



高等学校“十二五”规划教材

财政部文化产业发展专项资金资助项目

Mechanics of Materials

# 材料力学

主 编 戴宏亮  
副主编 胡 绚 夏 平

湖南大学出版社

014035568

TB301  
201

# 材 料 力 学

主 编 戴宏亮

副主编 胡 绚 夏 平



湖南大学出版社



北航

C1722748

TB 301  
201

## 内 容 简 介

本书是力学基础课程配套教材之一,内容符合教育部最新颁布的材料力学教学基本要求。全书共分为十三章和三个附录,主要内容包括:基本假设与基本概念,材料的力学性能,构件在各种基本变形下的内力、应力与应变,复杂应力状态,强度理论,组合变形,压杆稳定,能量法,动荷载等问题。各章均附有小结与习题。

本书可作为高等院校机械、力学、土建类、材料、环工和航空航天等专业的教材或教学参考书。

---

### 图书在版编目(CIP)数据

材料力学/戴宏亮主编. —长沙:湖南大学出版社, 2014.1  
(土木工程“十二五”规划教材)

ISBN 978-7-5667-0604-1

I. ①材… II. ①戴… III. ①材料力学—高等学校—教材  
IV. ①TB301

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2014) 第 023286 号

---

## 材料力学

CAILIAO LIXUE

---

主 编: 戴宏亮

策划编辑: 卢 宇

责任编辑: 黄 旺 责任校对: 全 健 责任印制: 陈 燕

印 装: 衡阳顺地印务有限公司

开 本: 787×1092 16 开 印张: 17.5 字数: 448 千

版 次: 2014 年 2 月第 1 版 印次: 2014 年 2 月第 1 次印刷

书 号: ISBN 978-7-5667-0604-1/TB·15

定 价: 35.00 元

---

出 版 人: 雷 鸣

出版发行: 湖南大学出版社

社 址: 湖南·长沙·岳麓山 邮 编: 410082

电 话: 0731-88822559(发行部), 88821315(编辑室), 88821006(出版部)

传 真: 0731-88649312(发行部), 88822264(总编室)

网 址: <http://www.hnupress.com>

电子邮箱: [pressluy@hnu.edu.cn](mailto:pressluy@hnu.edu.cn)

---

版权所有, 盗版必究

湖南大学版图书凡有印装差错, 请与发行部联系

# 前 言

本教材是为普通高等院校理工科各专业材料力学教学基本要求编写，适合不同专业，教学为 80 学时“材料力学”课程的教学，可满足普通高等学校材料力学基本部分的教学要求。

本教材在突出基本概念、基本原理和基本方法的前提下，注重理论联系实际。内容安排上贯彻了由浅入深、循序渐进和便于自学的原则。本教材每章后附有大量习题和习题答案供读者学习选用，以加强基础理论知识和基本方法的训练，在保证基础的前提下，注重了知识更新和应用能力的训练。

本教材共分为十三章，三个附录，主要内容包括：基本假设与基本概念，材料的力学性能，构件在各种基本变形下的内力、应力与应变，复杂应力状态，强度理论，组合变形，压杆稳定，能量法，动荷载等问题。各章均附有小结与习题。本教材的 1、2、3、4、5、6、7、8、9 章及附录 A、B、C 由戴宏亮编著，10、12 章由胡绚编著，11、13 章由夏平编著。

本教材承湖南大学傅衣铭教授、肖万伸教授和周加喜老师认真细致的审阅，提出了许多宝贵的意见，在此表示衷心的感谢！另外，雷鸣教授、卢宇女士、程思凯硕士、朱凯硕士、李树志硕士、戴婷硕士等在本书的编写过程中做了大量的工作，没有他们的努力，本书是难以如期付印的。

在教材编写过程中，参考了一些兄弟院校教材中的部分内容和习题，在此也一并感谢！

由于编者水平有限，书中难免存在不足和疏漏之处，恳请读者批评指正。

编 者

2013 年 12 月 于 湖南大学

# 目 次

## 第 1 章 绪 论

|                          |    |
|--------------------------|----|
| 1.1 材料力学的任务与研究对象 .....   | 1  |
| 1.2 材料力学的发展过程 .....      | 4  |
| 1.3 材料力学的基本假设 .....      | 6  |
| 1.4 外力与内力、应力与应变的概念 ..... | 7  |
| 1.5 杆件变形的基本形式 .....      | 10 |
| 1.6 研究材料力学的基本方法 .....    | 11 |
| 本章小结 .....               | 12 |
| 习 题 .....                | 12 |

## 第 2 章 轴向拉伸与压缩

|                           |    |
|---------------------------|----|
| 2.1 轴向拉伸与压缩的概念 .....      | 14 |
| 2.2 轴向拉伸与压缩的内力 .....      | 15 |
| 2.3 轴向拉伸与压缩的应力 .....      | 16 |
| 2.4 轴向拉伸与压缩时材料的力学性能 ..... | 20 |
| 2.5 温度和时间对材料力学性能的影响 ..... | 27 |
| 2.6 轴向拉伸与压缩时杆的变形 .....    | 28 |
| 2.7 轴向拉伸与压缩的强度计算 .....    | 31 |
| 2.8 简单拉压超静定问题 .....       | 34 |
| 2.9 温度应力与装配应力 .....       | 36 |
| * 2.10 应力集中的概念 .....      | 40 |
| 本章小结 .....                | 41 |
| 习 题 .....                 | 41 |

