

国家自然科学基金“考虑消费者选择和替代行为的多代易逝品收益管理研究”  
(项目编号71002065)资助

**RESEARCH OF DYNAMIC PRICING** 官振中 贺剑 著  
CONSIDERING CUSTOMERS CHOICE AND STRATEGIC BEHAVIOUR  
BASED ON REVENUE MANAGEMENT

**基于收益管理考虑消费者选择和策略行为的  
动态定价问题研究**



西南交通大学出版社  
[Http://press.swjtu.edu.cn](http://press.swjtu.edu.cn)

国家自然科学基金“考虑消费者选择和替代行为的  
(项目编号71002065)资助

F714.1  
27

**RESEARCH OF DYNAMIC PRICING** 官振中 贺剑 著  
**CONSIDERING CUSTOMERS CHOICE AND STRATEGIC BEHAVIOUR**  
**BASED ON REVENUE MANAGEMENT**

# 基于收益管理考虑消费者选择和策略行为的 动态定价问题研究



北航 C1722841

西南交通大学出版社  
· 成都 ·

F714.1  
27

图书在版编目 (C I P) 数据

基于收益管理考虑消费者选择和策略行为的动态定价  
问题研究 / 官振中, 贺剑著. —成都: 西南交通大学  
出版社, 2014.2

ISBN 978-7-5643-2932-7

I. ①基… II. ①官… ②贺… III. ①定价—研究  
IV. ①F714.1

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2014) 第 031279 号

基于收益管理考虑消费者选择和  
策略行为的动态定价问题研究

官振中 贺 剑 著

责任 编辑	秦 薇
助理 编辑	罗小红
特 邀 编辑	孟秀芝
封 面 设计	本格设计
出 版 发 行	西南交通大学出版社 (四川省成都市金牛区交大路 146 号)
发 行 部 电 话	028-87600564 028-87600533
邮 政 编 码	610031
网 址	<a href="http://press.swjtu.edu.cn">http://press.swjtu.edu.cn</a>
印 刷	四川川印印刷有限公司
成 品 尺 寸	148 mm × 210 mm
印 张	4.75
字 数	131 千字
版 次	2014 年 2 月第 1 版
印 次	2014 年 2 月第 1 次
书 号	ISBN 978-7-5643-2932-7
定 价	18.50 元

图书如有印装质量问题 本社负责退换  
版权所有 盗版必究 举报电话: 028-87600562

## 前　　言

科技的进步和市场竞争的加剧导致产品更新换代的速度加快，使得越来越多的产品具有易逝品的典型特征，即生产提前期长、销售期短、期末残值低、需求不确定性大等。同时，像牛奶、面包、蔬菜等这些易逝品，在临近产品生命周期时，消费者的感知风险会明显的升高，将会进一步导致产品滞销。因此，产品的易逝性是目前众多销售商在管理这类物品时所面临的巨大困难。

动态定价作为易逝品收入管理的引擎，在易逝品的收益管理过程中发挥着重要的作用。而且互联网的出现促使信息的传播更为便捷，厂商调整价格的菜单成本大大降低，消费者和厂商的互动性也得到显著加强。这些都为易逝品动态定价的实施提供了更为有效的环境和保障。与此同时，消费者也可以通过互联网更容易地获得产品的价格、供应数量等市场信息，从而变得越来越“聪明”，他们会权衡自己在每阶段可能得到的不同利益，而决定最佳的购买时机。

策略型消费者对厂商动态定价决策以及收益的影响已不容忽视。因此，如何在决策模型中考虑消费者选择和策略行为，以及如何引入应对机制来缓解策略型消费者的影响，去引导消费者在高价时提前购买，进而提高厂商的收益，这对于理论研究和实际应用，都是十分必要的。

该著作在对以往的动态定价、消费者选择和策略行为理论研究进展加以综述的基础上，综合应用动态规划、博弈论、行为经济学、计量经济学理论和方法，从存在策略消费者和投机商、消费者对历史价格进行追踪以及库存和价格同时影响消费者选择等对零售商的定价策略问题进行了研究，具体内容和结论包括：

