



中等职业教育特色精品课程规划教材
中等职业教育课程改革项目研究成果

机械工程力学

jixie gongcheng lixue

■ 主编 邓春梅



北京理工大学出版社

BEIJING INSTITUTE OF TECHNOLOGY PRESS

21 世纪中等职业教育特色精品课程规划教材
中等职业教育课程改革项目研究成果

机 械 工 程 力 学

主 编	邓春梅		
编 委	李建平	王尤光	南三军
	郝建军	刘 猛	李伯林

内 容 提 要

本书主要内容包括杆件的静力分析、构件的承载能力分析、构件的运动分析和动力分析等。全书共分七章，绪论主要介绍了力学的基础知识；第一章静力分析基础；第二章平面力系的平衡及应用；第三章内力计算；第四章材料的强度与变形；第五章材料的失效与零部件失效；第六章刚体的运动分析；第七章实验。

本书涵盖了中等职业教育的内容，可作为中等职业技术机械类、近机类各专业的教材，也可作为工程技术人员参考资料。

版权专用 侵权必究

图书在版编目 (CIP) 数据

机械工程力学 / 邓春梅主编. —北京: 北京理工大学出版社, 2010. 7

ISBN 978 - 7 - 5640 - 3276 - 0

I. ①机… II. ①邓… III. ①机械工程学: 工程力学 - 专业学校 - 教材 IV. ①TH113

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2010) 第 111133 号

出版发行 / 北京理工大学出版社

社 址 / 北京市海淀区中关村南大街 5 号

邮 编 / 100081

电 话 / (010) 68914775 (办公室) 68944990 (批销中心) 68911084 (读者服务部)

网 址 / <http://www.bitpress.com.cn>

经 销 / 全国各地新华书店

印 刷 / 北京通县华龙印刷厂

开 本 / 787 毫米 × 1092 毫米 1/16

印 张 / 8.75

字 数 / 224 千字

版 次 / 2010 年 7 月第 1 版 2010 年 7 月第 1 次印刷

定 价 / 16.00 元

责任校对/张沁萍

责任印制/母长新

图书出现印装质量问题, 本社负责调换



前 言

机械工程力学是中等职业学校机械类和近机类专业的一门重要的技术基础课。本教材从工程实际出发,重点放在工程应用中的基本知识、分析问题的思路和方法上,并通过一定量的例题细致讲解,使学生在掌握课程主要知识点的基础上能够灵活运用。本教材在传统内容的继承,现代科技成果的引进以及知识的传授、能力和素质培养等方面,进行了积极探索;在教材体系、课程内容、表述方法等方面也都做了一些新的尝试。是一部体系创新,重视基础同时强调应用,注重能力培养的新教材。本教材附有每章一练以及旨在培养创造性思维和创新能力的题目。在课程内容上拓宽基础知识范围,突出构件承载能力的主线,兼顾了近机类各专业的特点,使学生在学时能正确处理知识的广度和深度,并强调理论知识与工程实践的联系。

本书主要内容包括杆件的静力分析、构件的承载能力分析、构件的运动分析和动力分析等。全书共分七章,绪论主要介绍了力学的基础知识;第一章静力分析基础;第二章平面力系的平衡及应用;第三章内力计算;第四章材料的强度与变形;第五章材料的失效与零部件失效;第六章刚体的运动分析;第七章实验。

本书涵盖了中等职业教育的内容,可作为中等职业技术机械类、近机类各专业的教材,也可作为工程技术人员的参考资料。

由于编者水平有限,书中难免有错,恳请各位专业人士及读者提出意见或建议,我们将表示诚挚的感谢!

编 者



目 录

绪 论	1
第一章 静力分析基础	5
第一节 力和力系	5
第二节 力偶和力矩的基本知识	8
第三节 力系的简化	11
第四节 约束和约束力	17
第五节 物体的受力分析	20
第二章 平面力系的平衡及应用	29
第一节 平面汇交力系的平衡	29
第二节 平面任意力系的平衡方程	33
第三节 简单物体系统的平衡	36
第四节 摩擦与自锁	38
第五节 重心和形心的概念及应用	42
第三章 内力计算	52
第一节 拉压杆的内力	52
第二节 梁弯曲时的内力	58
第三节 圆轴扭转式的内力	66
第四章 材料的强度与变形	71
第一节 杆件拉伸式的强度与变形	71
第二节 圆轴扭转时的强度与变形	75
第三节 梁的强度和变形	83



第五章 材料失效与零部件失效	100
第一节 分布内力与应力、变形与应变的基本概念	100
第二节 材料与机械零部件的失效	102
第三节 许用应力与安全系数	103
第六章 刚体的运动分析	105
第一节 刚体运动形式概述	105
第二节 点的平面运动	108
第三节 刚体定轴转动的运动分析	111
第七章 实验	121
实验一 质心与转动惯量实验	121
实验二 拉伸性实验	124
实验三 扭转实验	129
实验四 工字梁弯曲实验	131