## 第 3 章 剪切与挤压

|                      |    |
|----------------------|----|
| 3.1 剪切与挤压的概念 .....   | 47 |
| 3.2 剪切与挤压的实用计算 ..... | 48 |
| 本章小结 .....           | 52 |
| 习 题 .....            | 52 |

## 第 4 章 扭 转

|                        |    |
|------------------------|----|
| 4.1 扭转的概念 .....        | 55 |
| 4.2 扭转内力 .....         | 56 |
| 4.3 圆轴扭转的应力与强度条件 ..... | 59 |
| 4.4 圆轴扭转的变形与刚度条件 ..... | 67 |

|                             |     |
|-----------------------------|-----|
| 4.5 扭转超静定问题.....            | 69  |
| 4.6 非圆截面轴扭转.....            | 71  |
| * 4.7 圆柱形密圈螺旋弹簧的应力与变形.....  | 75  |
| 本章小结 .....                  | 78  |
| 习 题 .....                   | 79  |
| <b>第5章 梁的弯曲内力</b>           |     |
| 5.1 梁弯曲的基本概念.....           | 83  |
| 5.2 剪力与弯矩.....              | 85  |
| 5.3 剪力方程和弯矩方程、剪力图和弯矩图 ..... | 86  |
| 5.4 弯矩、剪力、分布荷载间的关系.....     | 89  |
| 5.5 运用叠加法绘弯矩图.....          | 91  |
| 5.6 平面曲杆的弯曲内力.....          | 92  |
| 本章小结 .....                  | 93  |
| 习 题 .....                   | 94  |
| <b>第6章 梁的弯曲应力</b>           |     |
| 6.1 梁弯曲的形式.....             | 99  |
| 6.2 弯曲理论的基本假设.....          | 99  |
| 6.3 纯弯曲梁截面上的正应力 .....       | 101 |
| 6.4 横力弯曲梁截面上的应力 .....       | 103 |
| 6.5 梁的强度条件 .....            | 108 |
| 6.6 提高弯曲强度的措施 .....         | 110 |
| 本章小结.....                   | 112 |
| 习 题.....                    | 113 |
| <b>第7章 梁的弯曲变形</b>           |     |
| 7.1 梁弯曲变形的概述 .....          | 117 |
| 7.2 挠曲线微分方程和刚度条件 .....      | 118 |
| 7.3 积分法求弯曲变形 .....          | 119 |
| 7.4 叠加法求弯曲变形 .....          | 122 |
| 7.5 简单超静定梁 .....            | 125 |
| 7.6 提高梁抗弯刚度的措施 .....        | 126 |
| 本章小结.....                   | 127 |
| 习 题.....                    | 128 |
| <b>第8章 应力与应变状态分析</b>        |     |
| 8.1 应力状态概述 .....            | 132 |
| 8.2 二向应力状态分析 .....          | 134 |
| 8.3 三向应力状态分析 .....          | 140 |
| 8.4 平面应变状态分析 .....          | 141 |
| 8.5 广义胡克定律 .....            | 144 |
| 8.6 复杂应力状态的应变能 .....        | 147 |

|                               |     |
|-------------------------------|-----|
| 本章小结 .....                    | 148 |
| 习 题 .....                     | 149 |
| <b>第 9 章 强度理论</b>             |     |
| 9.1 强度理论概念 .....              | 152 |
| 9.2 四个常用的强度理论 .....           | 153 |
| 9.3 强度理论的应用 .....             | 155 |
| * 9.4 莫尔强度理论 .....            | 157 |
| 本章小结 .....                    | 159 |
| 习 题 .....                     | 160 |
| <b>第 10 章 组合变形</b>            |     |
| 10.1 组合变形的概念和叠加原理 .....       | 162 |
| 10.2 斜弯曲 .....                | 163 |
| 10.3 拉伸(压缩)与弯曲的组合 .....       | 166 |
| 10.4 偏心拉伸(压缩)与截面核心 .....      | 168 |
| 10.5 扭转与弯曲的组合 .....           | 171 |
| 本章小结 .....                    | 173 |
| 习 题 .....                     | 173 |
| <b>第 11 章 压杆稳定问题</b>          |     |
| 11.1 压杆稳定的概念 .....            | 178 |
| 11.2 两端铰支细长压杆的临界荷载和欧拉公式 ..... | 179 |
| 11.3 其他支座下细长杆的临界压力 .....      | 181 |
| 11.4 欧拉公式的适用范围 .....          | 183 |
| 11.5 压杆的稳定校核 .....            | 186 |
| 11.6 提高压杆稳定性的措施 .....         | 189 |
| 本章小结 .....                    | 190 |
| 习 题 .....                     | 190 |
| <b>第 12 章 能量法</b>             |     |
| 12.1 概 念 .....                | 195 |
| 12.2 外力功和变形能 .....            | 195 |
| 12.3 互等定理 .....               | 199 |
| 12.4 卡氏定理 .....               | 200 |
| 12.5 虚功原理 .....               | 203 |
| 12.6 单位荷载法、莫尔积分 .....         | 204 |
| 12.7 图乘法 .....                | 208 |
| 本章小结 .....                    | 210 |
| 习 题 .....                     | 210 |
| <b>第 13 章 动荷载</b>             |     |
| 13.1 概 述 .....                | 215 |

|                             |     |
|-----------------------------|-----|
| 13.2 构件作加速运动时的应力和应变·····    | 215 |
| 13.3 杆件受冲击时的应力和变形·····      | 218 |
| 13.4 冲击韧性·····              | 222 |
| 本章小结·····                   | 224 |
| 习 题·····                    | 224 |
| <b>附录 A 平面图形的几何性质</b> ····· | 228 |
| A.1 静矩与形心·····              | 228 |
| A.2 惯性矩、极惯性矩与惯性积·····       | 230 |
| A.3 平行移轴公式·····             | 234 |
| A.4 转轴公式·····               | 236 |
| 习 题·····                    | 240 |
| <b>附录 B 型钢表</b> ·····       | 243 |
| <b>附录 C 习题答案</b> ·····      | 252 |
| <b>参考文献</b> ·····           | 272 |

