高等学校公共基础课"十二五"规划教材

大学物理

（上册）

主　编　王平建
副主编　杜慧秋　王智晓　高法金
　　　　林忠海　闫　龙

西安电子科技大学出版社
http://www.xduph.com

高等学校公共基础课“十二五”规划教材

大学物理(上册)

主　编　王平建

副主编　杜慧秋　王智晓　高法金

林忠海　闫　龙

西安电子科技大学出版社

内容简介

全书共16章，分为上、下两册。上册共9章，内容分别为质点运动学、牛顿运动定律、动量守恒定律和能量守恒定律、刚体的转动、气体动理论、热力学基础、静电场、静电场中的导体和电介质、恒定电流等。

为了便于学生总结与巩固，各章后均给出本章小结和习题。

本书遵循教育部高等学校物理基础课程指导分委员会对大学物理及其实验课程教学的最新基本要求精神，力求内容深浅适当，论述深入浅出，物理概念清晰，例题指导详尽，紧密联系实际，注重实例中物理知识的介绍与物理思想的融入。

本书可作为一般理工类专业学生的大学物理教材，也可作为各类工程技术院校有关专业学生的自主学习教材或参考书。

图书在版编目(CIP)数据

大学物理．上册/王平建主编．—西安：西安电子科技大学出版社，2014.1

高等学校公共基础课"十二五"规划教材

ISBN 978-7-5606-3271-1

Ⅰ．① 大…　Ⅱ．① 王…　Ⅲ．① 物理学—高等学校—教材　Ⅳ．① O4

中国版本图书馆CIP数据核字(2013)第298945号

策　　划　毛红兵　刘玉芳

责任编辑　王　瑛　高丽萍

出版发行　西安电子科技大学出版社(西安市太白南路2号)

电　　话　(029)88242885　88201467　　邮　　编　710071

网　　址　www.xduph.com　　电子邮箱　xdupfxb001@163.com

经　　销　新华书店

印刷单位　陕西天意印务有限责任公司

版　　次　2014年1月第1版　2014年1月第1次印刷

开　　本　787毫米×1092毫米　1/16　印　张　13

字　　数　301千字

印　　数　1～3000册

定　　价　22.00元

ISBN　978-7-5606-3271-1/O

XDUP 3563001-1

前　　言

物理学是一切自然科学的基础，处于诸多自然科学学科的核心地位。进入21世纪，科学技术的飞速发展对人才的培养提出了新的要求，高等教育从“精英教育”走向普及。为适应市场经济对人才普适性的要求，高等教育强化基础课程，实施通才教育已是大势所趋。

大学物理是工程技术类专业的一门十分重要的基础课。为适应教学改革的新形势，根据教育部高等学校物理基础课程教学指导分委员会2011年对大学物理和大学物理实验课程教学的基本要求的主要精神，结合编者多年的教学经验以及当前国内外物理教材改革的动态，经集体讨论编写了本书。

本书内容紧紧围绕大学物理课程的基本要求，并以工程技术，特别是新技术中广泛应用的基本物理原理为依据，力求做到“经典物理现代化，物理前沿普物化”，尽量做到科学性和思想性相统一，理论联系实际，侧重知识的应用性、启发性和趣味性相结合。为此，在编写过程中，适量引用了相关的物理学史资料，其中包括重要的物理实验与有关科学家的思想和贡献。这样可增强物理学理论的真实感和生动感，有助于学生形成科学的学习方法和研究方法，有利于激发学生的学习兴趣和培养学生的创新能力。

