

測圓海鏡細草

二



測圓海鏡細草

二

李治撰

中華書局

叢書集成初編

測圓海鏡細草 二冊

中華書局出版發行

(北京王府井大街三十六號)

秦皇島市資料印刷廠印刷

一九八五年北京新一版

開本：七八七乘二〇九三毫米三十二分之一

統一書號：一七〇一八·一五一

測圓海鏡細草卷第六

翰林學士知制誥同修國史錢城李治撰

大勾一十八間

或問乙從東門直行一十六步甲從乾隅東行三百二十步望乙與城參相直問荅同前。
法曰甲東行內減二之乙南行復以乘甲東行爲實四之甲東減內減二之乙東行爲從四益隅得半徑。

草曰立天元一爲半徑以二之加乙東行得 $\frac{16}{2}$ 爲中勾以中勾減於甲東行得 $\frac{16}{2}$ 爲勾率也其天元半徑卽股率也置甲東行爲大勾以股率乘之得 $\frac{16}{2}$ 合以勾率除之不受除便以此爲大股內帶勾率再置天元以二之以勾率乘之得 $\frac{16}{2}$ 減於大股餘 $\frac{16}{2}$ 爲股圓差於上內有勾率又以二之天元減甲東行得 $\frac{16}{2}$ 爲小差以乘上位得 $\frac{16}{2}$ 爲半段黃方畧內有勾率寄左然後以天元自之又以勾率乘之又就分倍之得 $\frac{16}{2}$ 爲同數與左相消得 $\frac{16}{2}$ 開平方得一百二十步倍之卽城徑也合問。

或問乙出東門南行三十步而立甲從乾隅東行三百二十步望乙與城參相直問荅同前。

法曰。甲乙相乘。爲實。甲東行。爲從。二虛法。平開。得半徑。

草曰。識別具見大股第二問中。立天元爲半徑。內減乙南行。得 ㊀ 。爲虛股。以乘通勾甲東行。得 ㊁ 。爲半段城徑。寄左。然後以天元自之。又就分二之。得二。爲同數。與左相消。得 ㊂ 。開平方。得一百二十步。倍之。卽城徑也。合問。

或問乙出南門。直行一百三十五步而立。甲從乾隅。東行三百二十步。望見乙。問荅同前。

法曰。以乙南行。乘甲東行。爲實。二之乙南行。乘甲東行。爲從方。廉空。二步常法。得半徑。

草曰。立天元一爲半城徑。以二之。加於乙南行。得 ㊃ 。爲股率。以天元減甲東行。得 ㊄ 。爲勾率。乃置乙南行。以勾率乘之。得 ㊅ 。合股率除。不除。便以此爲小勾。此卽半梯之頭。內帶股率分母。又以勾率乘之。得 ㊆ 。爲半徑。寄左。乃以股率乘天元。得 ㊇ 。

爲同數。與左相消。得 ㊈ 。開立方。得一百二十步。倍之。卽城徑也。合問。

或問乙出南門。東行七十二步。甲從西北隅。取直東行三百二十步。見乙。問荅同前。

法曰。二行相乘。爲實。以乙東行。爲從。一步常法。得半徑。

草曰。立天元一爲半城徑。以減甲東行步。得 ㊉ 。爲梯底。以乙東行七十二步爲梯頭。以乘之。得 ㊊ 。爲半徑。寄左。然後以天元乘與左相消。得 ㊋ 。以平方開之。得一百二

十步倍之。卽城徑也。合問。

或問乙從西南隅直東行一百九十二步。甲從西北隅直東行三百二十步。望見乙。問荅同前。

法曰。二行步相乘。爲實。二行相併。爲法。得半徑。

草曰。立天元一爲半徑。副置之上。以減於乙東行。得 $\frac{1}{2}$ 。爲梯頭。於上下位減於甲東行。得 $\frac{1}{2}$ 。爲梯底。以乘上位。得 $\frac{1}{4}$ 。爲半徑羈。寄左。然後以天元羈與左相消。得 $\frac{1}{4}$ 。