绪 论



绪论介绍了力学的发展简史以及力学课程在专业课中的地位，明确了力学的学习方法和要求、力学的研究对象及研究方法。



1. 了解力学的发展史。
2. 对本课程有一定的认识。
3. 了解本课程的内容、任务。
4. 明确力学的学习方法和要求。
5. 了解力学的研究对象和研究方法。

* * * * *

一、力学的研究对象及主要内容

1. 力学的研究对象

工程力学是一门研究物体机械运动和构件承载能力的科学。所谓机械运动是指物体在空间的位置随时间的变化，而构件承载能力则指机械零件和结构部件在工作时安全可靠地承担外载荷的能力。



工程中常见的起重机，设计时，要对各构件在静力平衡状态下进行受力分析，确定构件的受力情况，研究作用力必须满足的条件。当起重机工作时，各构件处于运动状态，对构件进行运动和动力分析，这些问题均属于研究物体机械运动所涉及的内容。为保证起重机安全正常工作，要求各构件不发生断裂或产生过大变形，则必须根据构件的受力情况，为构件选择适当的材料、设计合理的截面形状和尺寸，这些问题则是属于研究构件承载能力方面的内容。

2. 力学研究的主要内容

工程力学有其自身的科学系统，本课程包括静力学、材料力学和运动力学三部分。

(1) 静力学 主要研究力系的简化及物体在力系作用下的平衡规律。



(2) 材料力学 主要研究构件在外力作用下的强度、刚度和稳定性等的基本理论和计算方法。

(3) 运动力学 从几何角度来研究物体运动的规律,以及物体的运动与其所受力之间的关系。

二、工程力学在工程技术中的地位和作用

工程力学是工科各类专业中一门必不可少的技术基础课,在基础课和专业课中起着承前启后的作用,是基础科学与工程技术的综合。掌握工程力学知识,不仅为了学习后继课程,具备设计或验算构件承载能力的初步能力,而且还有助于从事设备安装、运行和检修等方面的实际工作。因此,工程力学在专业技术教育中有极其重要的地位。

力学理论的建立来源于实践,它是以对自然现象的观察和生产实践经验为主要依据,揭示了唯物辩证法的基本规律。因此,工程力学对于今后研究问题、分析问题、解决问题有很大帮助,促进我们学会用辩证的观点考察问题,用唯物主义的认识观去理解世界。

三、工程力学发展简史

一切科学的发展过程都与社会的发展紧密联系,力学的发展充分证实了这一点。力学是最早形成并获得发展的科学之一。远古人类通过劳动积累经验创造了一些简单工具,并不断改进,从经验中获得知识,形成了人们认识力学规律的最初起点。人们就在生产劳动中应用了杠杆、螺旋、滑轮、斜面等简单机械,从而促进了静力学的发展。古希腊时代,就已形成比重和重心的概念,出现杠杆原理;阿基米德(Archimedes,约公元前287—212年)的浮力原理提出于公元前二百多年。虽然这些知识尚属力学科学的萌芽,但在力学发展史中应有一定的地位。

16世纪以后,由于航海、战争和工业生产的需要,力学的研究得到了真正的发展。钟表工业促进了匀速运动的理论;水磨机械促进了摩擦和齿轮传动的研究;火炮的运用推动了抛射体的研究。天体运行的规律提供了机械运动最单纯、最直接、最精确的数据资料,使得人们有可能排除摩擦和空气阻力的干扰,得到规律运动的认识。天文学的发展为力学找到了一个最理想的“实验室”——天体。

与此同时,以伽利略(Galileo Galilei,1564—1642年)为代表的物理学家对力学开展了广泛研究,得到了自由落体定律。伽利略的两部著作:《关于托勒密和哥白尼两大世界体系的对话》(1632年)和《关于力学和运动两种新科学的谈话》(简称《两门新科学》)(1638年),为力学的发展奠定了思想基础。

随后,牛顿(Isaac Newton,1642—1727年)把天体的运动规律和地面上的实验研究成果加以综合,进一步得到了力学的基本规律,建立了牛顿三大运动定律和万有引力定律。牛顿建立的力学体系经过伯努利(Daniel Bernoulli,1700—1782年)、拉格朗日(J. L. Lagrange,1736—1813年)、达朗贝尔(Jeanie Rond d'Alembert,1717—1783年)等人的推广和完善,形成了系统的理论,取得了广泛的应用并发展出了流体力学、弹性力学和分析力学等分枝。