本书主要体现以下几个特点：

（1）充分利用高等数学这一重要工具求解物理学问题。通过本课程的学习，帮助和引导学生学会使用高等数学的知识，将“物”与“理”密切结合。

（2）精选内容，尽量做到“少课少时”，既减轻了学生负担，又保证为后续课程提供必要的基础。

（3）注重从实验规律引出概念，适当介绍物理学发展史上的重大事件，使学生了解科学发展的规律、科学研究的方法以及科学家的精神。

（4）充分利用物理学与许多近代和前沿课题、高新技术、现代生活的联系，适当介绍相关科学研究的新成果，以使学生开阔眼界，启迪思维，提高科学素质。

本书内容相对完整，授课教师在讲解时可以根据大纲要求选择相应的内容，或者选择与本专业关联度大的部分作为教学内容，容易做到学时与内容相对应，具有一定的灵活性。

全书共16章，分为上、下两册。本书为上册，由王平建任主编，杜慧秋、王智晓、高法金、林忠海、闫龙任副主编。本书共9章，由王智晓编写力学部分的内容，林忠海编写热学部分的内容，高法金编写电磁学部分的内容，杜慧秋编写光学部分的内容，王平建编写近代物理部分的内容，最后由杜慧秋负责全书的修改和定稿工作。编写过程中，许多老师提出了建议和要求，西安电子科技大学出版社有关人员在本书的编辑出版过程中付出了大量的劳动，在此表示衷心的感谢。

由于编者水平有限，加之时间仓促，疏漏之处在所难免，恳请广大读者批评指正。

编　者

2013年10月

目　录

第1章　质点运动学

自然界是由物质组成的，一切物质都在不停地运动着。在自然界中，既没有不运动的物质，也没有脱离物质的运动。物体的运动形式是多种多样的，如机械运动、电磁运动及分子热运动等。机械运动是一种最简单的运动形式。通常用位移、速度、加速度等物理量来描述物体的运动，并以此来区分物体不同的运动状态。在运动学中并不涉及物体间的相互作用，即物体产生运动的原因。

1.1　基本概念

1.1.1　参考系

所有物体都在不断地运动，绝对静止的物体是不存在的。然而，从观察者的角度来看，判断物体运动与否是相对的。例如，我们坐在火车上观察行李架上的行李都是静止的，但从地面上看，这些行李是以几十、几百公里每小时的速度在疾驰。因此，要准确地描述物体的位置和运动状态，必须先选择一个参照物。选择的参照物不同，对同一物体的运动描述也不相同。这里选择的参照物叫做参考系。在描述物体的运动时，必须指明是相对于什么参考系而言的。例如，我们经常描述物体相对于地面的运动，这时一般选取地面为参考系。地面参考系也称为实验室参考系。

要定量地描述物体的运动，还需要在参考系的基础上建立坐标系，如常用的直角坐标系、极坐标系等。我们通常用物体在坐标系中位置参数的变化来描述它的运动状态。

1.1.2　质点

运动物体的各个点的运动状态是不完全一致的，而且物体的形状大小及其变化对物体的运动也有一定的影响。但是，在某些情况下，这些因素对于我们所要描述的物体的运动的影响可以忽略不计，这时就可以把物体看做是一个有质量的点，以此来简化这个物理模型。

例如，在研究子弹出膛后的运动时，子弹的实际运动是短距离内向前方的直线运动和绕自身中轴线的旋转。若要计算从出膛到命中目标的时间和速度，则可以忽略子弹的形状及自转，即可以把子弹看做是直线运动的一个质点。

一个物体能否被当做质点，并不取决于它的实际大小，而是取决于研究问题的性质。例如，当研究地球绕太阳的公转时，可以把地球看做一个质点，而在研究地球的自转时，就不能把地球当做质点。

1.2　质点运动学方程

下面我们用矢量这个数学工具来讲述质点的位置矢量、运动学方程的概念。

1.2.1　位置矢量

若我们要描述飞机的运动，首先选择地面为参考系，并把飞机视为质点，记为 P。为了定量地描述飞机的位置和位置随时间的变化关系，在地面任选一点为参考点 O，并建立直角坐标系，如图 1.1 所示。

由参考点 O 引向质点 P 所在位置的矢量称为质点的位置矢量(简称位矢)，用 $\boldsymbol{r}=\overrightarrow{OP}$ 来表示。$\boldsymbol{r}$ 在直角坐标系 $Oxyz$ 中的正交分解形式为

$$\boldsymbol{r} = x\boldsymbol{i} + y\boldsymbol{j} + z\boldsymbol{k} \tag{1-1}$$