# 第 1 章 绪 论

**内容提要:**本章主要介绍材料力学的基本任务、发展简史、基本假设、应力应变的概念、杆件的变形形式以及材料力学的基本研究方法。

**本章主要知识点及要求:**

1. 理解强度、刚度和稳定性的概念。
2. 了解材料力学的发展过程。
3. 理解变形固体的基本假设。
4. 了解内力、应力和应变的概念。
5. 了解材料力学的研究对象及杆件变形的基本形式。

## 1.1 材料力学的任务与研究对象

### 1.1.1 材料力学的任务

组成机械、建筑等工程结构的单个部件统称为构件。例如图 1.1(a)所示的桥式起重机的主梁、吊钩、钢丝绳等,图 1.1(b)所示的跳板,这些都为构件。一个构件所受到的从相邻或其他构件传递来的外力称为荷载。

实际中,构件或结构的形式和受力情况复杂多变,完全照原型来进行力学分析往往比较困难,因此,我们常对构件或结构的本身、所受的荷载及约束情况进行必要的简化,以得到计算简图。计算简图是一种理想的计算模型,它不仅能反映出构件受力的基本情况,而且便于分析。例如图 1.1 所示的两种结构,可以分别简化为如图 1.2 所示的计算简图。

材料力学是一门研究各种构件抗力性能的科学,其主要任务包括保证构件能够正常工作,帮助设计者合理选择构件的材料和形状,确定所需要的几何尺寸;判断已有的构件能否正常工作并考虑如何改造它们,使其能够适应新任务的要求。为了保证构件能够正常工作,须满足以下三项基本要求。

(1)强度要求。所谓强度是指构件或材料在外力作用下抵抗破坏的能力,越不易破坏则表示材料的强度越高。在荷载作用下,构件会发生尺寸改变和形状改变,这两种改变统称变形。变形超过一定限度时,结构就不能安全地正常工作甚至断裂,这种情况称为失效,一般也称为“破坏”。构件在按设计要求不失效的前提下,能够承受的最大荷载值称为构件的承载能力。构件产生的变形分为弹性变形和塑性变形,其中,在卸除外力后构件能恢复原状的变形称为弹性变形,不能恢复的变形称为塑性变形或残余变形。例如,冲床的曲轴在工作冲压力作用下不应折断;储气罐或氧气瓶在规定压力作用下不应爆破。因此,构件强度要求即按照设计要求,构件在外力作用下不发生断裂或不允许的塑性变形。

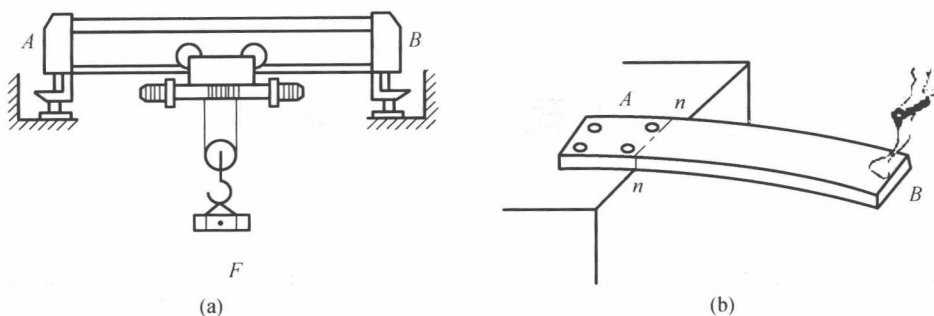


图 1.1 构件

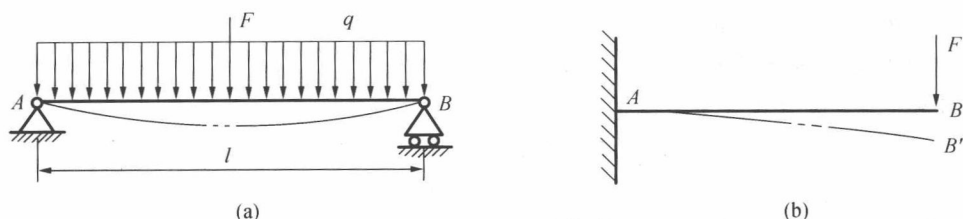


图 1.2 构件的计算简图

(2)刚度要求。所谓刚度是指构件在外力作用下抵抗变形的能力。在工程实际中,对某些构件只满足强度要求是不够的,往往要求它们的变形不超过正常工作允许的限度。例如,机床的主轴变形过大,将影响加工精度;吊车梁的变形过大,将使吊车不能正常运动。因此,构件刚度要求是指构件的变形不能超出工程许可的限度。