到了18世纪,古典力学已经相当成熟,成了自然科学中的主导和领先学科。机械运动是最直观、最简单、也最便于观察和最早得到研究的一种运动形式。但是,任何自然界的现象都是错综复杂的,不可避免地会有干扰因素,不可能以完全纯粹的形态自然地展现在人们



面前,力学现象也不例外。因此,人们要从生产和生活中遇到的各种力学现象抽离出客观规律,必定要有相当复杂的提炼、简化、复现、抽象等实验和理论研究的过程。和物理学的其他学科相比,力学的研究经历了更为漫长的过程。从希腊时代算起,整个过程几乎长达两千年之久。之所以会如此漫长,一方面是由于人类缺乏经验,弯路在所难免,只有在研究中自觉或不自觉地摸索到了正确的研究方法,才有可能得出正确的科学结论。再就是生产水平低下,没有适当的仪器设备,无从进行系统的实验研究,难以认识和排除各种干扰。例如摩擦力和空气阻力对力学实验来说恐怕是无处不在的干扰因素。如果不加以分析,只凭直觉进行观察,往往得到的是错误结论。而伽利略和牛顿对物理学的功绩,就是把科学思维和实验研究正确的结合在一起,从而为力学的发展开辟了一条正确的道路。

从19世纪到20世纪以来,铁路、桥梁的发展以及钢铁和其他新材料的出现,向力学工作者提出了更广泛更深入的研究课题,使得力学的分工越来越细,出现了更多的以材料力学、结构力学、弹性力学和塑性力学为基础的固体力学分支,例如计算力学、断裂力学、疲劳黏弹性力学、复合材料力学、散体力学、实验固体力学等。而这些学科的发展反过来促进了宇宙飞行、石油勘探、喷气技术、大型水利工程等的一系列力学问题的解决。

随着计算机性能日益提高,以前一些因为计算过于繁琐而不能解决的难题,现在也可以迎刃而解,从繁琐的力学计算中解脱出来的人们可以将更多的精力放到理论研究中。由此可见,计算机的引入在解决力学问题的定量化、精确化方面起着相当重要的作用。可以预见,未来的力学将会取得更大的发展。

四、学习工程力学的要求和方法

机械工程力学来源于实践又服务于实践。在研究工程力学时,现场观察和实验是认识力学规律的重要的实践环节。在学习本课程时,观察实际生活中的力学现象,学会用力学的基本知识去解释这些现象,通过实验验证理论的正确性,并提供测试数据资料作为理论分析、简化计算的依据。

机械工程实际问题,往往比较复杂,为了使研究的问题简单化,通常抓住问题的本质,忽略次要因素,将所研究的对象抽象化为力学模型。如研究物体平衡时,用抽象化的刚体这一理想模型取代实际物体;研究物体的受力与变形规律时,用变形固体模型取代实际物体;对构件进行计算时,将实际问题抽象化为计算简图等等。因此,根据不同的研究目的,将实际物体抽象化为不同的力学模型是工程力学研究中的一种重要方法。

机械工程力学有较强的系统性,各部分内容之间联系较紧密,学习中要循序渐进,要认真理解基本概念、基本理论和基本方法。要注意所学概念的来源、含义、力学意义及其应用;要注意有关公式的根据、适用条件;要注意分析问题的思路,解决问题的方法。在学习中,一定要认真研究,独立完成一定数量的思考题和习题,以巩固和加深对所学概念、理论、公式的理解、记忆和应用。



“内伤”中的力学知识

家庭主妇们经常抱怨：好端端的土豆，一削皮就露出里边褐黑色的一块块坏斑，待到把这些坏区全削去，一颗土豆便所剩甚小。唉！真可惜。奇怪的是，买土豆时任你怎么挑选，也总是避免不了有坏斑。这种倒霉的“内伤”在苹果、梨等水果中也时有发生。

心细的学过力学的人，不难回答这个问题。原来毛病出在包装运输中。在装车运输土豆时人们总想装得多以提高效率，殊不知装车时的碰撞却给土豆造成许多内伤。装得厚了，压在底层的土豆可就倒了大霉，给压坏了。苹果、梨等水果运输时多用箱子或篮子，每只箱篮的高度较小，所以压坏的要少些，但要是车辆驶过颠簸不平的路面，由于振动加大了压力，处在箱底的水果还是难免遭殃。

主妇们又要问了，压坏的土豆，裂的、破的，一眼就能看出来，可又怎样解释表面上是好的内部却受伤的现象呢？

土豆和水果的“内伤”问题正好是一个典型的接触问题。

假定相互接触的土豆为两个半径为 R 的弹性球，两个球之间作用压力为 p 。这时接触处由于球的变形已不再是一点，而是一个半径为 a 的圆，根据接触问题的理论分析可以算出在球体内最大剪应力，而最大剪应力不在接触面上而与接触面有一定距离。