其中，x、y 和 z 分别为 $\boldsymbol{r}$ 在坐标轴上的坐标，$\boldsymbol{i}$、$\boldsymbol{j}$ 和 $\boldsymbol{k}$ 分别为沿 Ox 轴、Oy 轴和 Oz 轴上的单位矢量。矢量 $\boldsymbol{r}$ 的大小为

$$|\boldsymbol{r}| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$

位置矢量 $\boldsymbol{r}$ 的方向余弦为

$$\cos\alpha = \frac{x}{|\boldsymbol{r}|},\quad \cos\beta = \frac{y}{|\boldsymbol{r}|},\quad \cos\gamma = \frac{z}{|\boldsymbol{r}|}$$

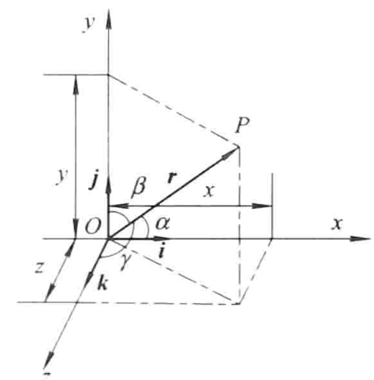

图 1.1　P 点的位置矢量

且 $\cos^2\alpha+\cos^2\beta+\cos^2\gamma=1$。其中，$\alpha$、$\beta$、$\gamma$ 分别为位置矢量 $\boldsymbol{r}$ 与 Ox 轴、Oy 轴和 Oz 轴的夹角。

1.2.2　运动学方程

质点运动的任意时刻，都有一个位置矢量与之对应。在任意时刻 t，质点 P 的位置矢量用函数 $\boldsymbol{r}(t)$ 表示，记为

$$\boldsymbol{r} = \boldsymbol{r}(t) \tag{1-2a}$$

此式称为质点的运动学方程。它在直角坐标系中的正交分解形式为

$$\boldsymbol{r}(t) = x(t)\boldsymbol{i} + y(t)\boldsymbol{j} + z(t)\boldsymbol{k} \tag{1-2b}$$

其中 $x(t)$、$y(t)$ 和 $z(t)$ 分别为 $\boldsymbol{r}(t)$ 在 Ox、Oy 和 Oz 轴上的投影。

运动学的重要任务之一就是找出各种具体运动所遵循的运动方程。也可以说，知道了质点的运动学方程，就可以解决该质点的运动问题。

质点运动时所描绘出的轨迹(即位置矢量的矢端所画的曲线)的轨迹方程可通过从 $x(t)$、$y(t)$ 和 $z(t)$ 函数中消去参数 t 求得。

设一个质点的运动方程为 $\boldsymbol{r}(t)=x(t)\boldsymbol{i}+y(t)\boldsymbol{j}$，可知这个质点在 Oxy 平面内运动，从 $x=x(t)$，$y=y(t)$ 中消去 t，得

$$y = y(x) \tag{1-3}$$

此式称为质点的轨迹方程。

1.2.3　位移

设质点沿图 1.2 所示的轨迹运行，在 t 时刻位于 A 点，位置矢量为 $\boldsymbol{r}(t)$，在 $t+\Delta t$ 时刻位于 B 点，位置矢量为 $\boldsymbol{r}(t+\Delta t)$。我们用这两个矢量之差

$$\Delta \boldsymbol{r} = \boldsymbol{r}(t+\Delta t) - \boldsymbol{r}(t) \tag{1-4a}$$

来表示质点在时间 Δt 内位置的变化，并把矢量 $\Delta \boldsymbol{r}$ 称为质点在这段时间内的位移。

在直角坐标系下，$\boldsymbol{r}(t+\Delta t)$和 $\boldsymbol{r}(t)$的分解形式如下：

$$\boldsymbol{r}(t+\Delta t) = x(t+\Delta t)\boldsymbol{i} + y(t+\Delta t)\boldsymbol{j} + z(t+\Delta t)\boldsymbol{k},\quad \boldsymbol{r}(t) = x(t)\boldsymbol{i} + y(t)\boldsymbol{j} + z(t)\boldsymbol{k}$$