(3)稳定性要求。所谓稳定性是指构件承受荷载时保持原来平衡形式不变的能力。在工程实际中,细长杆、薄板等形式的构件随处可见,这些构件在压力作用下容易丧失稳定性。例如,受压直杆可能被压弯,导致其不能正常工作。因此,构件稳定性要求是指这类受压构件要能够保持其原来的平衡形式不变。

实际工程问题中,构件都应有足够的强度、刚度和稳定性。但就一个具体构件而言,对上述三项要求往往有所侧重。例如,氧气瓶以强度要求为主,车床主轴以刚度要求为主,而挺杆则以稳定性要求为主。

对构件在强度、刚度和稳定性三方面的要求,可以统称为强度要求。构件满足强度要求是对构件设计的安全方面的考虑。构件的设计不仅要考虑安全,还要考虑经济方面合理省材。材料力学的主要任务就是研究构件在外力作用下的变形、受力与破坏规律,为合理设计构件提供有关强度、刚度与稳定性分析的基本理论和方法。在保证所有构件能够正常工作的前提下,帮助设计者合理地选择构件的材料和形状,确定其几何尺寸以及判断已有的构件是否适合正常使用的要求,并考虑如何改造它们,使之能够适应新任务的要求。

### 1.1.2 材料力学的研究对象

实际中的构件复杂多样,根据其几何特征,可分为杆件、板件和块体。

#### 1. 杆件

若构件一个方向的尺寸(长度)远大于其他两个方向的尺寸,则称为杆件(图 1.3)。杆件在实际中多可以抽象为梁、柱、传动轴、支撑杆等构件。

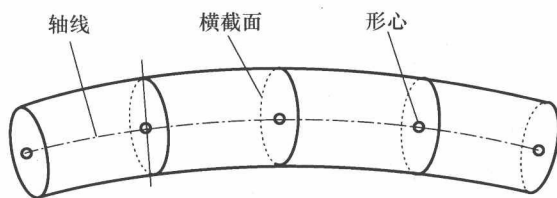


图 1.3 杆件

杆件的轴线与横截面确定了其基本形状。轴线通过杆件横截面的形心,并且横截面与轴线相互正交。轴线是一条直线的杆件称为直杆[图 1.4(a)和(b)];轴线有转折的则称为折轴杆[或称刚架,图 1.4(c)和(d)];轴线呈弯曲线的杆件称为曲杆[图 1.4(e)]。杆件的横截面如果是不改变的,称为等截面杆[图 1.4(a)、(c)、(e)];与此相对的,沿轴线改变横截面的杆件,称为变截面杆[图 1.4(b)和(d)]。

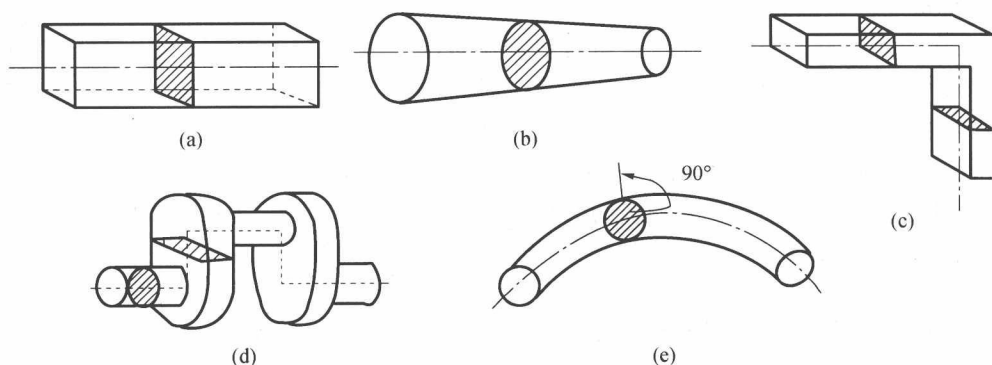


图 1.4 不同类型的杆件

## 2. 板件

若构件一个方向的尺寸(高度)远小于其他两个方向的尺寸,则称为板件(图 1.5)。平分板件厚度的几何面,称为中面。中面为平面的板件称为板[图 1.5(a)];中面为曲面的板件称为壳[图 1.5(b)]。

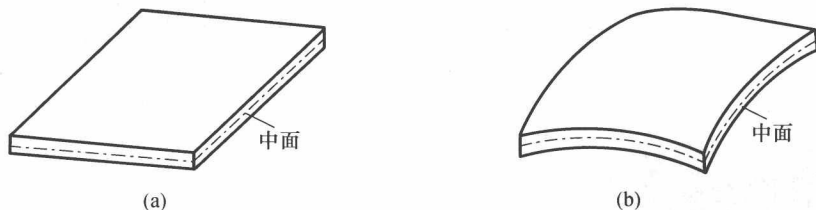


图 1.5 板件

## 3. 块体

具有一定规则形状的且三个方向上的尺寸差不多的物体称为块体。例如,建筑物的基础、坝体以及挡土墙等,均可归为块体。

材料力学多是以杆件,以及由若干杆组成的简单杆系为主要的研究对象,同时也对一些形状与受力都比较简单的板与壳结构进行研究。而对于一些较为复杂的杆系、板壳与块体等结构的受力问题等,则属于结构力学与弹性力学等分支学科的研究范畴。

## 1.2 材料力学的发展过程

与其他学科一样,材料力学也是为了解决人们在日常生产、生活和工程实践中的诸多问题,并且经历了漫长的历史时期才建立和发展起来的。作为一门相对独立、系统的学科,通常认为,材料力学是从文艺复兴时期的 17 世纪建立并不断发展完善起来的。但是,任何一门科学都不是少数人在短期内创造出来的,而是要经历前期积累、萌芽再逐步发展到系统化的过程。

