



普通高等教育“十二五”规划教材

工程力学

主 编 申向东 姚占全



中国水利水电出版社
www.waterpub.com.cn



普通高等教育“十二五”规划教材

工 程 力 学

主 编 申向东 姚占全



中国水利水电出版社
www.waterpub.com.cn

内 容 提 要

本书是普通高等教育“十二五”规划教材，内容涵盖静力学和材料力学两部分共9章，包括：静力学基本知识、工程力学计算基础、轴向拉伸与压缩、扭转、梁的强度与变形计算、应力状态与强度理论、组合变形、压杆稳定、静不定结构简介、截面几何性质等。每章前面附有每章内容概述，后面有小结、思考题和习题。

本书适合木材科学与工程、交通运输、食品科学与工程、农业电气化与自动化、工业设计、电气工程及其自动化、包装工程、水土保持与荒漠化防治、城市规划、建筑学、给水排水工程、环境工程、森林工程、交通工程、水文与水资源工程、测绘工程等相关院校专业的师生使用，也可作为一般工程技术人员的阅读参考书。

图书在版编目（C I P）数据

工程力学 / 申向东, 姚占全主编. -- 北京 : 中国水利水电出版社, 2014.1
普通高等教育“十二五”规划教材
ISBN 978-7-5170-1414-0

I. ①工… II. ①申… ②姚… III. ①工程力学—高等学校—教材 IV. ①TB12

中国版本图书馆CIP数据核字(2013)第274778号

书 名	普通高等教育“十二五”规划教材 工程力学
作 者	主编 申向东 姚占全
出版发行	中国水利水电出版社 (北京市海淀区玉渊潭南路1号D座 100038) 网址: www.waterpub.com.cn E-mail: sales@waterpub.com.cn 电话: (010) 68367658 (发行部)
经 售	北京科水图书销售中心(零售) 电话: (010) 88383994、63202643、68545874 全国各地新华书店和相关出版物销售网点
排 版	中国水利水电出版社微机排版中心
印 刷	北京市北中印刷厂
规 格	184mm×260mm 16开本 18印张 427千字
版 次	2014年1月第1版 2014年1月第1次印刷
印 数	0001—3000册
定 价	36.00元

凡购买我社图书，如有缺页、倒页、脱页的，本社发行部负责调换

版权所有·侵权必究

前言

本书是普通高等教育“十二五”规划教材，是作者从事工程力学课程教学、科研及工程实践，多年教学改革的阶段性成果并结合土建类、水利类、农业工程类、林业工程类等不同专业需求编写的，旨在适应普通高等院校复合型、应用型人才培养的需求和实际，反映了高校目前工程力学教学经验与成果。

工程力学与许多行业的工程实际密切相关，通过工程力学的学习，不仅能够使学生了解并掌握基本工程力学基础知识及内容，还能够锻炼学生的工程概念，增强学生的工程意识，提高学生学习有关专业的兴趣。鉴于此，本书更注重基本概念和工程理念，而不进行冗长的理论推导和繁琐的数学运算。

本书内容涵盖“理论力学”中的静力学和“材料力学”中大部分内容，全书分为刚体静力学和可变形体力学两大部分，共9章，内容包括：静力学基本知识、工程力学计算基础、轴向拉伸与压缩、扭转、梁的强度与变形计算、应力状态与强度理论、组合变形、压杆稳定、静不定结构简介、截面几何性质等章节。每章前面附有每章内容概述，后面有小结、思考题和习题。书中*部分为选修内容。

参加本书编写工作的有：姚占全（第1~4章），申向东（第5~9章、附录I）。全书由申向东、姚占全任主编。

本书在编写过程中，吸收、引用了部分国内优秀工程力学教材的观点、例题及习题。编者在此谨向这些教材的编著者深表感谢。

本书在编写过程中得到了中国水利水电出版社的大力支持，谨此致谢。

本书的编写得到内蒙古自治区“力学系列课程教学团队”和精品课程“材料力学”等省级教学质量工程项目的资助。

本书在编写过程中，虽夙兴夜寐、尽心尽力，但限于编者水平，书中定有不少缺点错误，敬请读者批评指正。

作者

2013年8月

目 录

前言

刚 体 静 力 学

第 1 章 静力学基本知识	3
1.1 力学的基本概念	3
1.2 静力学基本公理	4
1.3 约束的基本类型与约束反力	7
1.4 受力分析和受力图	11
本章小结	14
思考题	14
习题	15
第 2 章 工程力学计算基础	17
2.1 力在平面直角坐标轴上的投影	17
2.2 力矩与力偶理论	18
2.3 平面力系	20
2.4 空间力系与重心	45
本章小结	55
思考题	57
习题	58