两式相减，得

$$\begin{aligned}\Delta \boldsymbol{r} &= [x(t+\Delta t) - x(t)]\boldsymbol{i} + [y(t+\Delta t) - y(t)]\boldsymbol{j} + [z(t+\Delta t) - z(t)]\boldsymbol{k} \\ &= \Delta x\boldsymbol{i} + \Delta y\boldsymbol{j} + \Delta z\boldsymbol{k}\end{aligned} \tag{1-4b}$$

此式表明位移可由位置坐标的增量决定。

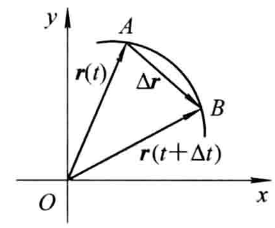

图 1.2　位移矢量

应当注意，位移只给出质点在一段时间内位置运动的结果，并未给出质点运动的路径。一般来说，位移不表示质点在其轨迹上所经路径的长度。例如，运动员在 400 m 的跑道上跑了一圈，但他在这段时间内的位移为零。我们一般用路程来描述质点沿轨迹的运动。质点在一段时间内沿其轨迹所经过路径的总长度叫做路程。所以，质点的位移和路程是两个不同的概念，只有在 Δt 取无穷小的极限情况下，位移的大小$|\Delta \boldsymbol{r}|$才可以视作与路程相同。

1.2.4　速度

速度是描述质点运动快慢和方向的物理量，要全面描述质点的运动状态，还需要确定质点的瞬时速度。

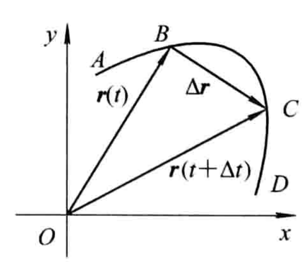

图 1.3　平均速度

我们考虑质点平面运动的情况，如图 1.3 所示，质点沿轨迹 $ABCD$ 做曲线运动，定义质点由 B 点运动到 C 点的位移 $\Delta \boldsymbol{r}=\boldsymbol{r}(t+\Delta t)-\boldsymbol{r}(t)$ 与发生这一位移的时间间隔 Δt 之比为质点在这段时间内的平均速度，记为$\bar{\boldsymbol{v}}$，即

$$\bar{\boldsymbol{v}} = \frac{\Delta \boldsymbol{r}}{\Delta t} = \frac{\boldsymbol{r}(t+\Delta t) - \boldsymbol{r}(t)}{\Delta t}$$

因为 $\Delta \boldsymbol{r}$ 是矢量，$1/\Delta t$ 是标量，故平均速度$\bar{\boldsymbol{v}}$是矢量，且方向和 $\Delta \boldsymbol{r}$ 的方向一致。

平均速度$\bar{\boldsymbol{v}}$在直角坐标系 $Oxyz$ 下的正交分解形式为

$$\bar{\boldsymbol{v}} = \frac{\Delta \boldsymbol{r}}{\Delta t} = \frac{\Delta x\boldsymbol{i} + \Delta y\boldsymbol{j} + \Delta z\boldsymbol{k}}{\Delta t} = \overline{v_x}\boldsymbol{i} + \overline{v_y}\boldsymbol{j} + \overline{v_z}\boldsymbol{k}$$

其中，$\overline{v_x}$、$\overline{v_y}$和$\overline{v_z}$分别是平均速度$\bar{\boldsymbol{v}}$在 Ox、Oy 和 Oz 轴上的投影。

平均速度粗略地描述了质点在一段时间内位置变动的方向和平均快慢，近似程度与所取的时间间隔有关。显然，Δt 越小，近似程度就越好。我们定义当 $\Delta t\to 0$ 时，平均速度的极限值称为质点在 t 时刻的瞬时速度(简称速度)，用 $\boldsymbol{v}$ 表示，即

$$\boldsymbol{v} = \lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta \boldsymbol{r}}{\Delta t} = \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t} \tag{1-5a}$$