在我国几千年的历史上,人们在日常的生产生活以及工程实践中积累了丰富的力学经验。我国劳动人民在修建大型水利和建筑工程的过程中利用自己的勤劳和智慧,形成了朴素实用的材料力学基础。在房屋建筑方面,在商代,先民们已经用木结构做骨架来建造房屋,并且为了解决横梁和立柱的接头处容易切断的问题,建筑师们发明了斗拱(图 1.6)作为立柱与横梁间的过渡结构;距今已近一千年历史的山西应县木塔(图 1.7),曾经历过一次 6.5 级的大地震,却仍然完整地屹立至今,并且成为了世界上现存最高的木结构建筑。这些都表明我国古代建筑师们在实践中积累并掌握了一些材料力学知识,这些知识已经具有一定的科学性和合理性。在桥梁建设方面,同样可以体现出这一点,例如公元 608 年李春主持建造的赵州桥(图 1.8),正是利用了石料耐压不耐拉的特性。赵州桥主拱上设计有小拱用于排水,这一设计也表明了古代工匠对减重省材、优化结构有了一定的认识。在运输工具方面,早在殷商时期我国的马拉战车就已经使用了辐条代替旧式的圆板,车轴改用了金属轴承,采用了油脂润滑,并且《周礼考工记》上对辐条的设计、安装、固定的要求提出了诸多准则。

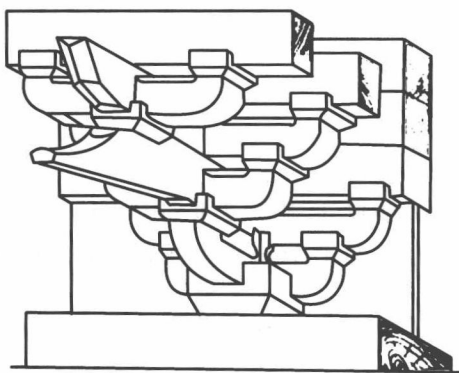


图 1.6 斗拱

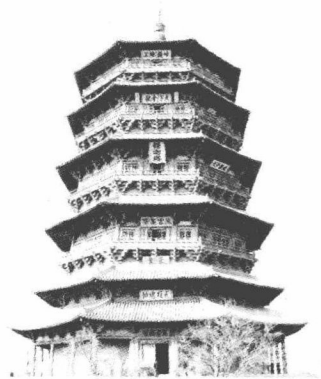


图 1.7 应县木塔

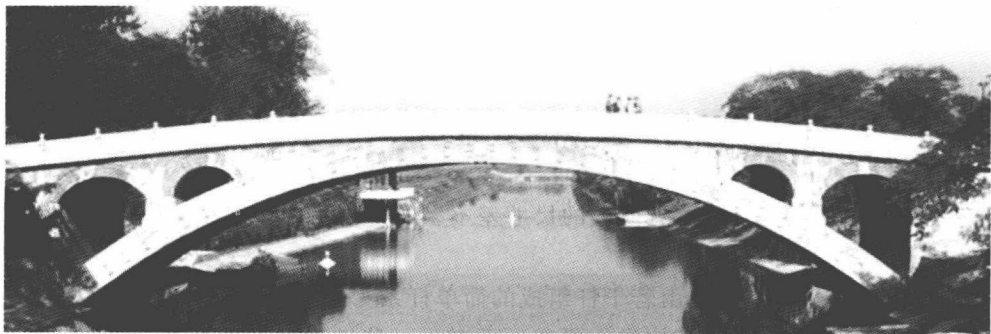


图 1.8 赵州桥

从上述历史事实可以看出,我国古代的工匠们已经在实践中领悟并积累了丰富的有关材料力学的知识,但这些知识主要体现在工程实践活动中,缺乏理论上的总结和交流传播。由于封建制度的长期延续,使得科学技术的成长发展备受限制,致使材料力学作为一个系统的学科没能在我国产生,而是于文艺复兴期间在欧洲建立并发展兴盛起来。

14 世纪以后,随着欧洲封建制度的逐步解体,传统手工业逐步过渡到世界性的贸易往来,采矿、冶金工业的萌芽和发展,使人们面临着一系列新的复杂的技术问题。1638 年,意大利科学家伽利略(G. Galileo)为了解决建造船只和水闸所需要的梁的尺寸问题,用实验研究的方法测算梁的强度(图 1.9),他还进行了一系列关于杆件拉伸强度的试验,并将研究成果列入《关于两种新科学的叙述与数学证明》一书中,这是世界上第一次提出关于强度计算概念的著作,同时也标志着材料力学开始成为一门独立学科。17 世纪末到 18 世纪是数学、力学的昌盛时期,材料力学的几个基本问题(强度、刚度、稳定性)都得到了正确解答。19 世纪末,由于实际需要及科学上的丰富成就,以材料力学的知识为基础,发展建立了结构力学和机械零件两门独立的学科。其中结构力学主要是在材料力学的初等理论的基础上,把能够计算复杂桁架、连续梁、刚架、拱、索等杆件体系的各种方法加以综合;机械零件的主要内容包括确定零件的结构形式,容许应力和强度计算方法等。20 世纪以来,材料力学在加强理论和实际的联系下得到了史无前例的跨越式发展,一方面由于数学工具在不断扩大,科学家们用许多完善的弹性理论成果和方法应用于解决具体工程问题;另一方面,理论的物理基础在不断扩大,通过种种精密的、带有根本性的实验研究,使那些作为计算基础的材料性能的概念日益准确。20 世纪中叶以后,科学技术和制造工业的高度发展,特别是航空航天技术的崛起,计算机的出现和不断更新换代,各种新型材料的不断问世和应用,加上实验设备日趋完善和实验技术水平不断提高,使得材料力学所涉及的领域更加宽广,内容更加丰富。