首先，该著作将零售商的销售期分为两部分，分别为周期 1 和周期 2。另外，将消费者分为固定消费者和随机消费者，零售商受产量和库存的限制，在销售期内不能增加产品的供给量。采用倒推法来讨论零售商、投机商和策略型消费者之间的相互关系和决策行为。零售商做出一个两阶段的价格决策，目标是使两阶段的期望收益达到最大化；投机商做出一个两周期的买卖决策，以使自身的投机收益最大化；消费者在两阶段做出一个购买决策，最大化两阶段的总效用。随后添加了投机商行为因素，研究了投机商和策略型消费者共同行为下零售商的动态定价，最后通过引入收益共享因子，考虑了在合作状态下零售商和投机商收益的变化情况。并通过与非合作的情况进行对比分析，得出收益共享因子的取值范围。

其次，该书将消费者的策略性行为和参考价格效应结合，准确地描述了消费者在历史和预期价格影响下零售商的动态定价问题，建立了多阶段动态定价策略模型，并针对两阶段简化为正常价和清仓价的模型，给出两种不同的价格策略以及实施的前提条件，讨论了两阶段最优价格和期望最大利润以及消费者效用折扣因子、策略型消费者所占比例、消费者对历史价格的依赖程度的关系，结论表明，忽视消费者策略行为和价格参考效应会给零售商带来较大的负面影响。

最后，讨论多样化的产品给顾客增加方便的同时，也给零售商的定价带来困难和挑战，尤其是易逝性产品价值迅速衰退的特征，使得这种难题更加突出。大多数消费者在产品缺货时会转向其替代性产品，而在多个替代产品下消费者选择行为中，产品的各种属性包括价格将是影响其选择的因素；而对于零售商而言，提高顾客满意度是增强其竞争力的重要手段，因此，决策最优订购量，满足一定的服务水准能获得利润最大化和顾客满意度之间的平衡。结论表明，极高的满意度并不是最优的利润获取点，但为了考虑公司的信誉和长期的获利必然要设定一个合适的服务水准，而且决策中不考虑替代行为的失误还会降低原先设定的服务水准并使获利减少，另外顾客的主观价值对零售商的定价决策有很大的影响。

同时，在传统的多产品收益管理定价研究中，已有研究考虑了多产品中的消费者选择行为，即价格驱动替代行为，很少考虑缺货时的库存驱动替代行为。该书考虑出售两种产品的零售商，以获得最大期望利润为目标，当消费者选择时如果出现缺货将会存在替代行为，建立了基于 MNL 顾客选择价格驱动替代和缺货时库存驱动替代两产品收益管理动态定价策略模型。对建立的模型分析了其性质，并用算例进行了模拟分析，得出的结论如下：零售商提供多样化的有替代性的产品时，可以增加利润，且当缺货越多时，其替代带来的优势越明显；增加产品间缺货时顾客寻求替代的概率可以增加零售商的收入，而当这种替代的概率越来越大时，零售商的定价策略应是降价而不是涨价；提高产品的性能、质量、品牌效应等，增加顾客的偏好度，可以提高零售商的利润，而且这种提高对其替代品也会产生正向的作用。

## 作者

2013 年 9 月

# 目 录

1 绪 论	1
1.1 选题背景	1
1.2 相关概念及国内外研究现状综述	3
1.3 有待解决的问题	30
1.4 研究思路	30
2 存在策略型消费者的零售商动态定价研究	32
2.1 问题描述与基本假设	32
2.2 存在策略型消费者的动态定价模型分析	34
2.3 本章小结	39
3 存在投机商和策略型消费者的动态定价研究	40
3.1 投机商的定义及其行为描述	40
3.2 非合作情形下存在投机商和策略型消费者的动态定价研究	41
3.3 收益共享合作情形下存在投机商和策略型消费者的动态定价研究	47
3.4 算例分析	57
3.5 本章小结	62
4 存在价格参考效应和策略型消费者的动态定价研究	65
4.1 动态定价与价格参考效应	65