上式表明质点的瞬时速度等于位置矢量对时间的变化率或一阶导数。在国际单位制中，速度的单位为 $\mathrm{m \cdot s^{-1}}$。瞬时速度是一个矢量，它的方向沿着质点所在位置轨迹曲线的切线，并指向质点前进的方向，其大小 $v=\lim\limits_{\Delta t\to 0}\dfrac{|\Delta \boldsymbol{r}|}{\Delta t}=\left|\dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t}\right|$ 称为瞬时速率。

速度 $\boldsymbol{v}$ 在直角坐标系 $Oxyz$ 下的正交分解形式为

$$\boldsymbol{v}=\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{i}+\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{j}+\frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{k}=v_x\boldsymbol{i}+v_y\boldsymbol{j}+v_z\boldsymbol{k} \tag{1-5b}$$

其中

$$v_x=\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t},\quad v_y=\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t},\quad v_z=\frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t}$$

即瞬时速度矢量的投影等于位置坐标对时间的一阶导数。

瞬时速度的大小和方向余弦可表示为

$$|\boldsymbol{v}|=\sqrt{v_x^2+v_y^2+v_z^2}$$

$$\cos\alpha_v=\frac{v_x}{|\boldsymbol{v}|},\quad \cos\beta_v=\frac{v_y}{|\boldsymbol{v}|},\quad \cos\gamma_v=\frac{v_z}{|\boldsymbol{v}|}$$

瞬时速度和瞬时速率都与一定的时刻对应，很难直接测量。在实验中，一般用很短时间内的平均速度近似地表示瞬时速度。随着技术的进步，现在瞬时速度的测量已经能够达到很高的精度。

【例 1.1】 一个质点在 x 轴上作直线运动，运动方程为 $x=2t^3+4t^2+8$，式中 x 的单位为 m，t 的单位为 s。求：(1) 任意时刻的速度；(2) 在 $t=2$ s 和 $t=3$ s 时刻，物体的位置和速度；(3) 在 $t=2$ s 到 $t=3$ s 时间内，物体的平均速度。

【解】 (1) 由速度的定义式，可求得

$$v=\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}(2t^3+4t^2+8)}{\mathrm{d}t}=6t^2+8t$$

(2) $t=2$ s 时

$$x=2\times 2^3+4\times 2^2+8=40\ (\mathrm{m})$$
$$v=6\times 2^2+8\times 2=40\ (\mathrm{m\cdot s^{-1}})$$

$t=3$ s 时

$$x=2\times 3^3+4\times 3^2+8=98\ (\mathrm{m})$$
$$v=6\times 3^2+8\times 3=78\ (\mathrm{m\cdot s^{-1}})$$

(3) 在 $t=2$ s 到 $t=3$ s 时间内，有

$$\bar{v}=\frac{\Delta x}{\Delta t}=\frac{98-40}{3-2}=58\ (\mathrm{m\cdot s^{-1}})$$

【例 1.2】 如图 1.4 所示，A、B 两物体由一长为 l 的刚性细杆相连，A、B 两物体可在光滑轨道上滑行。如果物体 A 以恒定的速率 v 向左滑行，当 $\alpha=60°$时，物体 B 的速率为多少？

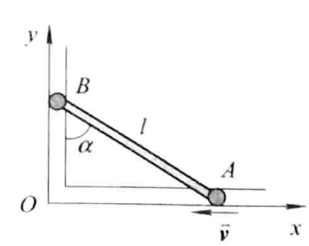

图 1.4　例 1.2 图

【解】 建立坐标系，如图 1.4 所示，物体 A 的速度为

$$\boldsymbol{v}_A=v_x\boldsymbol{i}=\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{i}=-v\boldsymbol{i} \tag{1-6}$$

