几何

Modern Textbook Series
Geometry
For Junior Middle Schools
The Commercial Press, Limited

中華民國十三年九月初版
中華民國十五年三月六版

(現代初中教科書 幾何二冊)
(卷下定價大洋肆角)
(外埠酌加運費匯費)

編輯者　周宣德
校訂者　段育華
發行者　商務印書館
印刷所　商務印書館　上海北河南路北首寶山路
總發行所　商務印書館　上海棋盤街中市
分售處　商務印書館分館　北京　天津　保定　奉天　吉林　龍江　濟南　太原　開封　鄭州　西安　南京　杭州　蘭谿　安慶　蕪湖　南昌　漢口　長沙　常德　衡州　成都　重慶　瀘縣　福州　廣州　潮州　香港　梧州　雲南　貴陽　張家口　新嘉坡

下册目錄

第三編　直線同圓

第四編　量法比例相以形

第五編　多邊形的面積

第六編　正多邊形同圓

現代初中教科書

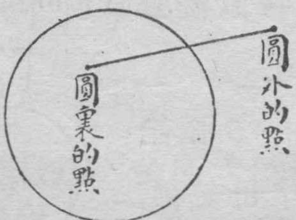
幾何 下冊

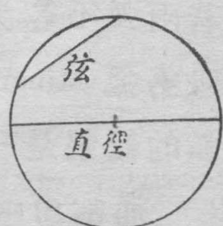
第三編 直線同圓

§110. **圓的記法.*** 圓可以用表圓心同表圓周上一點的兩個字母去稱呼他.

如 $\odot OA$ 就表示圓心是 O,半徑是 OA 的圓.在字義不致於誤會的時候,就單用表圓心的一個字母去記圓,如 $\odot OA$ 也可記做 $\odot O$.

§111. **圓裏同圓外.** 圓分平面成兩部分,所以隨便什麼點,不是在圓周上,便是在圓裏或圓外.

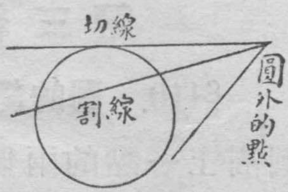




*圓的定義已經講過,但有時圓周也略稱圓.

§112. **弦同直徑.** 聯結圓周上兩點的線段叫做**弦** (Chord). 穿過圓心的弦叫做**直徑** (Diameter).

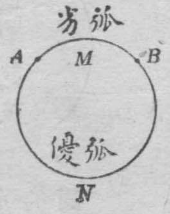
§113. **割線同切線.** 延長弦的一端或兩端,就把圓割開,這線叫做**割線** (Secant). 從圓外一點,隨便畫一直線,若單同圓周在一點相遇,這線就叫做**切線**(Tangent).



所以從圓外一點, 可以畫割線, 切線,和不同圓周相遇的線.

§114. **半圓**(Semicircle). 圓周上隨便兩點, 可以分一圓周成兩弧. 倘這兩弧恰等, 就成半圓.

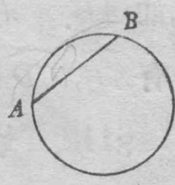
若兩弧不等,大的叫做**優弧**(Major Arc); 小的便叫**劣弧** (Minor Arc).



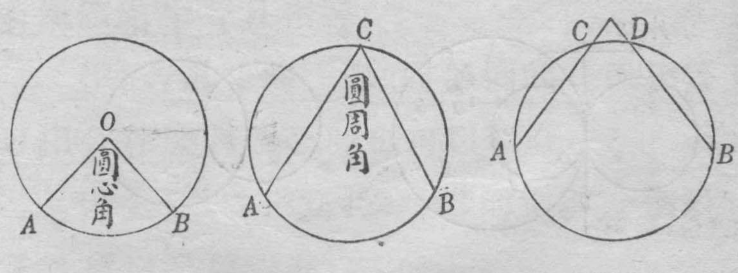
弧的記號是⌒, 如 AB 弧記作 $\overparen{AB}$. 通常用兩個字母記弧, 專指劣弧,所以 $\overparen{AB}$ 表示劣弧.

有時爲分別優劣起見,就在中間再加一字母,如 $\widehat{AMB}$ 就表示劣弧, $\widehat{ANB}$ 就表示優弧.