4.2 问题描述 .....	67
4.3 两阶段模型 .....	70
4.4 性质讨论 .....	72
4.5 本章小结 .....	78
<b>5 基于顾客选择行为的动态定价研究 .....</b>	<b>80</b>
5.1 顾客选择概念分析 .....	81
5.2 多项 logit 选择模型 .....	83
5.3 考虑顾客选择和服务水平约束的动态定价研究 .....	84
5.4 考虑顾客选择和服务水平约束的定价和订购研究 .....	95
5.5 受价格和库存替代影响的顾客选择行为下的 动态定价研究 .....	109
5.6 本章小结 .....	124
<b>6 结 论 .....</b>	<b>126</b>
6.1 著作的主要工作 .....	126
6.2 研究展望 .....	128
<b>参考文献 .....</b>	<b>129</b>

# 1 绪论

## 1.1 选题背景

近年来，随着 Internet 应用的普及和全球经济一体化程度的加深，企业间竞争的方式也日趋多样化（diversity）、激烈化（turbulent）。越来越多的企业采取多种营销组合以获取竞争优势，包括产品、价格、渠道、广告和促销等。而价格是营销组合中最为灵活的因素，如何在复杂的环境下为产品指定一个“正确”的价格，将自己的产品在适当的时间、适当的地点提供给适当的消费者，就显得尤为重要。

同时，经济学的相关理论和无数的实践证明，价格是影响产品市场需求的最有效工具之一。动态定价作为收入管理的引擎，在收益管理中发挥着重要的作用。比如差别定价（price discrimination）作为动态定价的一种方式，主要基于细分市场的存在，根据消费者需求的多样性以及不同时刻消费者对于产品价值认同的差异，将产品或服务设定在不同价格水平上。以航空公司为例，在以商务乘客为主的航班，乘客对时间、服务比价格更为敏感，则应多售全价票；而在旅游热线上的乘客以对价格比较敏感的休闲旅客为主，则应以折扣票为主。差别定价，可满足不同价格弹性的消费者对产品的需求，最大限度地增加收入。

对于易逝性产品而言，由于其有限的生命周期和较大的库存成本，如果产品的库存数量较多，而厂商为了尽快在该期间销售完所有的产品，往往选择降价促销的方式来刺激产品的需求。作为动态定价的方式之一，降价促销被视为易逝品定价的一种有效的方式。

(Lilien, 1999)。随着计算机技术的发展，一些厂商甚至开始利用复杂的模型和软件，结合产品的库存数量，帮助制定促销决策，这一系统的确非常有效，使得厂商的利润普遍得到增长，有些厂商的利润甚至提高了 20%左右 (Talluri 和 Van Ryzin, 2004)。

消费者的策略行为无疑给易逝品的动态定价产生重大的影响。如果消费者基于当前厂商的库存数量以及市场需求，预期厂商会在今后的某一时间对产品降价促销，那么消费者将会选择等待。而面临消费者的这种等待行为以及市场竞争的加剧，厂商不得不进一步降价促销，从而形成一种恶性循环：消费者等待厂商提供更加优惠的价格，厂商为了满足消费者的预期而越来越早地实行降价并增加降价的幅度。越来越低的利润使得厂商很难顾及到产品的质量和服务的质量，从而导致消费者满意度的大幅度降低。

忽视消费者策略行为的定价方式会给厂商的利润带来负面的影响。以航空公司为例，当有 10%的消费者预期机票会降价促销而延迟购买时，会给航空公司的利润带来 1%的损失 (Anthes, 1998)。科斯在研究消费者的策略行为时认为，即使是一个垄断的厂商，在面临策略型的消费者等待价格下降时，也不得不将价格定为边际成本，从而获得零利润 (Coase, 1972)。而且现有的相关结论表明，在耐用品的动态定价过程中，考虑消费者的策略行为与不考虑这种策略行为相比，将会导致利润增加 20%左右 (Bensanko 和 Winston, 1990)。