土豆和水果等许多材料都可以近似看为在最大剪应力超过一定限度就产生破坏的材料。

半径和压力愈大，深度也愈大。实际接触物体形状虽然各式各样，但上述基本规律则是共同的，这就是为什么土豆外表完好而内伤累累的原因。土豆装运只要超过一定高度，总有一大层土豆难逃这种厄运，每年由此而扔掉的土豆和水果以千吨计，所以改善包装和运输条件才是拯救这批土豆的根本办法。学一点接触问题是很有必要的。



1. 现代力学有哪些重要的特征？
2. 试述工程力学研究问题的一般方法。
3. 工程静力学的基本研究内容和主线是什么？



第一章

静力分析基础



本章概述

学习静力学，首先必须弄清楚一些基本的力学概念和静力学公理，如对力和力系、力矩与力偶的概念。此外，在熟悉工程中常见的典型约束，如柔索约束、光滑接触面约束、光滑铰链约束和滚动支座约束，及其约束反力的基础上，能对物体进行受力分析，并且能够画出物体的受力图，这是解决力学问题的基础环节。



教学目标

1. 了解力、力系、力矩、力偶的基本概念。
2. 掌握静力学公理，重点熟悉工程中常见的典型约束及其约束反力。
3. 了解常见的约束和约束力。
4. 能够简化简单的力系。
5. 在对物体进行受力分析时，能合理、灵活地应用静力学公理和典型约束的约束反力特点，针对具体情况进行具体分析，熟练地画出物体的受力图。

* * * * *

第一节 力和力系

一、力与力的性质

1. 力的基本概念

力是物体间相互的机械作用。力的变形效应将在研究变形体力学问题的各学科中加以讨论，在理论力学中主要讨论力的外效应。

2. 力的性质

力是物体之间相互的作用，能使物体的运动状态发生改变，或使物体变形。在工程力学中讨论的主要对象为质点或刚体，则力的作用效果只改变其运动状态。在我国法定计量单位中，力的单位为 N (牛)， $1\text{ N} = 1\text{ kg} \cdot \text{m/s}^2$ 。力具有如下性质：

(1) 力的作用效果取决于力的大小、方向与作用点 此性质称为力的三要素。可用一个有向线段来描述力的方向和大小。用该有向线段的起点或终点描述其作用点。线段所在的

直线称为力的作用线。



自然界中存在这各种各样的力，人们在生活和生产过程逐渐产生了力的概念。在自然界中，力可以说是无处不在，如水压力、土压力、摩擦力、万有引力等。它们的物理本质虽然不同，但却可以产生相同的效应，即力的效应。力使物体的运动状态发生改变的效应，称之为运动效应或外效应。使物体产生变形的效应，称之为变形效应或内效应，如图 1-1 所示。

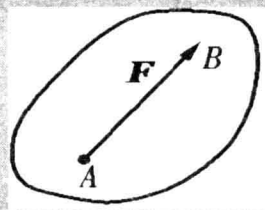


图 1-1 力的大小、方向和作用点

力的大小——物体间机械作用的强弱程度，采用国际单位制，力的单位是牛顿（N 简称牛）或者千牛顿（kN 简称千牛）；力的方向——物体间的机械作用具有方向性，它包括方位和指向；

力的作用点——物体间机械作用的位置。

(2) 两个力作用于同一个点的效应可与作用点不变的另一个力等效 该力称为两力和合力，该合力的大小与方向以两力的有向线段为边构成的平行四边形的对角线确定。此性质称为力的平行四边形法则。

作用在物体上同一点的两个力，可以合成为一个合力，此合力的大小和方向由此二力矢量所构成的平行四边形对角线来确定，合力的作用点仍在该点。 F 为合力， F_1 、 F_2 为分力，即合力 F 等于分力 F_1 、 F_2 的矢量和，表达式：