§115. 弦所對的弧. (Arc Subtended by Chord). 弦的兩端間的弧,就是這弦所對的弧,如圖 $\widehat{AB}$ 是 AB 弦所對的弧. 平常沒有特別標記,弦所對的弧,都是指劣弧.



§116. 圓心角同圓周角. 兩條半徑做成的角,叫做**圓心角** (Central Angle). 從圓周上一點畫兩弦所成的角,叫做**圓周角** (Inscribed Angle).

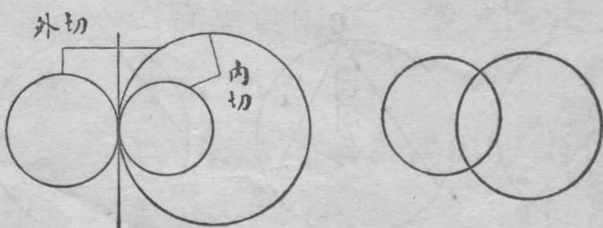


§117. 角所含的弧 (Arc Intercepted by Angle). 一隻角的兩邊,和圓周相遇,那角裏的

弧就稱被這角所含.

如§116左邊同中間的兩個圖裏面,兩角的頂點,一在圓周上,一在圓裏.所以都只含一條弧,如$\overset{\frown}{AB}$. 右邊那個圖裏,角的頂點在圓外,便含有$\overset{\frown}{AB}$, $\overset{\frown}{CD}$兩條弧了.

§118. **切圓同交圓.** 兩圓同一直線在公共的一點相切,這兩圓叫做**切圓**(Tangent Circles). 一圓切在別圓的外面叫外切;這圓切在那圓的裏邊叫做內切. 若一圓有一部分在別圓的裏邊,其餘一部分在圓外,這兩圓便是**交圓**(Intersecting Circles).



§119. **定理.** (1)圓的直徑是半徑的二倍.

(2)兩圓的半徑或直徑相等,這兩圓必相

等也可以相合.

(3)同圓或等圓的半徑相等.

§120. **定理.** (1)一點到圓心的距離比半徑小,這點就在圓裏;等於半徑,就在圓上;大於半徑,就在圓外.

(2)兩圓相合,兩圓心必合.

§121. **定理.** (1)若一無限直線有一點在圓裏,這線必分割這圓於兩點.

(2)兩圓若在一點相交,必又在別點相交.

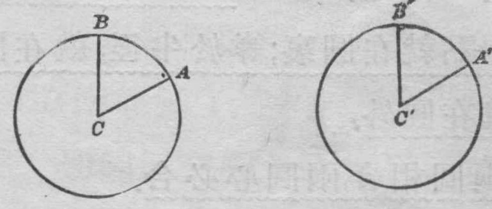
§122. **定理.** (1)同圓或等圓的兩弧,不論優劣,倘若可以使端點和圓心都相合,那兩弧便處處相合且相等.

(2)若這圓的一弧,同那圓的一弧相等且可相合,那麼兩個全圓也可以相合.

以上§§119, 120, 121, 122的定理一讀就可了然,所以不用證明.

§123. **定理.** 同圓或等圓裏面,(1)相等圓心角所含的弧必相等.

(2)反過來說,若兩弧相等,他們所對的圓心角也相等.



(1) 設 $\odot C=\odot C'$ $\angle C=\angle C'$.

求證 $\overset{\frown}{AB}=\overset{\frown}{A'B'}$.

〔證〕 把 $\odot C$ 疊在 $\odot C'$ 上,令 $\angle C$ 同 $\angle C'$ 恰合,就可使 A 落到 A', B 落到 B'. §119(3)

(同圓或等圓的半徑相等.)

所以 $\overset{\frown}{AB}=\overset{\frown}{A'B'}$. §122(1)

(同圓或等圓的兩弧,不論優劣,倘若可以使端點和圓心都相合,那兩弧便處處相合且相等.)

(2) 設 $\odot C=\odot C'$, $\overset{\frown}{AB}=\overset{\frown}{A'B'}$

求證 $\angle C=\angle C'$.

〔證〕 把 $\odot C$ 疊在 $\odot C'$ 上, $\overset{\frown}{AB}$ 合於 $\overset{\frown}{A'B'}$.

§122(2)

(若這圓的一弧,同那圓的一弧,相等且合,那麼兩個全圓也可以相合.)

於是　C 落到 C'.　§120(2)

(兩圓相合,兩圓心必合.)