同时，厂商在采取动态定价的过程中还应该考虑消费者对当前价格反应。在 2000 年，Amazon 在网站上进行它的 DVD 价格测试，为相同的 DVD 索取不同的价格时，消费者纷纷指责 Amazon 的不道德行为，迫使 Amazon 动态定价试验宣告失败，这一事件更引起了人们对动态定价和消费者理性行为的关注。

定价机制在易逝品的收益管理中扮演着极其重要的角色，而互联网的出现则为厂商实行易逝品的动态定价机制提供了有利的条件，与此同时，消费者策略行为也随之产生。因此，考虑如何在现有在线零售商提供越来越多的透明价格服务下，一方面，厂商利用

新型的网络技术决定易逝品的定价决策，另一方面，将消费者的策略行为和选择行为纳入到厂商的决策范畴，正确地实施易逝品的动态定价机制和订购决策，实现易逝品的收益的最大化，无论对理论界还是对实务界，在目前来看，都显得十分必要。

## 1.2 相关概念及国内外研究现状综述

与该著作相关的文献主要包括有关收益管理中的定价问题、收益管理中的消费者行为、行为经济学中的价格参考效应以及投机消费与投机商等方面的研究。

### 1.2.1 收益管理的应用

20世纪70年代末美国放松了航空管制后，各航空公司在20世纪80年代展开了激烈的价格战，但是价格战使各航空公司遭受了巨大的损失。航空业界的有识之士对票价大战进行研究后，运用收益管理的思想开发了软件，进行各种价格水平下关于航班和待售机票数量统计的工作，根据历史的和现时的数据提前预测出每个航班各个价格水平下的潜在需求，计算出每个价格水平下的可售座位数，并每日更新整理后传送给全球分销系统，这就是最初的收益管理系统。Belobaba (1987) 指出，通过收益管理的应用和实施航空业能够提高5个百分点甚至更高的收益。收益管理在航空业取得的成就引起了学术界与商业界的巨大重视，并且在对其他行业包括酒店、租赁、旅游等行业进行成功应用的基础上，开始作为一支独立的管理交叉学科分支进行研究。

### 1.2.2 收益管理定价研究

对于收益管理最早感兴趣并做出开创性工作的，要数 Rothstein (1971) 的超额预订决策和 Littlewood (1972) 提出的边际座位收益

规则，并应用于单航段、两等级航空订票和舱位分配。对于收益管理作为研究的起点，应数 Belobaba (1987, 1989) 建立概率模型并提出 EMSR (Expected Marginal Seat Revenue 期望边际位置收益) 规则应用于美洲航空公司之后，Curry (1990) 研究了 O-D 条件下的座位分配及费率“桶”下的定价问题。作为对前面学者的一个总结，Weatherford 和 Bodily (1992) 提出了易逝性资产概念，拓展了收益管理的适用范围，并提出了用于鉴别易逝性收益管理的 14 条准则。然而在这个阶段，绝大多数工作仅限于能力分配和超订，很少涉及价格。考虑到航空业的特殊性，由于其价格是固定的，收益管理主要研究内容是舱位分配和路径管理，这种局限性是比较正常的，但随着收益管理由航空业向别的领域扩展（比如酒店服务业、零售业、海运业），模型的复杂度变强（比如多等级多阶段随机模型），定价已逐渐引起学者的重视，比如 Gallego 和 van Ryzin (1994, 1997)、Bitran 和 Mondschein (1997)、Feng 和 Gallego (1995, 2000)。今天，订价策略已作为收益管理最活跃的领域取得了丰硕的成果，下面对定价相关文献进行简单回顾：

从建模和求解的难度出发，最简单的模型莫过于考虑垄断厂商在确定需求固定时间段  $[0, T]$  内出售价格敏感型需求的单一商品，相应随机需求下的定价策略则要相对复杂和难得多，而且往往在这种情况下，确定模型下的最优解往往失效（比如单一最优价格）。考虑到实际中，需求和库存随着时间的变动是无法预知的，公司决策层被迫动态调整策略来应对这种随机性，因此，从实际情况出发，研究随机动态模型要有意义得多。按产品类型来分，随机模型研究分为单产品模型和多产品模型：