图 1.9 伽利略测试梁强度实验

在最近几十年中,随着生产与科学技术的结合程度增加,两者相互促进的过程大大加快,它们的发展速度也更快了。时至今日,材料力学已是硕果累累,分支众多,其中不少已经形成了独立的学科。例如研究对象由单一杆件到杆件系统,由杆件到板壳,分析方法更加完善,应用范围更加广泛;在强度设计中,全面研究了塑性材料在弹性阶段和塑性阶段的工作状况。研究的范围由弹性扩展到塑性,由常温扩展到高温、低温,由小变形扩展到有限变形,由静载问题研究深入到动载问题研究,从线性小变形问题扩展到非线性大变形问题。在稳定性问题的研究中,从杆、板、壳的静态稳定问题扩展到运动稳定性问题的研究。稳定性理论的研究已经从线性理论发展到非线性理论,并进入“分叉”、“混沌”等问题的研究领域。

材料力学作为一门与工业建设精密相关的系统学科,目前还面临着寻求新材料、新的实验、分析方法和新的数值计算方法的挑战。随着现代科学技术的飞速发展,现代社会必将不断地给材料力学提出新的课题,开辟新的研究方向。

### 1.3 材料力学的基本假设

在理论力学中,常常假定物体是刚体,即在受力状态下不产生变形。但是在工程实际中,物体在力的作用下总会产生变形,因此在材料力学中构件是可变形固体,简称为变形固体。实际的研究对象是极其复杂的,因而有必要将研究对象加以简化,依据客观情况建立力学模型,这一过程称为建模。对于建立力学模型有两个要求,一是要求具有科学性即最好近似于原型,二是要求具有实用性,以便于具体的分析计算。为了抽象出力学模型,常常需要忽略一些次要因素,只考虑与问题相关的主要属性,因此对变形固体有如下假设。

#### (1) 连续性假设。

物质的构成一般有两类模型,即连续介质模型和离散粒子模型。实际的物质不是连续介质,而是由离散的粒子构成,但当研究对象的宏观尺寸远比粒子的间隙大时,可以忽略粒子间空隙而将物质视作连续介质。目前力学中广泛采用的是连续介质模型,即认为组成构件的物质是连续地、无空隙地充满物体的几何空间,即连续性假设。基于这一假设,构件内的一些力学量就可用坐标的连续函数表示,并可采用无限小的数学分析方法。

应该指出,连续性不仅存在于构件变形前,而且存在于构件变形后,即构件内变形前相邻近的质点在变形后仍保持邻近,既不产生新的空隙或孔洞,也不出现重叠现象。所以,上述假设也称为变形连续性假设。

#### (2) 均匀性假设。

组成物质的粒子的力学性能彼此是有差异的,但由于组成构件的粒子数极多且又是随机排列的,因此构件的力学性能是各粒子力学性能的统计平均值,可认为是各处相同的,于是可假设构件的力学性能是各处均匀的,此即均匀性假设。按照这一假设,构件的任一部分都与整个构件具有完全相同的力学性能。因此通过试样所测得的材料性能可用于构件的任何部位。

上述的均匀、连续性假设是应用于材料力学研究构件的宏观力学性能和其在外力作用下的响应(内力和变形),但当研究发生在晶粒或分子上的现象时即研究本体是粒子时,就不能采用均匀、连续介质模型。

#### (3) 各向同性假设。

假定固体材料在各个方向上的力学性能完全相同,这称为各向同性假设。对于金属而言,由于金属构件所包含的晶粒极多,又是随机排列的,因此,虽然晶粒在不同方向上的力学性能一般是不同的,但是在宏观上仍可近似地认为是各向同性材料。例如,铸钢、铸铜和玻璃等都可认为是各向同性材料。在不同方向上具有不同力学性能的材料称为各向异性材料。例如,由增强纤维(碳纤维、玻璃纤维等)与基体材料(环氧树脂、陶瓷等)制成的复合材料(图 1.10),则属于各向异性材料,对其进行力学分析时,应按各向异性问题处理。

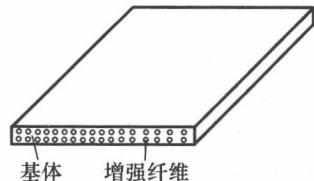


图 1.10 复合材料

#### (4) 小变形假设。

假设构件在外部因素作用下所产生的变形远远小于构件原来的尺寸,这称为小变形假设。一般情况下,工程构件在满足了强度、刚度或稳定性的条件下,受力后所发生的变形总是很微小的。利用这种变形微小性,经常能够给我们提供简便合理的实用计算方法。