$\frac{1}{4}$ 。上法下實。卽半徑也。合問。

或問乙從坤隅直南行三百六十步而止。甲從乾隅直東行三百二十步。望見乙。問荅同前。

法曰。二行步相乘。倍之。爲實。二之甲東行。爲從。一步常法。得城徑。

草曰。立天元一。以爲城徑。加乙南行。得 $\frac{1}{2}$ 。爲股。二行步相併。得六百八十步。爲弦。甲東行。爲勾。勾股相乘。得 $\frac{1}{4}$ 。又倍之。得 $\frac{1}{2}$ 。爲二直積。寄左。然後以勾股弦相併。得 $\frac{1}{4}$ 。

爲三事和。以天元乘之。得 $\frac{1}{4}$ 。爲同數。與左相消。得 $\frac{1}{4}$ 。開平方。得二百四十步。卽城徑也。合問。

或問東門南。不知遠近。有樹。甲從乾隅東行三百二十步。望樹與城參相直。復就樹斜行一百七十步。至樹。問荅同前。

法曰兩段東行步羈內減兩段東行斜行相乘數爲實

〔案〕或云倍東行步以二行差乘之亦同

二之東行爲從一益隅

草曰別得東行步卽大勾斜行步卽小弦也乃立天元一爲城徑減東行步得卅三爲勾圓差也

今爲小勾

置東行步以斜步乘之得三三三合以小勾除之今不受除便以此爲大弦

內帶小勾分母

再置東

行步以小勾乘之得三三三

更無分母

爲大勾以減大弦得三三三

爲大差

合以小差乘之

緣內帶小勾分母

更

不須乘便以此爲半段黃方羈

更無分母

又二之得三三三

爲一段黃方羈

寄左

然後以天元羈

與左相消得十三

開平方得二百四十步卽城徑也合問

依前問假令乙出東門南行不知步數而止甲從乾東行三百二十步望乙與城相直復就乙斜行一百

七十步

法曰以甲東行乘二行差羈爲實以甲東行乘二之二行差爲益方二之二行差爲隅法

草曰識別得二行相減餘一百五十卽半城徑與乙南行共數也得此數更不須用斜立天元一爲

半徑減於二行差得卅三卽半梯頭也又以二天元減甲東行步得卅三爲勾率又以一

內帶勾率分母

百五十爲股率乃置甲東行以股率乘之得三三三合勾率除不除便以此爲大股

元以勾率乘之得卅三以減於大股得一三三爲半梯底也頭底相乘得下卅三

內帶勾率分母

再置天

元以勾率乘之得卅三以減於大股得一三三爲半梯底也頭底相乘得下卅三

內帶勾率分母

然後以勾率乘天元羈得卅三

爲同數與左相

消

爲半徑羈也

內帶勾率分母

爲半徑羈也

爲半徑羈也

內帶勾率分母

爲半徑羈也

內帶勾率分母

爲半徑羈也

內帶勾率分母

爲半徑羈也

內帶勾率分母

爲半徑羈也

內帶勾率分母

爲半徑羈也

爲半徑羈也

消得 $\frac{3}{10}$ 。開平方得一百二十步。倍之。卽城徑也。合問。

或問南門東不知遠近有樹。甲從乾隅東行三百二十步。見樹。復向樹斜行二百七十二步。至樹。問荅同前。

法曰。二之二行差。乘二之甲東行爲實。併二之二行差及二之甲東行爲從。二步益隅。

草曰。別得二行相減。餘四十八步。卽虛積之勾也。立天元一爲城徑。內減二之二行差。得 $\frac{21}{10}$ 。爲梯頭。於上。再置甲東行步。以二之內減天元。得 $\frac{1}{10}$ 。爲梯底。以乘上位。得 $\frac{21}{10}$ 。爲城徑。寄左。然後以天元驛與左相消。得 $\frac{21}{10}$ 。開平方。得二百四十步。卽城徑也。合問。