## 1) 单产品

### (1) 单产品静态定价模型。

我们可以从两个方面来理解静态模型的优势：① 静态模型非常容易分析，而且对于更复杂的随机动态模型可以提供其近似值用于分析动态模型解决方法的有效性。② 在实际应用中，静态模型经常

被公司决策层使用。静态模型应用经济理论中的边际成本等于边际收益，强调的是静态的平衡。静态模型中假定顾客的需求强度与其价格为反比例关系，其瞬时收益函数为凹函数，Bazaraa (1993) 得出了 KKT 最优条件，Smith 和 Achabal (1998) 研究了需求强度不仅仅是价格的函数，而且跟库存有关系，建立连锁店商品的出清价格和存货管理模型。Bass (1969) 依据新产品的扩散效应，考虑动态需求，提出了著名的巴斯模型，Feng 和 Gallego (2000) 从收益管理角度考虑，使用扩散模型表征需求过程强度。Abad (1996) 研究了易逝性产品的静态定价，考虑产品随着时间按照特定比例腐败情况下的最优定价策略。

## (2) 单产品动态定价模型。

怎样对易逝性产品进行动态定价的第一篇文章要数 Kincaid 和 Darling (1963)。作者考虑需求服从固定强度  $\lambda$  的泊松过程的连续时间模型，假定在  $t$  到达的顾客对产品的保留价格（顾客愿意支付的最大价格）是  $r_t$  且为一随机变量，其分布为  $F(r, t)$ 。笔者考虑两种情形：① 零售商并不标明商品的价格，而是当顾客申明他的价格时，零售商接受/拒绝该请求；② 零售商标明商品价格  $p_t$ ，很显然只有在顾客的保留价格  $r_t > p_t$ ，客户才会购买产品，相应这种情况下需求为强度为  $\lambda(1 - F(p_t, t))$  的泊松过程。通过递推，两种情形下的价值函数  $V_t(C_t)$  最优条件和最优价格  $p_t(C_t)$  也相应求得，特别当  $F(r, t)$  为指数分布时，可求得其封闭解。其最优条件（哈密尔顿-雅克比贝尔曼方程）为：

$$\frac{\partial V_t(C_t)}{\partial t} = \max_{p>0} \{ \lambda(1 - F(p, t)) [p - (V_t(C_t) - V_t(C_t - 1))] \}$$

Bitran 和 Monschein (1997) 证明，如果在  $\frac{(1 - F(p, t))^2}{f(p, t)}$  为递减函数的情况下，最优价格的充要条件为：

$$p_t(C) = \frac{1 - F(p_t(C_t), t)}{f(p_t(C_t), t)} + V_t(C_t) - V_t(C_t - 1)$$

Gallego 和 van Ryzin (1994) 同样考虑连续时间下得出相同的最优条件，同时也证明了价值函数  $V_t(C_t)$  是时间  $t$  和库存  $C_t$  的递增函数和凹函数，而  $p_t(C_t)$  为时间  $t$  的递增函数且为  $C_t$  的递减函数。然而作者通过价格和时间的曲线图发现：① 价格由高到低逐渐下降，最后趋近于一个固定值；② 价格有跳跃现象，表明商品在此时刻被出售，而且随着销售时间的缩短，这种跳跃幅度增大，因此，对于现实实施和控制增加了难度，考虑到上面的情形，作者通过考虑需求用其平均值来代替建立确定型模型，发现单一固定价格在当销售时段  $T$  和初始库存  $C$  趋近于无限时是近似最优的。