$$F = F_1 + F_2 \quad (1-1)$$

亦可用力三角形求得合力矢，也可采用三角形法则确定合力，力的平行四边形法则是简单的力系简化，同时此法则也是力的分解法则，如图 1-2 所示。

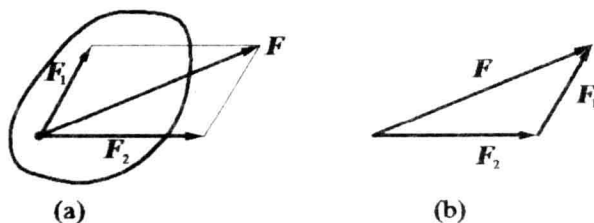


图 1-2 力的等效

3. 二力平衡

作用于同一物体的两个力使其平衡的充要条件是两力处在同一直线上，且大小相等，方向相反，如图 1-3 所示矢量表示为

$$F_1 = -F_2 \quad (1-2)$$

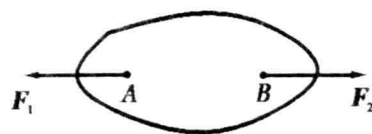


图 1-3 矢量

4. 力系平衡

在作用于物体的力系中加上或减去任意的平衡力系，并不改变原来力系对物体的作用。

将作用在刚体上的力沿其作用线任意移动到作用线的另一点，而不改变它对刚体的作用效应，如图 1-4 所示。

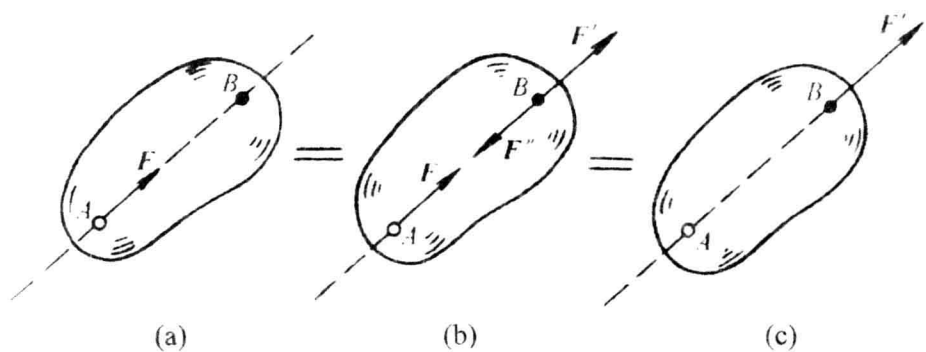


图 1-4 平衡力系

5. 作用力与反作用力

作用力与反作用力同时存在，大小相等、方向相反，沿同一作用线分别作用在不同的物体上。
注意，作用力与反作用力由于作用在不同的物体上，不构成上述所谓的平衡，如图 1-5 所示。

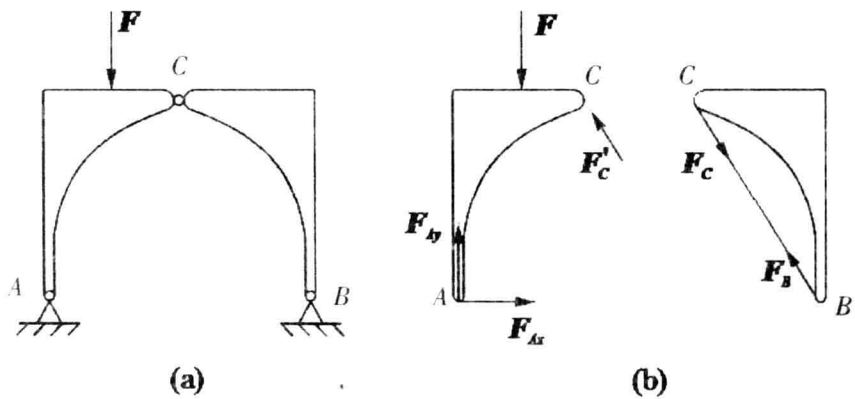


图 1-5 作用力与反作用力

二、力系

所谓平面力系是指各力的作用线都在同一平面内的力系。在平面力系中，若各力的作用线交于一点，则称为平面汇交力系，如图 1-6 所示；若各力的作用线相互平行，则称为平面平行力系，如图 1-7 所示；若各力的作用线既不完全交于一点也不完全相互平行，则称为平面一般力系，如图 1-8 所示。

