$.
5. 设 $A=\{x|x$ 是平行四边形$\}$，$B=\{x|x$ 是矩形$\}$，求 $A\cup B$.
6. 设 $A=\{(x,y)|3x+2y=1\}$，$B=\{(x,y)|x-y=2\}$，$C=\{(x,y)|2x-2y=3\}$，求 $A\cap B$，$B\cap C$.
7. 设 $U=\{x|x$ 是小于 9 的正整数$\}$，$A=\{1,2,3\}$，$B=\{3,4,5,6\}$，求 $A\cap B$，$\complement_U(A\cap B)$.
8. 图中 U 是全集，A、B 是 U 的两个子集，用阴影表示图下的运算结果.