Bitran 和 Monschein (1997) 考虑价格非连续变化而是呈周期性（比如一周一次、一月一次等）调整的情形，因为是从零售业受到启发，该模型中有一重要假设约束即价格随着销售时间的变长是非递增的，同样在此模型中认为顾客到达过程服从泊松分布并且零售商仅仅知道顾客保留价格的分布，通过数字模拟，该文得出的结论：① 在有价格递减和无价格递减的约束条件下，两者求出的价值函数  $V_t(C_t)$  区别非常不明显（仅仅小于 0.7%）；② 顾客保留价格变动程度越大，初始价格就越高；③ 期望收益的变化强度跟价格变动周期的数量非常相关。Bitran、Caldentey 和 Mondschein (1998) 将此模型扩展到具有多个卖场的大型零售商，同一商品在不同地点满足独立的泊松过程分布需求，在同一时刻同一产品采取统一定价的协调策略，考虑各个地点间调动库存和不调动库存两种情形，使用启发式算法，作者发现跟实际运营相比，建立的动态随机模型取得了很好的效果，并从三个方面解释了这种差距产生的原因。

Zhao 和 Zheng (2000) 考虑顾客到达为非齐次泊松过程定价问题，认为至少两个方面引起了价格变动：① 需求统计上的波动；② 随时间变化的保留价格，作者巧妙地通过假定不依时间变动的保留价格分布，分离了需求统计上的波动影响，通过假定足够的库存，分离保留价格影响，得出了边际收益是随着库存量和时间而递减的结论，并证明了不管是连续价格还是离散价格，上述结论都是成立的。

Feng 和 Gallego (1995) 考虑了在价格仅有一次变化情况下两等级价格模型(不管该价格是上升还是下降), 讨论了最优时间阈值和期望利润最大化策略, 并说明了实际应用的可行性。Feng 和 Gallego (1996) 讨论了顾客到达为马尔可夫链, 依赖时间的可预知强度泊松过程下的最优价格转变时间点, 提出一个有效的算法, 用以计算最优价值函数和最优定价策略。Feng 和 Xiao (1995) 引进了风险因子, 修改目标函数形式, 讨论了价格变动对销售变化的影响。Feng 和 Xiao (2000) 从实际出发, 扩展上篇文献, 考虑商品价格已事先确定情况下多时间点变动的收益管理, 主要研究结论包括: ① 连续时间下的确切解; ② 价值函数关于时间和库存的分段凹性; ③ 最优策略的单调性。Feng 和 Xiao (2000) 就不断变化的价格情形提出了时间连续、多级价格结构的动态定价模型, 并且指出这种不断变化的价格策略有利于收益和利润的增加。此外, 他们还证明, 最优价格能从定价集合的子集中取得, 即最大凹向包络理论。

上述文献没有考虑价格的调整成本, 而 Serguei Netessine (2003) 考虑了垄断厂商在短期内出售一个产品时动态定价的调整成本, 通过建立分段线性常量定价策略来限制贩卖期间价格调整的次数, 同时, 其考虑的顾客需求不仅与价格相关, 也与时间相关, 其存货策略在销售开始前就已制定好。

在需求的更新方面, Bitran 和 Wadhwa (1996) 认为, 需求的不确定性、供给缺乏柔性、销售时期短而产生的供给和需求的不匹配导致零售商利润的流失, 而需求的不确定性往往是缺少顾客对产品青睐程度信息所导致的, 因此, 他们通过更新需求信息, 引入顾客保留价格不同阶段的变化, 来刻画顾客的需求, 最后也得出了在低于或高于实际需求时最优动态定价的策略性质。Saroja 和 Robert (1996) 认为, 零售商在需求不确定的前提下需要做出两种决策: ① 商品的价格; ② 初始的库存量以及每个阶段的进货量, 文中通过实例把零售商分成 poor seller、medium seller 和 hot seller 三种情形来说明动态更新需求带来的益处。与上述两篇文献不同, Kyle Y. Lin (2003) 考虑了连续时间下顾客需求信息的更新, 通过

实时观察销售数据来调整顾客到达率的预测，数值实验表明这种策略不但接近最优，而且非常强健，在文末，作者对结论在收益管理中的四种常用情形进行了扩展，包括：未观察到的流失顾客、依时间变化的顾客到达率、批量需求、离散可行价格集合。Yossi Aviv 和 Amit Pazgal (2002) 认为，通过市场对产品的反应，不但要知道产品是不是受顾客欢迎，还要弄清楚受欢迎的程度，因此引入顾客主观价值概念，即该篇文章是需求更新与顾客主观价值结合的文章。