可 变 形 体 力 学

第 3 章 轴向拉伸与压缩	65
3.1 应力、应变及其相互关系	65
3.2 材料的力学性质	69
3.3 轴向拉伸与压缩时横截面上的内力	74
3.4 轴向拉伸和压缩杆的应力和强度	78
3.5 轴向拉伸或压缩时的变形分析	84
3.6 剪切与挤压的实用计算	88
本章小结	94
思考题	95

习题	96
第 4 章 扭转	99
4.1 扭转的概念与实例	99
4.2 扭转的应力与强度	101
4.3 圆轴扭转的变形和刚度	107
本章小结	109
思考题	110
习题	110
第 5 章 梁的强度与变形计算	113
5.1 工程中的弯曲构件	113
5.2 弯曲内力与内力图	115
5.3 平面刚架的弯曲内力	130
5.4 梁的正应力分析	131
* 5.5 横弯曲时的剪应力分析	138
5.6 弯曲强度计算	141
* 5.6 开口薄壁截面梁的剪应力 弯曲中心的概念	145
5.7 提高梁抗弯强度的措施	147
5.8 梁的挠度和转角	151
5.9 用积分法求弯曲变形	151
5.10 用叠加法求弯曲变形	158
5.11 梁的刚度校核	162
5.12 提高弯曲刚度的主要措施	163
本章小结	164
思考题	165
习题	166
第 6 章 应力状态与强度理论	175
6.1 一点的应力状态	175
6.2 平面应力状态分析——解析法	176
6.3 一般应力状态下的应力应变关系	185
6.4 一般应力状态下的应变比能	187
6.5 强度理论	189
6.6 强度理论的应用	192
本章小结	196
思考题	197
习题	198
第 7 章 组合变形	203
7.1 组合变形的概念和实例	203

7.2 斜弯曲	204
7.3 拉伸(压缩)与弯曲组合	207
7.4 偏心压缩(拉伸)及截面核心	209
7.5 扭转与弯曲	213
本章小结	215
思考题	216
习题	216
第8章 压杆稳定	221
8.1 压杆稳定的概念	221
8.2 细长压杆的临界荷载	223
8.3 压杆的临界应力与临界应力总图	226
8.4 压杆稳定性的计算	231
8.5 提高压杆稳定性的措施	235
本章小结	237
思考题	238
习题	238
第9章 静不定结构简介	241
9.1 概述	241
9.2 拉压静不定结构	243
9.3 扭转静不定结构	247
9.4 简单静不定梁	248
本章小结	250
思考题	250
习题	251
附录 I 截面的几何性质	253
I.1 截面的静矩和形心	253
I.2 截面的惯性矩、惯性积及极惯性矩	254
I.3 平行移轴公式	257
I.4 形心主轴和形心主惯性矩	258
附录小结	260
思考题	260
习题	261
附录 II 型钢规格表	262
习题参考答案	273
参考文献	281

刚 ◆ 体 ◆ 静 ◆ 力 ◆ 学

静力学 (Staics) 主要研究物体在力的作用下的平衡问题。

所谓平衡 (Eguilibrium), 一般是指物体相对于地面保持静止或匀速直线运动的状态。它是机械运动的特殊情况。例如, 静止在地面上的房屋、桥梁、水坝等建筑物, 在直线轨道上作匀速运动的火车等物体, 都是处于平衡状态。大家知道, 运动是物体的固有属性, 物体的平衡总是相对的, 暂时的。上述在地面上看来是静止的建筑物或作匀速直线运动的火车, 实际上还随着地球的自转和绕太阳的公转而运动。因此, 平衡是相对于所选参考的物体而言的。

通常作用于物体的力不只是一个而是若干个, 这若干个作用于物体上的力总称为力系 (Force systems)。如果一个力系作用于某物体而能使其保持平衡, 则该力系称为平衡力系。一个力系满足某些条件才能成为平衡力系, 这些条件称为力系的平衡条件。研究物体的平衡问题, 实际上就是研究作用于物体的力系的平衡条件及其应用。

一般情况下, 作用于物体的力系往往较为复杂。在研究物体的运动或平衡问题时, 需要将复杂的力系加以简化, 就是将一个复杂力系变换成为另一个与它的作用效果相同的简单力系 (称为原力系的等效力系)。将一个复杂力系化简, 就比较容易了解它对物体产生的效果, 并可据此推论出力系的平衡条件。具体地说, 静力学将要研究以下三个问题:

- (1) 物体的受力分析 (分析某物体共受几个力, 以及每个力的作用位置和方向等)。
- (2) 力系的简化 (将复杂力系等效变换为简单力系)。
- (3) 力系的平衡条件及其应用。