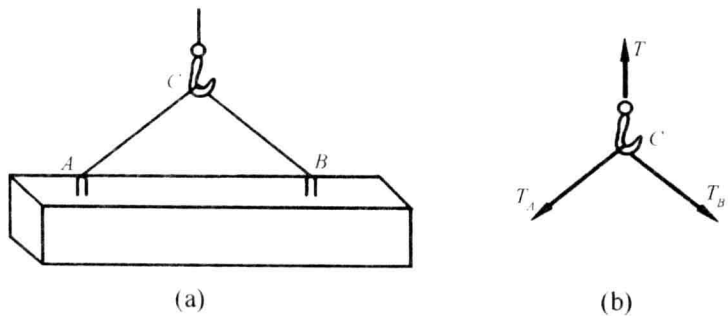


图 1-6 平面汇交力系

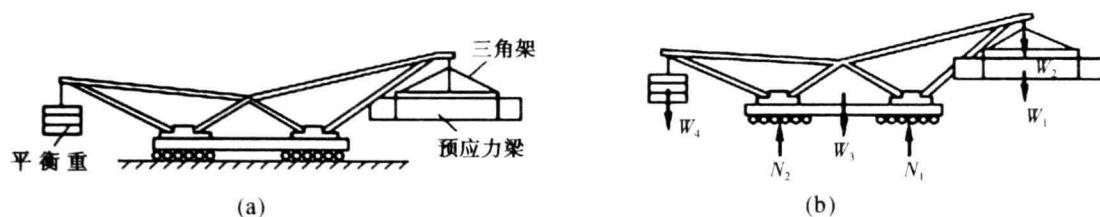


图 1-7 平面平行力系

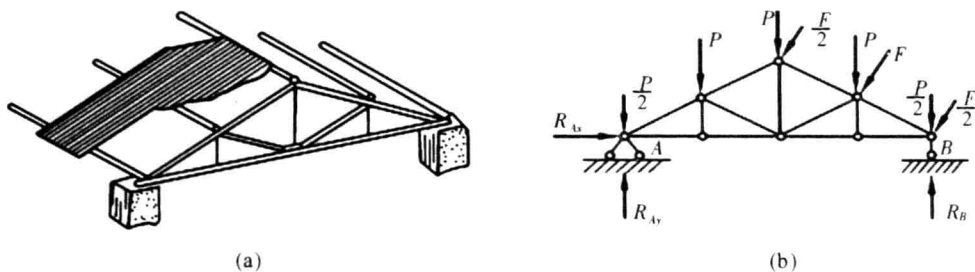


图 1-8 平面一般力系

第二节 力偶和力矩的基本知识

一、力对点的矩

从实践中知道，力对物体的作用效果除了能使物体移动外，还能使物体转动，力矩就是度量力使物体转动效果的物理量。

力的大小与力臂的乘积称为力 F 对点 O 之矩（简称力矩），记作 $m_o(F)$ 。计算公式可写为

$$m_o(F) = \pm F \cdot d \quad (1-3)$$

式中的正负号表示力矩的转向。在平面内规定：力使物体绕矩心作逆时针方向转动时，力矩为正；力使物体作顺时针方向转动时，力矩为负。因此，力矩是个代数量。

力矩的单位是 $\text{N} \cdot \text{m}$ 或 $\text{kN} \cdot \text{m}$ 。

由力矩的定义可以得到如下力矩的性质：

- 力 F 对点 O 的矩，不仅决定于力的大小，同时与矩心的位置有关。矩心的位置不同，力矩随之不同；
- 当力的大小为零或力臂为零时，则力矩为零；
- 力沿其作用线移动时，因为力的大小、方向和力臂均没有改变，所以，力矩不变；
- 相互平衡的两个力对同一点的矩的代数和等于零。



现以扳手拧螺帽为例，如图 1-9 所示。手加在扳手上的力 F ，使扳手带动螺帽绕中心 O 转动。力 F 越大，转动越快；力的作用线离转动中心越远，转动也越快；如果力的作用线与力的作用点到转动中心 O 点的连线不垂直，则转动的效果就差；当力的作用线通过转动中心 O 时，无论力 F 多大也不能扳动螺帽，只有当力的作用线垂直于转动中心与力的作用点的连线时，转动效果最好。另外，当力的大小和作用线不变而指向相反时，将使物体向相反的方向转动。在建筑工地上使用撬杠抬起重物，使用滑轮组起吊重物等等也是实际的例子。通过大量的实践总结出以下的规律：力使物体绕某点转动的效果，与力的大小成正比，与转动中心到力的作用线的垂直距离 d 也成正比。这个垂直距离称为力臂，转动中心称为力矩中心（简称矩心）。

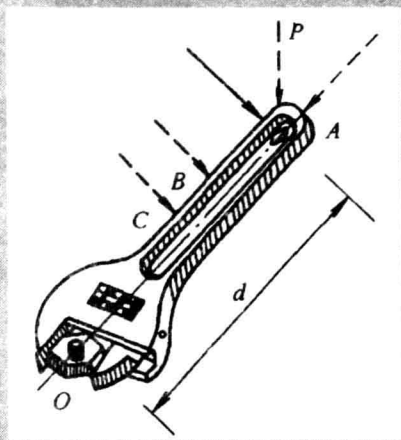


图 1-9 力矩

二、合力矩定理

在计算力对点的力矩时，有些问题往往力臂不易求出，因而直接按定义求力矩难以计算。此时，通常采用的方法是把这个力分解为两个或两个以上便于求出力臂的分力，在由多个分力力矩的代数和求出合力的力矩。这一有效方法的理论根据是合力矩定理，即：

如果有 n 个平面汇交力作用于 A 点，则平面汇交力系的合力对平面内任一点之矩，等于力系中各分力对同一点力矩的代数和：

$$\text{即 } M_o(F_R) = M_o(F_1) + M_o(F_2) + \cdots + M_o(F_n) = \sum M_o(F) \quad (1-4)$$