因 A 落到 A', B 落到 B', C 落到 C'.

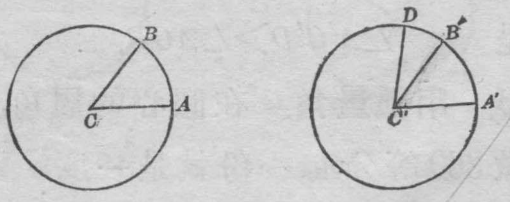
$\therefore \angle C = \angle C'$.　§41(4)

〔推論〕 直徑平分一圓.

提示: 這裏的相等圓心角,都是平角.

§124. **定理.** 同圓或等圓裏面,(1)若是圓心角不等,大角所含的弧必較大;

(2)反過來說,若兩弧不等,含大弧的圓心角必較大.



(1)　設 $\odot C = \odot C'$, $\angle A'C'D > \angle ACB$.

求證　$\widehat{A'D} > \widehat{AB}$.

〔證〕 把 $\odot C$ 放到 $\odot C'$ 上面,使 AC 與 $A'C'$ 合.

於是CB落到$\angle A'C'D$裏邊,B點落到$A'D$弧上面的B'點.

(所給$\angle A'C'D$大於$\angle ACB$).

$\therefore \overset{\frown}{A'D} > \overset{\frown}{A'B'}$, 就是$\overset{\frown}{A'D} > \overset{\frown}{AB}$. 爲什麼?

(2) 設$\odot C = \odot C'$, $\overset{\frown}{A'D} > \overset{\frown}{AB}$.

求證 $\angle A'C'D > \angle ACB$.

〔證〕 把$\odot C$放到$\odot C'$上面,使CA同他的相等半徑$C'A'$相合,並$\overset{\frown}{AB}$落到$\overset{\frown}{A'D}$.

於是B落到$\overset{\frown}{A'D}$上的B',

(所給$\overset{\frown}{A'D}$大於$\overset{\frown}{AB}$)

且CB落到$\angle A'C'D$裏面.

$\therefore \angle A'C'D > \angle A'C'B'$,

就是 $\angle A'C'D > \angle ACB$. 爲什麼?

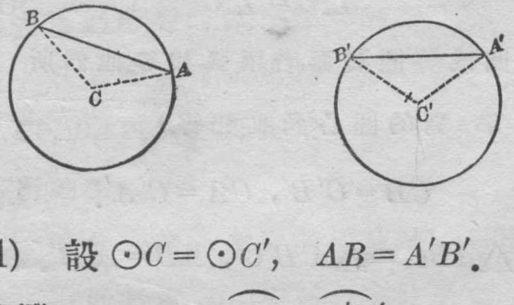
§125. **用弧量角.** 在圓心的周角,若用半徑分他做360等分,每一份就是一度. 那麼照§123的定理,這許多半徑把圓周也分做360等分. 若把每份當做單位弧,也叫一度,那麼$2°$, $3°$等的圓心角,就含有$2°$, $3°$等的弧. 換句話說,

圓心角所含的單位角數,等於他所含的單位弧數. 所以可用一個角的頂點做心的圓,被這角所含的弧去量這個角. 量角器就是根據這個理由做成的.

90° 的弧叫**象限**(Quardrant); 180° 的弧就是半圓. 所以象限可量直角,半圓可量平角.

§126. **定理.** 同圓或等圓裏面,(1)等弦所對的弧相等.

(2)反轉來說,兩弧相等,對他們的弦也必相等.



(1) 設 $\odot C=\odot C'$, $AB=A'B'$.

求證 $\overset{\frown}{AB}=\overset{\frown}{A'B'}$.

分析: 畫半徑 $CA, CB, C'A', C'B'$.

因為求證 $\overset{\frown}{AB}=\overset{\frown}{A'B'}$, 須要 $\angle C=\angle C'$. 因

此須先證$\triangle ABC \equiv \triangle A'B'C'$.

〔證〕 因$AB = A'B'$, $CB = C'B'$, $CA = C'A'$;

$\therefore \triangle ABC \equiv \triangle A'B'C'$, $\angle C = \angle C'$.

爲什麼?

$\therefore \quad \widehat{AB} = \widehat{A'B'}$. §123 (1)

(同圓或等圓裏面,相等圓心角所含的弧必相等.)

(2) 設$\odot C = \odot C'$, $\widehat{AB} = \widehat{A'B'}$.