在各种工程实际中, 都有大量的静力学问题。例如, 当设计结构、构件或机械零件时, 首先就要分析和计算各构件或零部件所受的力, 然后根据它们的受力情况和选用的材料, 确定所需的截面尺寸, 以满足安全和经济的要求。因此, 静力学在工程中有着最广泛的应用。

另一方面, 静力学中关于平衡的理论还将直接应用于求解动力学问题, 可见静力学理论在工程力学的理论系统中占有相当重要的地位。

第1章 静力学基本知识

本章主要介绍力学的基本概念及其基本公理，工程中常见的典型约束，物体的受力分析及受力图的画法。其中，静力学基本公理是静力学理论的基础，物体的受力分析是力学中重要的基本技能，而受力图的正确与否直接影响后续的分析与计算。

1.1 力学的基本概念

1.1.1 力的概念

力 (Force) 是人们生产和生活中很熟悉的概念，是力学的基本概念。人们对于力的认识，最初是与推、拉、举、掷重物时肌肉的紧张和疲劳的主观感觉相联系的。后来在长期的生产实践和生活中，通过反复的观察、实验和分析，逐步认识到，无论在自然界或工程实际中，物体机械运动的改变或变形，都是物体间相互机械作用的结果。例如卷扬机、汽车等在刹车后，速度很快减小，最后静止下来；吊车梁在跑车起吊重物时产生弯曲，等等。这样，人们以这种直接的感觉和对机械运动变化的现象长期观察的结果为基础，经过科学的抽象，形成了力的概念：力是物体间相互的机械作用，这种作用的结果是使物体的机械运动状态发生改变，或使物体变形。

在自然界中有各种各样的力，如水压力、土压力、摩擦力、万有引力等，它们的物理本质各不相同。但在刚体静力学中，并不探究力的物理来源，而只研究力对物体作用的效果，或者说力的效应。力有使物体的运动状态发生改变的效应，也有使物体发生变形的效应。前者称为力的外效应，或称运动效应；后者称为力的内效应，或称变形效应。刚体静力学只讨论力的外效应。力的内效应（即力对物体的变形效应）将在材料力学、结构力学、弹性力学等课程中讨论。

实践证明，力对物体的效应完全取决于力的大小、方向和作用点，这三者通常称为力的三要素。

(1) 力的大小是指物体间相互作用的强弱程度。

度量力的大小的单位，将随着采用的单位制不同而不同。在国际单位制（代号 SI）中，力的单位是牛顿（N）或千牛顿（kN）。在工程单位制中，力的单位是公斤力（kgf）或吨力（tf）。两种单位制的换算关系为： $1\text{kgf}=9.80\text{N}$ 。

(2) 力的方向包含方位和指向两个意思。

如铅垂（方位）向下（指向），水平（方位）向右（指向）等。

(3) 力的作用点指的是力在物体上的作用位置。

一般来说，力的作用位置并不是一个点而是一定的面积。但是，当作用面积小到可以

不计其大小时,就抽象成为一个点,这个点就是力的作用点。而这种集中作用于一点的力则称为集中力。

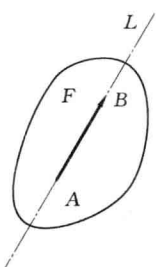


图 1-1 力的表示

如图 1-1 所示,过力的作用点作一直线 L ,使直线 L 的方位代表力的方位。则该直线称为力的作用线。在力的作用线上自作用点 A 出发截取线段 AB ,使其长度按合适的比例尺表示力的大小,然后再按照力的指向给线段 AB 加上箭头,则有向线段 $\overrightarrow{AB}$ 就涵盖了力的三要素的全部内容,所以力是矢量(向量)。在刚体静力学中,矢量均用斜黑体字母表示,如图 1-1 用 $\mathbf{F}$ 表示的力是矢量(Vector)。

1.1.2 刚体的概念

所谓刚体(Rigid body),就是指在任何情况(无论受多大的力)下永不变形的物体。这一点表现为在力的作用下刚体内任意两点的距离始终保持不变。事实上,永不变形的物体是不存在的,力作用后,其形状和大小或多或少都要发生变化,亦即发生变形。例如,列车驶过铁桥时,桥墩发生压缩变形,桥梁发生弯曲变形等。可见,刚体只是实际物体的抽象化模型(Abstract model)。它是为了研究简便而把实际物体经过抽象化后得到的理想化的力学模型。当物体在受力后其变形效应对研究物体的平衡问题不起主要作用时,其变形可忽略不计,这样可使问题的研究大为简化。以后我们还将看到,对于那些需要考虑物体变形的平衡问题,也是以刚体静力学理论为基础的,只不过还要考虑更复杂的力学现象并加上一些补充条件罢了。因此,在静力学中,所研究的物体都是指刚体。