式 (1-4) 称为合力矩定理。

合力矩定理一方面常常可以用来确定物体的重心位置；另一方面也可以用来简化力矩的计算。这样就使力矩的计算有两种方法：在力臂已知或方便求解时，按力矩定义进行计算；在计算力对某点之矩，力臂不易求出时，按合力矩定理求解，可以将此力分解为相互垂直的分力，如两分力对该点的力臂已知，即可方便地求出两分力对该点的力矩的代数和，从而求出已知力对该点矩。

三、力偶的相关知识

1. 力偶和力偶矩

在生产实践和日常生活中，为了使物体发生转动，常常在物体上施加两个大小相等、方向相反、不共线的平行力。例如钳工用丝锥攻丝时两手加力在丝杠上，如图 1-10 所示。

(1) 力偶 当大小相等、方向相反、不共线的两个平行力 F 和 F' 作用在同一物体时，它们的合力 $F_R = 0$ ，即 F 和 F' 没有合力。但因二力不共线，所以也不能平衡。它们的作用效果是使物体发生转动。力学上把这样大小相等、方向相反、不共线的两个平行力叫力偶。用符号 (F, F') 表示。两个相反力之间垂直距离 d 叫力偶臂，如图 1-11 所示，两个力的作用线所在的平面称为力偶作用面。力偶不能再简化成比力更简单的形式，所以力偶与力一

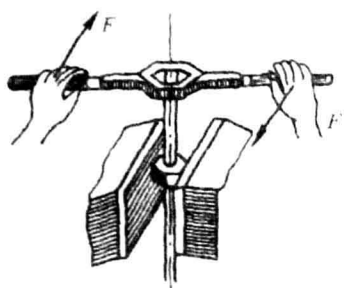


图 1-10 力偶和力偶矩

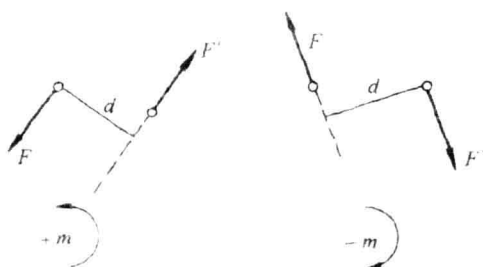


图 1-11 力偶与力偶矩的简化图

样被看成是组成力系的基本元素。

(2) 力偶矩 实践可知, 组成力偶的力越大, 或力偶臂越大, 则力偶使物体转动的效应越强; 反之, 就越弱。这说明力偶的转动效应不仅与两个力的大小有关, 而且还与力偶臂的大小有关。与力矩类似, 用力偶中一个力大小和力偶臂的乘积并冠以适当正负号 (以示转向) 来度量力偶对物体的转动效应, 称为力偶矩, 用 m 表示。即

$$m = \pm Fd \quad (1-5)$$

使物体逆时针方向转动时, 力偶矩为正; 反之为负, 如图 1-11 所示。所以力偶矩是代数量。力偶矩的单位与力矩的单位相同, 常用牛顿·米 ($\text{N} \cdot \text{m}$)。

通过大量实践证明, 度量力偶对物体转动效应的三要素是: 力偶矩的大小、力偶的转向、力偶的作用面。不同的力偶只要它们的三要素相同, 对物体的转动效应就是一样的。

2. 力偶的基本性质

(1) 力偶没有合力, 所以力偶不能用一个力来代替, 也不能与一个力平衡。

从力偶的定义和力的合力投影定理可知, 力偶中的二力在其作用面内的任意坐标轴上的投影的代数和恒为零, 所以力偶没有合力, 力偶对物体只能有转动效应, 而一个力在一般情况下对物体有移动和转动两种效应。所以, 力偶与力对物体的作用效应不同, 所以其不能与一个力等效, 也不能用一个力代替, 也就是说力偶不能和一个力平衡, 力偶只能和转向相反的力偶平衡。

(2) 力偶对其作用面内任一点之矩恒等于力偶矩, 且与矩心位置无关。

图 1-12 所示力偶 (F, F'), 其力偶臂为 d , 逆时针转向, 其力偶矩为 $m = Fd$, 在其所在的平面内任选一点 O 为矩心, 与离 F' 的垂直距离为 x , 则它到 F 的垂直距离为 $x + d$ 。显然, 力偶对 O 点的力矩是力 F 与 F' 分别对 O 点的力矩的代数和。其值为