翻法在記。

或問甲從乾隅東行三百二十步而止。乙出南門直行不知步數。望見甲。復就甲斜行四百二十五步。與甲相會。問荅同前。

法曰。二行步相減。以乘東行步。得數。又以半之東行步。乘之。爲實。以半之東行步。乘東行步。於上。以二行步相減。餘乘東行步。減上位。爲從。二之東行步。爲益廉。一步常法。得半徑。

草曰。識別得二行相減。是高積上勾股較。此勾。卽半徑也。又別得是高弦不及股圓差數。乃立天元爲半城徑。以減東行步。得 $\frac{3}{10}$ 。爲中勾。其斜行步。卽中弦也。又置半城徑。以斜步乘之。得 $\frac{3}{10}$ 。合以中

勾除之不受除。便以此爲高弦。

內寄中勾爲母。

又以二行步相減。餘一百五步。爲高弦不及股圓差數。置此

數。以中勾乘之。得 $\frac{1500}{100}$ 。

加入高弦。得 $\frac{1500}{100}$ 。

內帶中勾分母。

又倍天元。減東行步。

得 $\frac{1500}{100}$ 。

爲小差。又半之。得 $\frac{750}{100}$ 。

以乘上位。得 $\frac{1500}{100}$ 。

爲半徑。

內有中勾分母。

寄左。

乃以天元自乘。又以中勾乘之。得 $\frac{1500}{100}$ 。

爲同數。與左相消。得 $\frac{1500}{100}$ 。

以立方

開得一百二十步。倍之。卽城徑也。合問。

或問甲乙二人。俱在乾隅。乙直南行。不知步數而立。甲直東行三百二十步。望見乙。復就乙斜行六百八

十步。與乙相會。問荅同前。

法曰。以二行差。乘甲東行步。又二之。爲實。以二之二行差。爲從。一步常法。

草曰。別得二行步相減。餘三百六十步。卽股圓差也。乃立天元一爲圓徑。以減於甲東行步。得 $\frac{1500}{100}$ 。

爲小差。以東行斜行差。三百六十步。乘之。得 $\frac{1500}{100}$ 。

又倍之。得 $\frac{3000}{100}$ 。

爲一段城徑。寄左。

乃以天元。與左相消。得 $\frac{1500}{100}$ 。

開平方。得二百四十步。

卽城徑也。合問。

或問東門外。不知遠近。有樹。甲從乾隅。東行三百二十步。望樹。與城參相直。復就樹斜行一百三十六步。

至樹。問荅同前。

法曰。倍二行相減數。內減甲東行。得數。復以乘甲東行。爲實。

〔案〕或以倍斜步。以減甲東行。餘以甲東行乘之。亦同。

倍二行差。爲從。

二步虛常法得半徑。

草曰：識別得斜行步，乃樹至城心步也。

立天元一爲半徑，加斜行步，得 $\square$ ，即樹至城西門之

步也。乃以減於甲東行，得下 $\square$ 。爲小勾率，其天元半徑，即小股率，其斜步，即小弦數也。再置甲

東行步，內減天元，得 $\square$ 。爲梯底，於上又置梯底，內減二之小勾率，得 $\square$ 。爲半徑，

以少二元，減梯底之少一元，反爲多一元，以三百六十八步，減梯底之三百二十步，反爲少四十八步也。以乘上位，得 $\square$ ，爲半徑，寄左。

乃以天元，畧與左相消，得下式： $\square$ ，以平方開之，得一百二十步，倍之，即城徑也。合問。

或問南門外不知步數，有槐樹一株，甲從乾隅直東行，至柳樹下，望見槐樹，復斜行至槐樹下，甲自云：我

共行了七百四十五步，乙從坤隅南行，望見槐柳，與城參相直，復斜行至槐樹下，乙自云：我南行步，多

於斜行步一百五十步。

〔銳案〕此間有草無法，蓋傳寫脫去。案卷第五第十二問：與此相類，惟南行東行爲異耳。今據彼法及下細草補之。