1.2 静力学基本公理

公理(Axion)是指人们在长期的生产活动中发现和总结出一些最基本的、又经过实践反复检验是符合客观实际的最普通、最一般的规律。静力学公理是人们在长期的生活和生产活动中,经过反复的观察和实验总结出来的客观规律,它正确地反映了作用于物体上的力的基本性质。静力学中所有的定理和结论都是由几个公理推演出来的。这几个公理为大量实验、观察和实践所证实。

公理 1: 力的平行四边形法则

作用在物体上同一点的两个力可以合成为作用于该点的一个合力,合力的大小和方向由以这两个力的矢量为邻边所构成的平行四边形的对角线来表示。

假设在 A 点作用有两个力 $\mathbf{F}_1$ 与 $\mathbf{F}_2$ [图 1-2 (a)],用 $\mathbf{F}_R$ 代表它们的合力,则有矢量表达式 $\mathbf{F}_R = \mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2$ 。式中的“+”号表示按矢量相加,亦即按平行四边形法则相加。由作用点 A 画出 $\mathbf{F}_1$ 与 $\mathbf{F}_2$ 的矢量,并补充作平行四边形 $ABCD$ ——力平行四边形,则对角线上的矢量 $\overrightarrow{AD}$ 就表示这两个力的合力 $\mathbf{F}_R$ 。

显然,作为特例,力的平行四边形法则也可应用于 $\mathbf{F}_1$ 与 $\mathbf{F}_2$ 的作用线重合的情况。

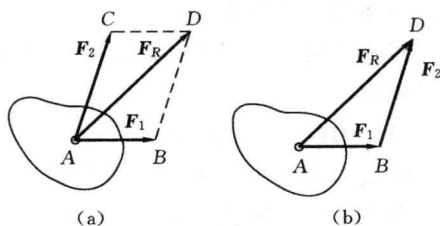


图 1-2 两共点力的合成

此时所作的平行四边形 $ABCD$ 的四条边重叠于一直线，而且设所给两个力的指向相同，则合力的大小等于这两个力的大小之和，并具有同一指向；设这两个力的指向相反，则合力的大小等于这两个力的大小之差，并与其中较大的一个力具有相同的指向。

由公理 1 可以得到以下推论：

推论 1：力的三角形法则

应用力的平行四边形法则的作图过程可以简化。如图 1-2 所示，为求合力 F_R ，只须画出平行四边形的一半 ABD （或 ACD ）。为此在画出第一个力 F_1 的矢量 $\overrightarrow{AB}$ 后，以 B 点作为第二个力 F_2 的起点，画出表示这力的矢量 $\overrightarrow{BD}$ ，则连接第一力的起点 A 与第二力的终点 D 的矢量 $\overrightarrow{AD}$ 就表示了合力 F_R [图 1-2 (b)]。三角形 ABD 称为力三角形，这种用三角形求合力的作图法称为力的三角形法则。

推论 2：力的多边形法则

设刚体上 A 点作用着 4 个作用线在同一平面的力，如图 1-3 (a) 所示。图中画了 4 个力 F_1, F_2, F_3 和 F_4 。为求其合力，可以连续应用力的三角形法则，即先将 F_1 与 F_2 首尾相接，求得它们的合力 $F' = F_1 + F_2$ ，再将 F' 与 F_3 首尾相接，求得合力 $F'' = F' + F_3 = F_1 + F_2 + F_3$ ，最后将 F'' 与 F_4 首尾相接，求得该力系的合力 F ，并 $F = F_1 + F_2 + F_3 + F_4 = \sum_{i=1}^4 F_i$ 。求和过程见图 1-3 (b)。

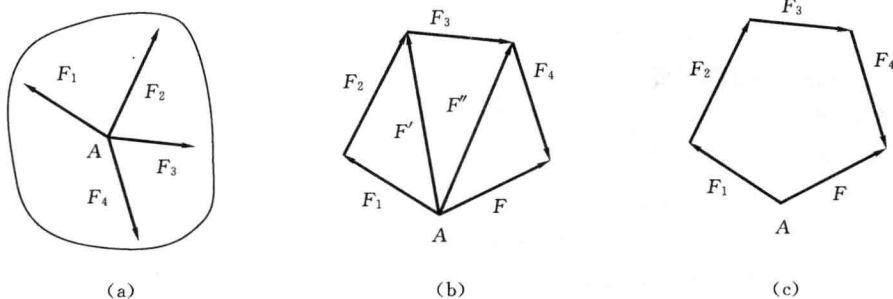


图 1-3 力的多边形法则

由图看出：各分力矢与合力矢 F 一起构成了一个多边形 [见图 1-3 (c)]，称该多边形为力多边形。在这个力多边形中，各分力首尾相接，而合力 F 是多边形的封闭边，其方向由第一个力矢的起点指向最后一个力矢的终点，这就是作力多边形所必须遵循的矢序规则。