物体 B 的速度为

$$\boldsymbol{v}_B = v_y \boldsymbol{j} = \frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{j} \tag{1-7}$$

由于三角形 OAB 为直角三角形，刚性细杆的长度 l 为一常量，则有

$$x^2 + y^2 = l^2$$

由于 x，y 是时间的函数，则两边求导可得

$$2x\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} + 2y\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t} = 0$$

即
$$\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t} = -\frac{x}{y}\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}$$

由式(1-7)可得
$$\boldsymbol{v}_B = -\frac{x}{y}\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{j}$$

由于
$$\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = -v,\quad \tan\alpha = \frac{x}{y}$$

所以
$$\boldsymbol{v}_B = v\tan\alpha\boldsymbol{j}$$

$\boldsymbol{v}_B$ 的方向沿 y 轴正向，当 $\alpha = 60°$ 时，物体 B 的速率为 $v_B = 1.73v$。

1.2.5 加速度

质点在运动的过程中，瞬时速度的大小和方向都有可能变化。我们引入加速度的概念来衡量速度的变化。

如图 1.5 所示，设质点在 t 时刻的速度为 $\boldsymbol{v}(t)$，经 Δt 后速度变为 $\boldsymbol{v}(t+\Delta t)$，则速度矢量的改变量为 $\Delta\boldsymbol{v} = \boldsymbol{v}(t+\Delta t) - \boldsymbol{v}(t)$，$\Delta\boldsymbol{v}$ 与发生这一变化所用时间 Δt 之比称为这段时间内的平均加速度，记为 $\bar{\boldsymbol{a}}$，即

$$\bar{\boldsymbol{a}} = \frac{\Delta\boldsymbol{v}}{\Delta t}$$

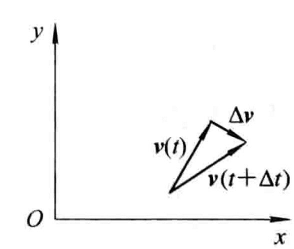

图 1.5 曲线运动的加速度

在 $\Delta t \to 0$ 时，平均加速度 $\bar{\boldsymbol{a}}$ 的极限值称为质点在 t 时刻的瞬时加速度，简称加速度，记为 $\boldsymbol{a}$，即

$$\boldsymbol{a} = \lim_{\Delta t \to 0}\frac{\Delta\boldsymbol{v}}{\Delta t} = \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t} \tag{1-8}$$

即质点的加速度等于速度对时间的变化率或一阶导数。由于

$$\boldsymbol{v} = \lim_{\Delta t \to 0}\frac{\Delta\boldsymbol{r}}{\Delta t} = \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t}$$

所以

$$\boldsymbol{a} = \frac{\mathrm{d}^2\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t^2} \tag{1-9}$$

即质点的加速度等于位置矢量对时间的二阶导数。

加速度 $\boldsymbol{a}$ 在直角坐标系 $Oxyz$ 下的正交分解形式为

$$\boldsymbol{a} = \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}v_x}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{i} + \frac{\mathrm{d}v_y}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{j} + \frac{\mathrm{d}v_z}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{k} = a_x\boldsymbol{i} + a_y\boldsymbol{j} + a_z\boldsymbol{k} \tag{1-10}$$

其中

$$a_x = \frac{\mathrm{d}v_x}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2},\quad a_y = \frac{\mathrm{d}v_y}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}^2y}{\mathrm{d}t^2},\quad a_z = \frac{\mathrm{d}v_z}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}^2z}{\mathrm{d}t^2}$$

在国际单位制中，加速度的单位为 $m \cdot s^{-2}$。加速度是矢量，它的大小为 $|\boldsymbol{a}| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}$。加速度的方向为 $\Delta t \to 0$ 时，速度增量 $\Delta \boldsymbol{v}$ 的极限方向。加速度的方向一般与同一时刻速度的方向不一致，而是指向质点轨迹曲线凹的一边。

【例 1.3】 设某质点沿 x 轴运动，在 $t=0$ 时的速度为 $\boldsymbol{v}_0$，其加速度与速度的大小成正比且方向相反，比例系数为 $k(k>0)$。试求速度随时间变化的关系式。