當云：甲東行，減於甲斜行，以乘甲東行，得數，復以乘二之甲東行，爲實，半之甲東行，以乘二之東行，於上，甲

東行，減於甲斜行，餘復以乘甲東行，又倍之，減上位，爲從方，二之甲東行，爲益廉，五分隅法。

〔案〕此間下有草無法，今依細草補之。

法曰：置甲共步，內減乙較步，餘數折半，自之，再倍乙較步，乘之，爲立方實，置上減餘折半數，又減二

廉·當云益廉·負隅·當云隅·蓋加減所得多少·與相消所得正負相反也·

草曰·識別得一百五十步是大差多於高弦數·又爲高弦上勾股差數·又別得是甲斜行多於東行數也·乃副置甲共行七百四十五步在地·其上位加一百五十步而半之·得四百二十五步·卽甲斜行也·其下位減一百五十步而半之·得三百二十步·卽甲東行也·乃立天元一爲圓徑·以半之·減於甲東行步·得 $\frac{1000}{3}$ ·爲中勾·其甲斜行四百二十五步·卽中弦也·再置天元以半之·爲小勾·以中弦乘之·得 $\frac{1000}{3}$ ·合以中勾除·不除·便以爲高弦·於上 $\frac{1000}{3}$ ·別置乙多步一百五十步·以中勾乘之·得 $\frac{1000}{3}$ ·爲大差多於高弦數也·以加入上位·得下式 $\frac{1000}{3}$ ·爲一个大差也·置甲東行·以天元減之·又倍之·得 $\frac{1000}{3}$ ·爲兩個小差·以乘大差·得下 $\frac{1000}{3}$ ·爲一段黃方器 $\frac{1000}{3}$ ·然後置天元器·不中勾通之·得 $\frac{1000}{3}$ ·與左相消·得 $\frac{1000}{3}$ ·開立方·得二百四十步·卽城徑也·合問·

或問出東門·直行不知步數·有槐樹一株·出南門·東行不知步數·有柳樹一株·槐柳斜相距一百五十三步·甲從乾·東行三百二十步·望槐柳·與城參相直·問答同前·

法曰·二行相乘訖·又以乘甲東行器爲實·斜行乘甲東行器·又三之·爲從方·甲東行器內·減兩段·二行相乘數·爲第一廉·二之甲東行·爲益二廉·二步常法·開三乘方·得半徑·

草曰立天元一爲半徑以二之減於甲東行得 $\frac{1}{2}$ 。爲小差以自之得 $\frac{1}{4}$ 。加於
 甲東行羈復半之得 $\frac{1}{2}$ 。爲大弦^{內帶小差}。又置斜相距步以大勾乘之得 $\frac{1}{4}$ 。合大
 弦除不除便以此爲小勾^{內帶大弦}。乃以天元減甲東行數得 $\frac{1}{2}$ 。爲半梯底以乘小勾半梯頭
 得 $\frac{1}{4}$ 。爲半徑羈於上此半徑羈內有大弦分母此大弦分母元帶小差分母故先用小差分
 母以乘上半徑羈得 $\frac{1}{2}$ 。爲半徑羈也內只帶本大弦分母寄左然後以大弦乘天
 元羈得 $\frac{1}{2}$ 。爲同數與左相消得下 $\frac{1}{2}$ 。開三乘方得一百
 二十步卽半城徑也合問。

或問甲從乾隅東行三百二十步而止丙出東門南行乙出東門直行各不知步數而立甲迴望乙丙悉
 與城參相直既而乙就丙斜行三十四步相會問荅同前。

法曰甲東行再自之於上以二之斜行步乘甲東行羈減上位爲立方實兩段東行羈內減兩段東行
 斜行相乘數爲益從以甲東行加五^{（案）加五卽加半}爲從廉五分虛隅得全徑。

草曰立天元一爲城徑以減於甲東行步得 $\frac{1}{2}$ 。爲小差以自之得 $\frac{1}{4}$ 。爲小差羈
 也乃置甲東行羈內加小差羈而半之得 $\frac{1}{2}$ 。爲大弦也^{內帶小差}。又置甲東行羈內
 減小差羈而半之得 $\frac{1}{2}$ 。爲大股也^{內帶小差}。乃置斜行步在地以大股乘之得 $\frac{1}{4}$ 。合