若上述由 n 个力组成，其合力矢以 F 表示，则有

$$\mathbf{F} = \mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2 + \cdots + \mathbf{F}_n = \sum_{i=1}^n \mathbf{F}_i \quad (1-1)$$

合力仍作用在原力系的公共点上，其大小和方向由各分力首尾相接的所得到的力多边形的封闭边确定。

公理 2：二力平衡公理

作用在同一刚体上的两个力，要使刚体平衡，必须也只须这两个力大小相等，沿同一

直线作用而指向相反（简称此两力等值、共线、反向）。

这个公理阐述了静力学中最简单的二力平衡条件，这是刚体平衡的最基本的规律，也是推证力系平衡条件的理论基础。注意，这里所说的是刚体的平衡，如果是变形体，这个公理的适应性将受到一定的限制。例如，软绳受大小相等、方向相反的两个力拉时可以平衡；但如受到压力作用，则不能平衡。由此可见，刚体平衡的必要与充分条件，对于变形体来说并不一定充分。

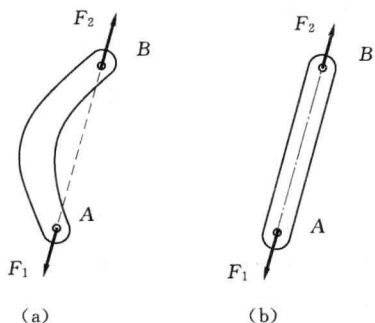


图 1-4 二力平衡受力特点示意图

在土建结构及机构中，常有一些构件只在两点受力，该构件称为二力构件，如果是杆件的称为二力杆件 [图 1-4 (a)、(b)]。根据二力平衡公理，处于平衡状态的二力构件或二力杆作用在两点的力必须满足等值、共线、反向的条件。

公理 3：加减平衡力系公理

在作用于刚体上的任何一个力系中，加上或去掉任意一个平衡力系，并不改变原力系对刚体的作用效果。

本公理的正确性是显而易见的。因为一个平衡力系不会改变刚体的运动状态，所以，在原来作用于刚体的力系中加上一个平衡力系，或从中去掉一个平衡力系都不会使刚体的运动状态发生改变。即新力系与原力系等效。

应用公理 1 与公理 2 可以得出一个重要推论。

推论 3：力的可传性原理

作用在刚体上的力可沿其作用线任意移动，而不改变该力对刚体的作用效果。

证明：设力 F 作用于刚体的 A 点 [图 1-5 (a)]。根据公理 2，可以在力 F 的作用线上任意一点 B 加上由 F_1 和 F_2 组成的平衡力系 [图 1-5 (b)]。且 $F_1 = -F_2 = F$ ，由公理 1 可知，力 F 与 F_2 可构成平衡力系，根据公理 2，又可以将这两个力去掉 [图 1-5 (c)]。这样，原来的力 F 既与力系 (F, F_1, F_2) 等效，也与 F_1 等效。因而，可以认为，力 F_1 就是原来的力 F ，只不过作用点移到点 B 而已。

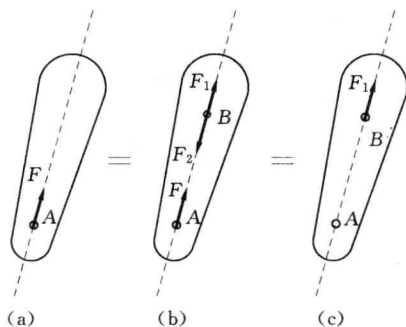


图 1-5 力的可传性原理

当然，在力的作用点沿其作用线移动时，力的作用线并不变。由此可见，对于作用于刚体的力来说，作用点已不再是决定其效应的要素，而被作用线所代替。在这种情况下，力成为滑移矢量，可以从它的作用线上任一点画出。

加减平衡力系公理和力的可传性原理，也只对刚体才能成立；对于现实的物体，增减某些平衡力系或将力沿其作用线移动，都会影响物体的变形，甚至会引起物体的破坏。因而必须经常注意理想模型与现实物体间的差异。

推论 4：三力平衡共面汇交原理

在静力学里，常需处理三力平衡问题，应用上述公理，可以推导出下面关于三个力平

衡的定理，称为三力平衡汇交定理。即当刚体受三个非平行力作用而成平衡时，设其中任何两个力的作用线相交于某点，则第三个力的作用线必定也通过这个点，且这三个力在同一平面内。

证明：设在刚体的点 A 、 B 与 C 分别作用着 F_1 、 F_2 与 F_3 三个力而处于平衡状态（图 1-6）。已知力 F_1 与 F_2 的作用线相交于某点 O ；这两个力的合力 F_{12} 应与 F_3 平衡，因而 F_{12} 与 F_3 必须沿同一直线作用。而 F_{12} 的作用线通过点 O ，故 F_3 的作用线也一定通过点 O 。