求證 $AB = A'B'$.

分析: 若證得$\triangle ABC \equiv \triangle A'B'C'$, 便能證得$AB = A'B'$.

〔證〕 $\angle C = \angle C'$ §123 (2)

(同圓或等圓裏面,若兩弧相等,他們所對的圓心角也相等.)

同樣 $CB = C'B'$, $CA = C'A'$. 爲什麼?

$\therefore \triangle ABC \equiv \triangle A'B'C'$, $AB = A'B'$.

爲什麼?

目 解 題

下面陳述定義的時候,最要注意的是在把你的意

思十分確切的說出來. 陳述精確,是妙用文字的第一個要素.

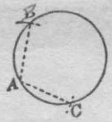
1. 述圓的定義.

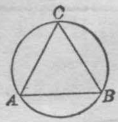
2. 述圓周圓心的定義.

3. 述弦,半徑,直徑,割線同切線的定義.

4. 述半圓,圓心角同圓周角的定義.

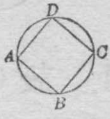
5. 把 A 做圓心,相等的半徑畫弧截圓於 B, C 兩點. 比較 $\overset{\frown}{AB}$ 同 $\overset{\frown}{AC}$.





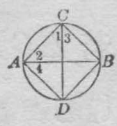
6. 上邊右圖裏面, AB, BC, CA 各弦,都把他量一下,再比較他們所對的弧.

7. 在右圖裏面,試比較 AB, BC, CD, DA 四條弦,再比較他們所對的弧.



8. 平分一條弧應當怎樣分法? 〔用§123(1)〕.

9. 右圖裏面, AB, CD 兩直徑互做垂線,試證明他們分圓做四等分.

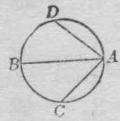


10. 用前題的圖,證明 AC, CB, BD 同 DA 四弦都相

等,且 $\angle 1=\angle 2=\angle 3=\angle 4$.

11. 表明怎樣分一圓做六等弧.

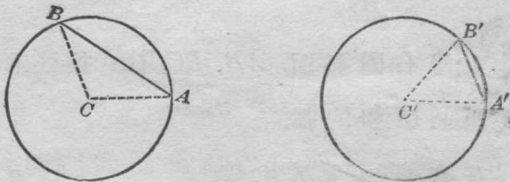
12. 表明怎樣分一圓做八等弧.



13. 在右面的圖裏邊 AB 是直徑, $AD=AC$. 比較 $\widehat{DB}$ 同 $\widehat{BC}$.

§127. **定理.** 在同圓或等圓裏面,(1)兩弦若不相等,大弦所對的弧必較大;

(2)反過來說,兩弧不等,對大弧的弦也必較大.



1. 設 $\odot C=\odot C'$, $AB>A'B'$.

求證 $\widehat{AB}>\widehat{A'B'}$.

分析: 畫半徑 $CA, CB, C'A', C'B'$.

若 $\angle C>\angle C'$, 就有 $\widehat{AB}>\widehat{A'B'}$. 爲什麼?

〔證〕 ⓈABC 同 $A'B'C'$ 裏面, $AB>A'B'$, $CA=C'A'$, $CB=C'B'$.

$\therefore \quad \angle C > \angle C'.$　§77

(兩個$\triangle$s裏面,有兩邊對應相等,但這個的第三邊比……)

$\therefore \quad \overparen{AB} > \overparen{A'B'}.$　§124(1)

(同⊙或等Ⓢ裏面,若圓心角不等……)

2. 設 $\odot C = \odot C'$, $\overparen{AB} > \overparen{A'B'}$.

求證　$AB > A'B'$.

〔證〕因 $\overparen{AB} > \overparen{A'B'}$, 所以知道 $\angle C > \angle C'$.

§124(2)

(同圓或等圓裏面,若兩弧不等……)

$\triangle$s ABC 同 $A'B'C'$ 裏面, $CA = C'A'$, $CB = C'B'$, $\angle C > \angle C'$.

$\therefore \quad AB > A'B'.$　§76

(兩個$\triangle$s裏面,有兩邊對應相等,但是這個$\triangle$的夾角比……)

〔推論〕同圓或等圓裏面:

(1) 若兩弦不等,大弦所對的優弧較小.

(2) 反轉來說,若兩優弧不等,對大弧的弦