## 2) 多产品

由于建模的复杂性和求解维度的困难，多产品收益管理的定价文献可谓凤毛麟角。

从静态角度来考虑，Wilson (1993) 研究了多产品模型下的最优价格组合和产品组合。对于多产品研究最多的，集中于使用顾客偏好模型来表征顾客选择偏好，典型学者为 Talluri 和 Ryzin (2001) 发现顾客购买中的一个重要行为：买涨和买跌现象，使用独立需求模型和多项分对数模型，解决单航段收益管理中选择什么样的票价类别子集供顾客选择的问题。然而模型中假定库存是固定的，一种产品的价格不会影响另一种产品的需求，因此，多产品问题可以简单转化为不相关联的单产品问题，然而多产品模型中应该考虑产品之间的替代和互补效应。

从动态角度考虑，Gallego 和 van Ryzin (1997) 扩展单一库存(资源)和需求强度为矩阵，建立多产品定价和能力分配模型，得出类似于单产品的哈密尔顿-雅克比贝尔曼方程：

$$\frac{\partial}{\partial t} J^*(x, t) = \sup_{\lambda \in \Lambda(x, s)} \{r(\lambda, s) - \sum_{j=1}^n \lambda^j [J^*(x, t) - J^*(x - A^j, t)]\}$$

但上述模型很难得到封闭解，作者用期望值来代替相应的随机变量，假定  $p^{\text{det}}(t)$  和  $\lambda^{\text{det}}(t)$  分别为确定模型的最优价格和最优需求强度，建立了两个启发式算法：① 备货生产型，即不管在什么策略下，

我们知道将来出售产品的的确切数量，这样可以提前为最终产品保留相应的资源，未来不再对资源在各个产品重新进行分配，减少产品组合和价格的柔性；② 订单生产型，依据  $p^{\text{det}}(t)$  价格按“先到先服务”的分配原则来组装并出售产品，当其库存下降到某一临界点时拒绝顾客的订货请求。通过分析确定型和随机型最优收益值比值的影响因素，作者认为当期望销售数量趋近无限大时，两种启发式算法是近似最优的。文末，作者基于航空业的网络收益实际情况，扩展了包含超订和订票而不考虑登机的模型。而 Constantinos 和 Joern (2003) 认为，相对单一产品定价的不同，多种产品的定价间存在关联：① 产品需求间的影响，一种产品的需求要受到另外产品价格的影响而不能仅仅考虑自身的价格；② 不同产品有可能消耗同一资源，打破了 Gallego 和 Van Ryzin (1997) 的不同产品消耗不同资源的假设。考虑到多产品收益管理定价维度的困难，作者提出一个有效的公式，将原来收益管理的决策变量多维价格矩阵（等价于需求强度矩阵）转化成一维的产品消耗资源的聚集率，由聚集率分别求出各个产品的需求强度，根据需求强度和价格的函数关系，进而求出对应的产品价格。作者以需求强度和价格为一次线性函数为例，比较了单纯收益最大化模型、流体（连续时间动态确定型）模型、联合定价和能力控制模型、动态流体模型、动态规划模型，结论包括：① 产品交叉弹性为零的情形。一方面，在初始库存大于 40 的情形下，单纯收益最大化模型和静态流体模型结果一致，再次验证了单一价格的最优性；另一方面，当库存较少时，两者有非常大的差异。而在即使公司拥有较多资源时，动态流体模型结果也不尽如意，说明两种产品消耗同一资源的共同分担效应显得非常重要，即交叉弹性的重要性。② 产品交叉弹性小于零的情况（即两产品具有一定的替代效应）。联合定价和能力控制模型收益与无交叉弹性相比会有 3%~4% 的损失，说明了交叉弹性产生了一定的副作用，同时，作者根据变动交叉弹性数值收益变化，认为损失的幅度依赖于产品替代效应的强度。