顺便指出，根据平行四边形法则，共点两个力的合力与这两个力是共面的，因而三个互成平衡的力还一定是共面的。在解决刚体受三个非平行力作用成平衡的问题时，经常要应用这个定理确定某个未知力的方向。

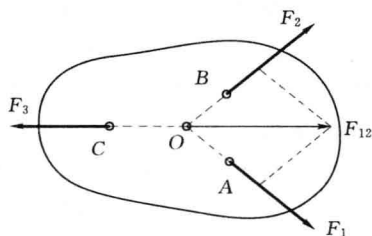


图 1-6 三力平衡原理

公理 4：作用与反作用定律

两个物体间相互作用的一对力，总是大小相等，作用线相同而指向相反，并分别作用在这两个物体上。若用 F 表示作用力， F' 表示反作用力，则有

$$F = -F' \quad (1-2)$$

这个公理概括了任何两个物体间相互作用的关系。对于力学中一切相互作用的现象都普遍适用。有作用力，必定有反作用力；反之，没有作用力，必定也没有反作用力。两者总是同时存在，又同时消失。可见，力总是成对地出现在两个相互作用的物体之间。

当对由许多物体组成的系统进行受力分析时，借助这个公理，可以从一个物体的受力分析过渡到相邻物体的受力分析。但必须注意：两个物体之间的作用力与反作用力，虽然是等值、共线、反向，但它们并不平衡，更不能把这个公理与二力平衡公理混淆起来。因为作用力与反作用力不是作用在同一个物体上，而是分别作用在两个相互作用的不同的物体上。

公理 5：刚化原理

设变形体在已知力系作用下处于平衡状态，则在变形后这个物体如果变为刚体（刚化），其平衡状态不变。

此公理表明，若已知力系能保证变形体平衡，则该变形体刚化为刚体后，该力系仍能保证其平衡。换句话说，对已知处于平衡状态的变形体，可以应用刚体静力学的平衡条件处理问题。

在研究变形体的平衡时，刚化原理具有特殊重要的意义。我们根据刚化原理可以把刚体平衡所满足的条件，全部应用于变形体的平衡。这一原理把刚体静力学与变形体静力学两者相互联系起来了。

1.3 约束的基本类型与约束反力

1.3.1 约束及约束反力

力学里考察的物体，有的不受任何限制而可以自由运动，如在空中可以自由飞行的飞

机,称为自由体。在静力学里所遇到的物体,大多数不能自由运动,由于与周围物体发生接触,这些物体不可能发生某些方向的位移,这样的物体称为非自由体。例如,挂在绳子上的电灯,放在桌面上的书,装在门臼上的门,插入墙内的悬臂梁、沿钢轨行驶的火车等都是非自由体。绳子、桌面、门臼、墙、钢轨等分别限制了电灯、书、门、梁、火车等的自由运动,使它们不可能发生某一或几个方向的位移。概括来说,绳子、桌面、门臼、墙和钢轨这些物体构成了按一定方式限制电灯、书、门、梁、火车等的位移(包括转动位移)的条件。力学中就把这些由周围物体构成的,限制非自由体位移的条件称为加在该非自由体的约束(Constraint)。习惯上也称限制非自由体位移的周围物体本身为约束。既然约束限制着物体的运动,那么当物体沿着约束所能阻碍的方向有运动或有运动趋势时,约束对该物体必然有力的作用,以阻碍物体的运动,这种力称为约束反力,简称反力。约束反力阻碍物体运动,并不主动地使物体运动或使物体产生运动趋势,所以是被动力。约束反力以外的其他的力统称为主动力。如物体的重力、水压力、风雪压力、土压力等等都是主动力。主动力往往是给定的或可预先测定的。而约束反力的大小和方向一般不能预先独立地确定,它与被约束物体的运动状态和作用于其上的主动力有关。

约束的类型是各种各样的。由于约束的类型不同,其约束反力也各不相同。然而它们有一点是共同的,即约束反力的方向总是与非自由体的被该约束所阻挡的位移方向相反。

约束反力事先并不能独立地确定,这与作用于物体的所谓主动力不同,主动力被认为可以彼此独立地预先测定(如重力)。约束反力的大小与方向则既与作用于非自由体的主动力有关,也与接触处的物理几何性质有关。

1.3.2 约束的基本类型

静力学里主要研究非自由体的平衡,而任何非自由体的平衡,总可以认为是作用于其上的主动力与约束反力之间的平衡。由此可见,研究约束及其反力的特征具有十分重要的意义。现在,我们根据一般非自由体被固定、支承起来或与其他物体相连接的不同方式,把常见的约束予以理想化,归纳为下列几种基本类型,并指出其反力的某些特征。