以大弦除之不除而又倍之得 $\frac{3}{2}$ $\frac{3}{2}$ 爲梯頭也。

即兩個小股內寄大弦爲母權寄

乃置天元圓徑以半之以小

差分母通之得 $\frac{3}{2}$ $\frac{3}{2}$ 以減於大股餘得 $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$ 又倍之得 $\frac{3}{2}$ $\frac{3}{2}$ 爲梯底也。

即兩個邊股內以亦有小差分母

乘權寄得 $\frac{3}{2}$ $\frac{3}{2}$ 爲城徑幕也。內寄大弦及寄左然後以天元自之爲幕以大弦通之又以

小差通之得 $\frac{3}{2}$ $\frac{3}{2}$ 爲同數與左相消得 $\frac{3}{2}$ $\frac{3}{2}$ 開立方得

二百四十步即城徑也合問。

依前問假令東門外有樹乙出東門南行不知步數而立。

只云樹去城步少於乙南行步

甲從乾隅向東行三百二十步

望乙與樹悉與城參相直乙復就樹斜行三十四步到樹問荅同前。

法曰甲東行自之又以斜步乘之爲立方實以斜行乘甲東行於上以半段甲東行幕加

(銳案)常上云內減

位爲從廉空半步常法得勾圓差。

草曰別得乙斜行即東弦也東弦得小勾股即大股弦較也乃立天元一爲勾圓差以自之爲幕副之

上以加於甲東行幕而半之得 $\frac{3}{2}$ $\frac{3}{2}$ 爲大弦也。

寄小差分母下以減於甲東行幕而半之得 $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$ 爲大股也。

○ $\frac{3}{2}$ $\frac{3}{2}$ 爲大股也。

寄小差分母乃置斜步以大股乘之得 $\frac{3}{2}$ $\frac{3}{2}$ 合大弦除不除便以此

爲小股。

寄大弦分母

又置斜步以甲東行乘之得 $\frac{3}{2}$ $\frac{3}{2}$ 合大弦除不除便以此爲小勾而又以通母分通

之得 $\frac{3}{2}$ $\frac{3}{2}$ 爲同分小勾也。

寄大弦分母

注大股乘時有小差分母今

又置斜步以大弦通之得 $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$

䷊。爲同分小弦也。三位相併得 ䷊。爲勾圓差也。寄左。然後置天元以大弦通之得

〇三〇 ䷊。爲同數與左相消得 〇三〇 ䷊。開立方得八十步。卽勾圓差也。以勾圓差

減於甲東行步餘二百四十。卽城徑也。合問。

或問南門外不知步數有樹甲從乾東行三百二十步而立乙出西門便南行望樹及甲與城參相直却就樹斜行二百五十五步至樹問荅同前。

法曰二行相乘於上以半之甲東行乘之爲實二行相乘於上又半之甲東行以乘甲東行加上位爲益從甲東行爲從廉一步虛法開立方得半徑。

草曰立天元一爲半徑便以爲小勾其斜行卽小弦也乃以甲東行爲大勾以小弦乘之復以天元除之得 ䷊。卽大弦也又倍天元減東行餘 ䷊。爲小差以減大弦餘 ䷊。爲大股也又倍天元以減股餘 ䷊。爲大差也却以半小差却 ䷊。乘之得下式 ䷊。爲半徑羈寄左乃以天元羈與左相消得下式 ䷊。開立方得一百二十步倍之卽城徑也合問。