以图 1.11(a)所示简单桁架为例,两根相同的杆  $OB$ 、 $OD$  对称地相连于  $O$  点,受到  $F$  力作

用后, 结点  $O$  移动到  $O'$ , 角  $\alpha$  减小成角  $\alpha'$ 。欲求各杆的内力, 需要根据变形后的几何关系, 建立平衡方程。由图 1.11(b) 中的受力分析知, 两杆的内力为  $F_{N1} = F_{N2} = F/2\cos\alpha'$ 。显然, 要求出  $F_{N1}$  和  $F_{N2}$  就必须先确定变形后的角度  $\alpha'$ 。但是, 杆系受力后夹角的改变又必须通过未知的内力  $F_{N1}$  和  $F_{N2}$  才能算出。可见, 如果必须考虑杆件的变形, 计算就变得很复杂。

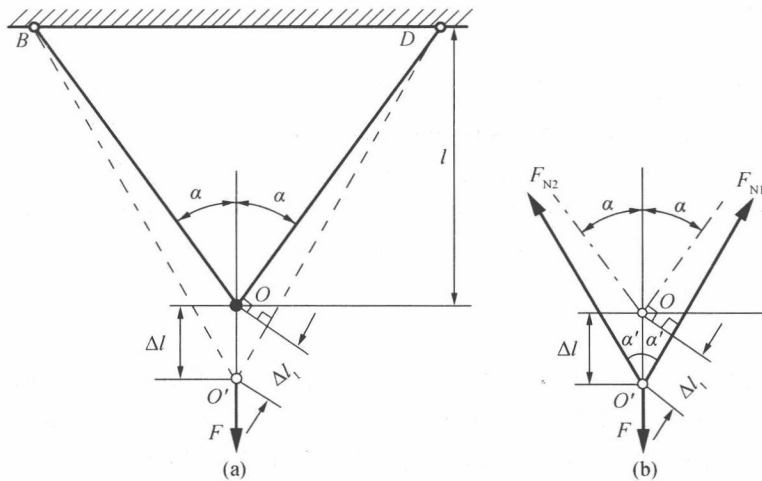


图 1.11 小变形假设

因此, 为避免过于复杂且并不必要的计算, 需要用到小变形假设。从结点  $O$  向变形的杆件(虚线)作垂线, 设杆件的伸长量为  $\Delta l_1$ 、结点  $O$  的位移为  $\Delta l$ 。基于小变形假设, 可以认为角度  $\alpha'$  和  $\alpha$  近似相等, 从而得出  $F_{N1} = F_{N2} = F/2\cos\alpha$ , 事实上, 这一结果是足够准确的。由此可见, 在建立静力平衡方程或其他理论分析中, 利用小变形假设略去物体的微小变形, 按照体系原来的尺寸计算, 并不会引起显著的误差, 计算工作却得到了极大的简化。

与小变形相对应的是大变形情况, 对于橡胶、塑料等能够产生大变形的物体, 小变形假设是不适用的。

## 1.4 外力与内力、应力与应变的概念

### 1.4.1 外力

构件受到由其他构件对它的作用力, 此即构件所受到的外力, 外力包括荷载与约束力。荷载是别的物体主动作用在所研究构件上的力, 约束力是支持着构件的物体对所研究构件施加的反作用力, 是被动力。

外力按照其作用方式, 可分为表面力与体积力。表面力是作用在构件表面的外力, 例如, 作用在高层建筑物上的风力、压力容器内壁上的气体或液体压力等。体积力是作用在构件各质点上的外力, 例如构件的重力与惯性力均为体积力。

表面力按照其分布情况, 可分为分布力与集中力。连续分布在构件表面某一范围的力称为分布力。如果分布力的作用面积远小于构件的表面面积, 或沿杆件轴线的分布范围远小于杆件长度, 则可将分布力简化为作用于一点的力, 称为集中力。

荷载按照其随时间变化的情况, 可分为静荷载与动荷载。随时间变化极缓慢或不变化的荷载, 称为静荷载, 其特征是在加载过程中, 构件的加速度很小, 可以忽略不计。与静荷载相对

应的,随时间显著变化或使构件各质点产生明显加速度的荷载,称为动荷载。例如,打桩时桩受到的冲击力、锻造时汽锤杆受到的冲击力均为动荷载。

由于构件在静荷载与动荷载作用下的力学特征不同,分析方法也不完全相同,但静荷载的分析方法是动荷载分析方法的基础。

### 1.4.2 内力与截面法

#### 1. 内力的概念

物体可看成是由无数颗粒组成,在物体不受任何外力作用时,各颗粒之间存在着相互作用的内力(分子间的作用力),正是由于这种内力使固体各部分紧密联系,保持一定的形状。当构件受到外力作用发生变形时,构件内各质点间的力将发生变化,产生所谓“附加内力”,并且这个附加内力与外力使得整个构件受力平衡。跟构件的抗力性能有着密切联系的正是这些附加内力,它是构件的强度、刚度及稳定性问题的基础,因此材料力学中研究的是附加内力,并简称为内力。

#### 2. 确定内力的方法——截面法

以图 1.12 为例,为了计算构件在横截面  $m-m$  上的内力,假想地用一平面沿横截面  $m-m$  将构件切开,分为 I 和 II 两部分[图 1.12(a)]。取其中任一部分,例如取部分 II 作为研究对象。由于整个构件在外力作用下处于平衡,因此部分 I 和 II 也分别处于平衡。作用在部分 II 上的外力为  $F_3$  和  $F_4$ ,已知 II 处于平衡,则推断部分 I 必然通过横截面  $m-m$  对部分 II 有作用力,并且该力的大小与外力  $F_3$  和  $F_4$  平衡,如图 1.12(b)所示。根据作用力与反作用力定律可知,部分 II 必然也有大小相等、方向相反的力作用于部分 I。I 和 II 之间通过截面  $m-m$  相互作用的力就是构件在该截面上的内力。这种由外力确定内力的方法称为截面法。