$$m_o(F, F') = F(d + x) - F'x = Fd = m$$

由于 O 点是任意选取的, 所以性质 2 已得证。

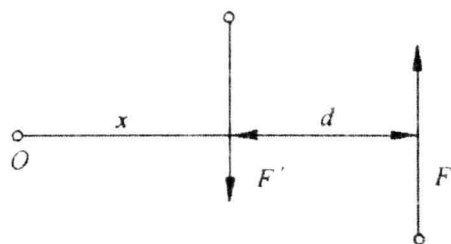


图 1-12 力偶

(3) 在同一平面内的两个力偶, 如果它们的力偶矩大小相等, 转向相同, 则这两个力偶等效, 称为力偶的等效条件。

从以上性质可以得到两个推论。

• 力偶可在其作用面内任意转移, 而不改变它对物体的转动效应, 即力偶对物体的转动效应与它在作用面内的位置无关。

例如图 1-13 (a) 作用在转向盘上的两上力偶 (F_1, F_1') 与 (F_2, F_2') 只要它们的力偶矩大小相等, 转向相同, 作用位置虽不同, 转动效应是相同的。

• 在力偶矩大小不变的条件下，可以改变力偶中的力的大小和力偶臂的长短；而不改变它对物体的转动效应。

例如如图 1-13 (b) 所示，工人在利用丝锥攻螺纹时，作用在丝锥杠上的 (F_1, F_1') 或 (F_2, F_2') ，虽然 d_1 和 d_2 不相等，但只要调整力的大小，使力偶矩 $F_1 d_1 = F_2 d_2$ ，则两力偶的作用效果是相同的。

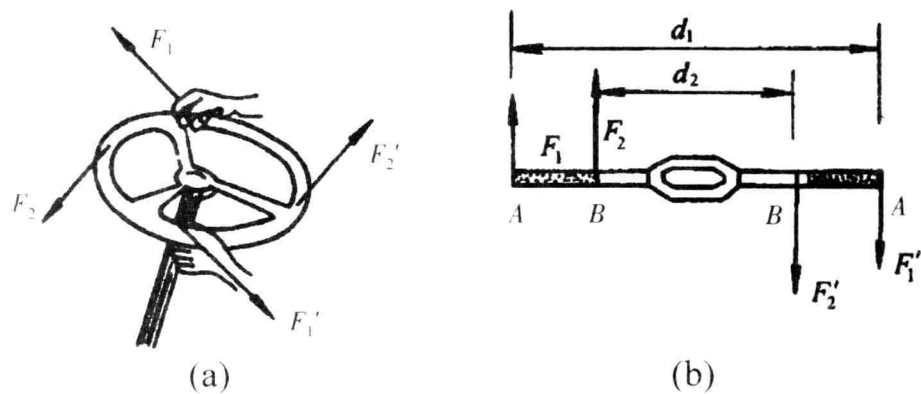


图 1-13 丝锥攻螺纹

从上面两个推论可知，在研究与力偶有关的问题时，不必考虑力偶在平面内的作用位置，也不必考虑力偶中力的大小和力偶臂的长短，只需考虑力偶的大小和转向。所以常用带箭头的弧线表示力偶，箭头方向表示力偶的转向，弧线旁的字母 m 或者数值表示力偶矩的大小，如图 1-14 所示。

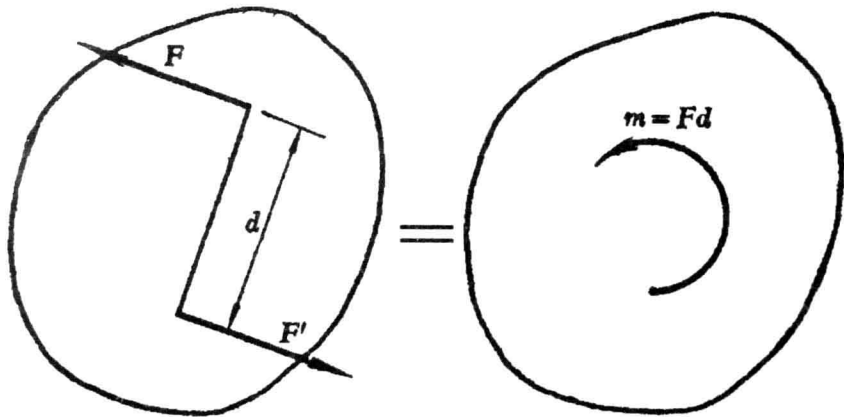


图 1-14 力偶矩

第三节 力系的简化

一、力的平移定理

如图 1-15 (a) 所示，在刚体的 A 点作用着一个力 F ， B 点为刚体上的任一指定点。在 B 点加上大小相等、方向相反且与力 F 平行的两个力 F' 和 F' ，并使 $F = F' = F'$ ，如图 1-15 (b) 所示。显然 F' 和 F 组成一力偶，称为附加力偶，其力偶臂为 d 。作用于 A 点的力 F 可以用由作用于 B 点的力 F' 及附加力偶 $m (F', F)$ 来替代，如图 1-15 (c) 所示。其中附加