或問南門外不知步數有槐樹一株東門外不知步數有柳樹一株槐柳相距二百八十九步甲從乾東行三百二十步斜望槐柳與城參相直問荅同前。

三。爲大弦也。其甲東行。卽大勾也。併大勾大股得。事。三。三。卽大和也。再立天元。以減

甲東行步。得卮。三。卽圓徑也。以圓徑加共步。得卮。三。卽皇極和也。卽小和。又爲高。弦平。弦共數。又倍之。得

卮。三。卽黃長弦黃廣弦共也。內減大弦。得下式。卮。三。卽皇極內小黃方也。亦爲虛。弦。

再置大和。三。三。以小黃方乘之。得下式。卮。三。合以小和除

之。不除。便以此爲城徑。內寄小和爲母。寄左。然後以天元減甲東行。得卮。三。爲大黃方。以小和

乘之。得。卮。三。爲同數。與左相消。得。卮。三。開三乘方。得八十步。

卽小差也。以小差減甲東行。餘二百四十步。卽城徑也。合問。

或問丙出南門東行。乙出東門南行。各不知步數而立。甲從乾隅。東行三百二十步。望乙丙。悉與城參相

直。乙就丙斜行一百二步。相會。問答同前。

法曰。甲東行自之。於上。倍斜行步。乘之。爲立方實。倍斜行步。乘甲東行。於上。加兩段甲東行。爲從。四

之甲東行。爲益廉。四爲隅法。得半城徑。

草曰。別得斜步。卽小虛弦。減於全徑。卽小和也。乃立天元一爲半徑。以二之。減於甲東行。得卮。三。

爲小差也。以自之。得。卮。三。爲小差。置甲東行。內加小差。而半之。得下。卮。三。

爲大弦。內帶小差。分母。置甲東行。內減小差。而半之。得卮。三。爲大股也。內亦帶小差。爲母。

又以小差乘大勾得 $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$ 併入大股得 $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$ 爲大和也。帶小差乃先以小弦乘大和得下 $\frac{1}{2} \times \frac{3}{4} = \frac{3}{8}$ 。寄左次以斜步減於二天元得 $2 - \frac{3}{8} = \frac{13}{8}$ 爲小和以乘大弦得下式 $\frac{13}{8} \times \frac{1}{2} = \frac{13}{16}$ 。

$\frac{13}{16} \times \frac{1}{2} = \frac{13}{32}$ 爲同數與左相消得 $\frac{13}{32} - \frac{13}{32} = 0$ 開立方得一百二十步卽半城徑也合問。

依前問假令乙出東門南行丙出南門東行各不知步數而立。只云丙行步多於乙行步甲從乾隅東行三百二十步。

望乙丙與城參相直其乙丙共行了一百二步問荅同前。

法曰倍共步以乘甲東行驛爲立方實共步乘甲東行於上又以甲東行自之加上位爲益從甲東行爲從廉五分虛常法得城徑。

草曰別得共步便爲小弦得小勾小股卽與圓徑同立天元爲城徑以減甲東行得 $320 - 120 = 200$ 爲小差以自之得 $200 \times 200 = 40000$ 爲小差驛也乃置甲東行以自之爲驛副之上以加小差驛而半之得 $40000 + 200^2 = 80000$ 。

$\frac{80000}{2} = 40000$ 爲大弦也。內寄小差下以減小差驛而半之得下 $\frac{40000 - 200^2}{2} = 18000$ 事 $\frac{18000}{2} = 9000$ 爲大股也。

內寄小差乃置共步在地以大股乘之得 $9000 \times 200 = 1800000$ 三 $\frac{1800000}{200} = 9000$ 合大弦除不除便以此爲小股也。寄大弦又置共步以甲東行乘之得 $200 \times 200 = 40000$ 。

合以大弦除不除便以此爲小勾而又以元分母小差乘之得 $40000 \times \frac{1}{2} = 20000$ 。

爲同分小勾也。只寄大弦注其大弦內元帶小差分母其大勾內却無分母故今乘過復以小差通之齊同其分母也又置共步以大弦通之。