1. 柔体约束

柔体约束是指提供约束的是完全柔软的绳、索、胶带、链条等柔性物体。所谓完全柔软,是指完全不能抗拒弯曲和压力,而仅能承受拉力这一性质而言。此外,对于一般问题,绳索本身的重量以及在受拉后的伸长都忽略不计。这样的理想绳索,在受力状态下是拉直的,因而它所能给予与之相连的非自由体的约束反力只能是拉力,其方向沿绳索本身而背离被约束的物体。如图1-7(a)所示中绳索BC对AB杆的约束力是拉力 F_T [图1-7(b)]所示。

2. 光滑接触面约束

光滑接触面约束是由完全光滑的刚性接触表面构成。如图1-8所示刚性固定曲面对球的接触,以及齿轮间的啮合等都属于这种类型。所谓完全光滑,是指接触表面完全不能阻碍非自由体沿接触处公切面内任一方向的运动而言。换言之,接触处的摩擦系数为零。所以,完全光滑的约束面只能阻挡非自由体沿接触处公法线方向压入该约束面的位移。这时约束面承受了非自由体给予它的压力。所以,对应的约束反力只能是压力,其方向沿着接触点的公法线而指向被约束物体,如图1-8所示。

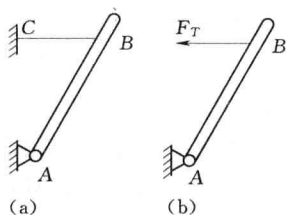


图 1-7 柔体约束受力图示

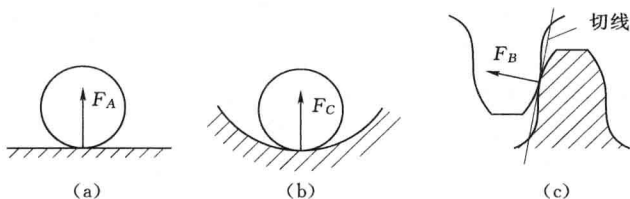


图 1-8 光滑接触面约束受力图示

3. 光滑圆柱铰链约束

光滑圆柱铰链简称铰链，在工程结构或机械设备中常用以连接构件或零件部件，如门、窗铰链，活塞销等都属于这种类型。这种铰链模型可由一个圆柱形销钉插入两个物体的圆孔中构成 [图 1-9 (a)]，铰链的简图如图 1-9 (c) 所示。若销钉与物体之间的接触是光滑的，则这种约束只能限制物体在垂直于销钉轴线的平面内作任意方向的移动，但不能限制物体绕销钉轴线的转动和沿销钉轴线方向的移动。随着所受的主动力的不同，物体 A 可以获得不同方向的运动趋势，使圆柱形销钉紧压到销钉孔内表面的某处。这样，销钉将通过接触线给物体 A 某个反力。这个约束反力的作用线必定通过销钉与销钉孔的轴心。但是，由于销钉紧压销钉孔之点的位置随其他作用力而改变，可见铰链约束反力的方向不能独立地预先确定。于是可得结论：铰链的约束反力在垂直于销钉轴线的平面内，通过销钉中心，但方向不定。在受力分析中，铰链的约束反力通常用两个互相垂直的分力 F_{Ox} 、 F_{Ay} 来表示 [图 1-9 (d)]。两个分力的指向可以任意假定，由计算结果来判定假设的正确性。

4. 球铰链约束

在空间系统中，有时采用球铰链，这种约束可由连于物体 A 的光滑圆球嵌入物体 B 的球窝而构成。球窝上挖出一个缺口，容许物体 A 绕球心转动 [图 1-10 (a)]。汽车变速箱的操纵杆、电视机的拉杆天线就利用这种约束，另外机械中的止推轴承也归为此类模型。球铰链不容许物体 A 沿任何方向离开铰链的球心，而能承受物体 A 上按任何方向通过球心的力。可见，球铰链的约束反力作用线通过铰链球心，而方向则不能独立地预先确定。通常也可以用 F_{Ax} 、 F_{Ay} 、 F_{Az} 表示它的三个方向的分量 [图 1-10 (b)]。