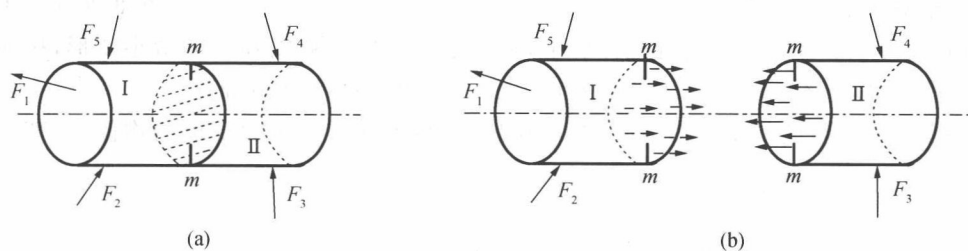


图 1.12 截面法

上述截面法可以归纳为以下四个步骤:

- (1) 欲求某一截面上的内力,就沿该截面假想地把构件分成两部分(截)。
- (2) 保留其中任一部分作为研究对象,弃去另一部分(留)。
- (3) 用作用在横截面上的内力,代替弃去部分对保留部分的作用(代)。
- (4) 建立保留部分的平衡条件,确定未知内力(平)。

**例 1.1** 试用截面法求图 1.13(a)所示悬臂梁截面 I-I 的内力。

**解** 首先对梁做整体的受力分析,如图 1.13(b)所示,在 B 端外力  $F$  的作用下,梁的 A 端会产生约束反力  $F_A$  和弯矩  $M_A$ 。列出平衡方程,可以求得

$$F_A = F, \quad M_A = Fl$$

再应用截面法,按如下步骤求横截面 I-I 上的内力。

- (1) 设想沿截面 I-I 将梁切开,分为左、右两段。
- (2) 抛弃左段,留下右段,画出作用于该段上的外力  $F$ 。

(3)在右段上截面 I-I 处画出该段保持平衡必需的内力,即有一个向上的剪力  $F_{sI}$  和一个逆时针方向的弯矩  $M_I$  [图 1.13 (c)]。

(4)应用力的平衡条件计算内力:

由  $\sum F_y = 0$ , 得

$$F_{sI} = F$$

由  $\sum M_c = 0$ , 得

$$M_I = -\frac{Fl}{2}$$

式中,正负号表示内力  $F_{sI}$  和  $M_I$  的方向,如图 1.13 所示。

### 1.4.3 应力与应变

用截面法求出的某截面上的内力,是该截面上分布内力的合力,与截面的形状和尺寸无关,它并不能表明截面上各处受力的强弱,因而不足以反映构件的强度。为此,引入内力集度,即内力分布程度的概念。如图 1.14(a)所示,在受力杆件的截面  $m-m$  上围绕任一点  $K$  取一微小面积  $\Delta A$ ,并设作用在该面积上的内力为  $\Delta F$ ,  $\Delta F$  的大小和方向与  $K$  点位置及  $\Delta A$  的大小有关。 $\Delta F$  与  $\Delta A$  的比值称为  $\Delta A$  内的平均应力,并用  $\bar{p}$  表示,即

$$\bar{p} = \frac{\Delta F}{\Delta A} \quad (1-1)$$

一般情况下,内力沿截面并非均匀分布, $\bar{p}$  的大小和方向将随所取面积  $\Delta A$  的大小而不同。当  $\Delta A$  趋于零,平均应力  $\bar{p}$  的大小和方向都趋于一个极限,该极限称为截面  $m-m$  上点  $K$  处的应力,并用  $p$  表示,即

$$p = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta F}{\Delta A} \quad (1-2)$$

应力  $p$  是一个矢量,其方向是  $\Delta F$  的极限方向。一般情况下,它既不与截面正交,也不与截面相切。为了便于分析,通常将应力  $p$  沿截面的法向与切向分解为两个分量[图 1.14(b)]。沿截面法向的应力分量称为正应力,并用  $\sigma$  表示;沿截面切向的应力分量称为切应力,并用  $\tau$  表示。显然,

$$p^2 = \sigma^2 + \tau^2 \quad (1-3)$$

在我国法定计量单位中,力与面积的基本单位分别为牛(N)与平方米( $m^2$ ),应力的单位为 Pa(帕),其名称为帕斯卡(Pascal), $1 \text{ Pa} = 1 \text{ N}/m^2$ 。应力的常用单位为 MPa, $1 \text{ MPa} = 10^6 \text{ Pa}$ 。



图 1.14 应力、正应力和切应力

构件在外力作用下发生变形,表示变形程度的量称为应变。如图 1.15(a)所示,设构件内沿  $x$  轴方向有一微小物质线段  $CD$ ,长为  $\Delta x$ 。构件受到外力作用并产生变形,变形后的线段

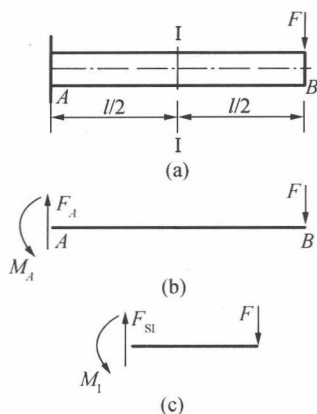


图 1.13 例 1.1 图