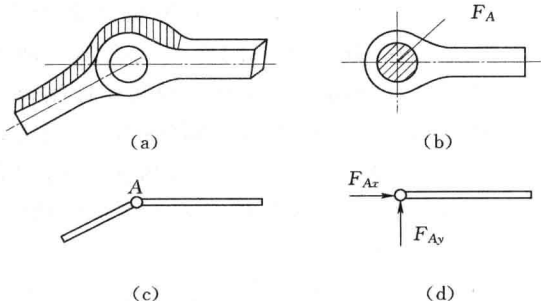


图 1-9 光滑圆柱铰链约束受力图示

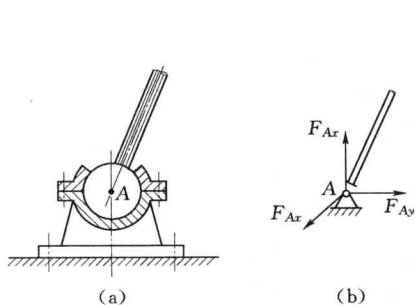


图 1-10 球铰链约束及其反力

5. 复合约束

在实际问题中, 还要遇到更为复杂的约束, 但是它们多数可以归结为上述类型, 或者是这些基本约束的组合。下面提出几种复合约束的例子。

(1) 辊轴支座 (可动铰支座)。在桥梁、屋架等结构中经常采用辊轴支座约束 [图 1-11 (a)], 其简图如图 1-11 (b) 所示。它可以沿支承面移动, 允许由于温度变化而引起结构跨度的自由伸长或缩短。显然支承面的约束反力方向必与这个面垂直, 同时其作用线必通过铰链的轴心。即辊轴支座的约束反力垂直于辊轴的支承面, 通过铰链轴心, 指向不定, 如图 1-11 (c) 所示。

(2) 固定铰支座。如果去掉辊轴支座中的滚子, 而把支座固定在基础上, 则所得为固定铰支座, 如图 1-12 (a) 所示。固定铰支座的销轴对物体的约束作用与光滑圆柱铰链的销轴对物体的约束作用相同, 其简图如图 1-12 (b) 所示, 约束反力通常表示为两个互相正交的分力, 如图 1-12 (c) 中的 F_{Ax} 、 F_{Ay} 所示。

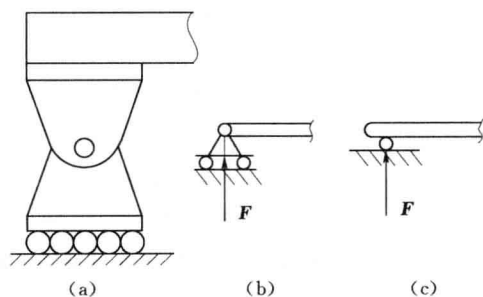


图 1-11 辊轴支座及其反力

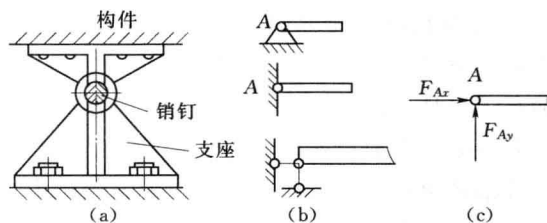


图 1-12 固定铰支座及其反力

(3) 双铰链刚杆 (连杆) 约束。两端用光滑铰链与其他物体相连而中间不受力且不计自身重量的刚杆 (可直、可曲), 常被用来作为拉杆或支撑而借助于两端的铰链连接两个

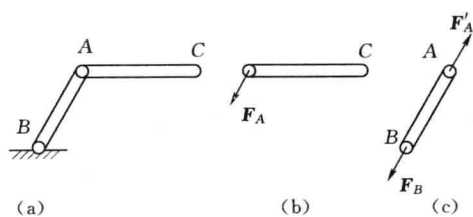


图 1-13 连杆约束及其反力

物体, 如图 1-13 (a) 所示。双铰链刚杆 AB 对于物体 C 的反力是由铰链 A 传至铰链 B , 因此它必须通过铰 A 与 B 的中心, 为证实这一结论, 只需单独考察双铰链刚杆 AB 本身的平衡, 它是仅受两个力作用的平衡物体 (二力体), 这两个力分别作用在两端铰链的中心。根据公理 1, 这两个力的作用线必须沿两个铰链中心的连线。显然, 与这两个力相对应的反作用力, 即刚杆 AB 对于两端所连物体的约束反力, 必定也是沿这条连线。可见, 本身不受主动力作用的双铰链刚杆的约束反力, 其方向必定沿两端铰链中心的连线。图 1-13 (b) 中的 F_A 是连杆 AB 对物体 C 的约束反力, 指向是假设的。图 1-13 (c) 是连杆 AB 的受力情况, 其中 $F'_A (= -F_A)$ 是物体 AC 作用于连杆 AB 的力。

刚杆既能受拉又能受压, 因此, 在具体实践中, 如果不能事先肯定约束反力是拉力还是压力, 那么为了确保平衡, 就得用双铰链刚杆代替有关的绳缆或接触支承。

如何将实践中所遇到的约束化简并估计其反力的特征, 这是一个重要的, 然而有时也