【解】 由题意及加速度的定义式可知

$$\boldsymbol{a} = -k\boldsymbol{v} = \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t}$$

可得

$$\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\boldsymbol{v}} = -k\,\mathrm{d}t$$

对等式两边积分得

$$\int_{v_0}^{v} \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\boldsymbol{v}} = \int_0^t -k\,\mathrm{d}t$$

得

$$\ln \frac{\boldsymbol{v}}{\boldsymbol{v}_0} = -kt$$

所以

$$\boldsymbol{v} = \boldsymbol{v}_0 \mathrm{e}^{-kt}$$

因而速度的方向保持不变，但速度的大小随时间增大而减小，直到速度等于零为止。

1.3 圆周运动

本节我们主要讨论一种常见的曲线运动——圆周运动。掌握了圆周运动的规律，再去讨论一般的曲线运动就容易多了。圆周运动也是研究刚体定轴转动的基础。

1.3.1 平面极坐标系

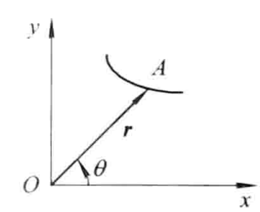

图 1.6 平面极坐标系

描述质点的平面运动时，可在该平面中建立极坐标系，如图 1.6 所示。在参考系内取点 O 作为平面极坐标系的原点，把有刻度的射线 Ox 作为极轴，即可构成极坐标系。对于坐标系内的点 A，由 O 点引线段 OA，长度为 r，称 $\boldsymbol{r}$ 为质点的矢径。由极轴 Ox 逆时针旋转至 OA 的角度 θ 称为质点的角坐标。通常规定自极轴逆时针旋转至位置矢量的角坐标为正，反之为负。A 点的位置可由坐标 (r, θ) 确定，这种坐标系称为平面极坐标系。质点 A 在平面直角坐标系中的坐标 (x, y) 与在平面极坐标系中的坐标 (r, θ) 之间的关系为

$$x = r\cos\theta, \quad y = r\sin\theta$$

1.3.2 圆周运动的速度

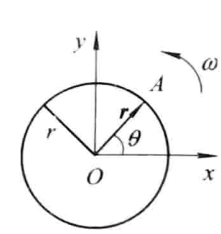

图 1.7 在平面上作圆周运动的点位置矢量

一质点在 Oxy 平面内做圆周运动，如图 1.7 所示，它和圆心的距离 r 为常数。如果以圆心 O 为参考点建立平面极坐标系，无论质点运动到何处，它的坐标 (r, θ) 中的 r 始终为常数，故我们只需考虑角坐标 θ 的变化，即只需考虑角坐标函数

$\theta(t)$的变化。

我们定义质点的角坐标函数 $\theta(t)$随时间的变化率为角速度，用 ω 表示，即

$$\omega = \frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t} \tag{1-11}$$

在国际单位制中，角速度的单位是 $\mathrm{rad \cdot s^{-1}}$。

对于做曲线运动的质点，一般以公式 $v=(\mathrm{d}s)/(\mathrm{d}t)$来描述它的运动速率。在圆周运动中，质点所经过的路程和所转过的角度之间的关系为 $s=r\theta$，故

$$v = \frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t} = r\frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t} = r\omega \tag{1-12}$$

这就是作圆周运动物体的角速度和速率之间的关系。

1.3.3　圆周运动的加速度

如图 1.8 所示，设质点在圆周上运动到 A 点时的速度为 $\boldsymbol{v}$，方向为沿 A 点的切线指向质点的运动方向。在 A 点沿切线方向取单位矢量 $\boldsymbol{\tau}$ 来表示速度的方向，则质点在 A 点处的速度可表示为

$$\boldsymbol{v} = v\boldsymbol{\tau} \tag{1-13}$$

其中，单位矢量 $\boldsymbol{\tau}$ 称为切向单位矢量，它是自然坐标系下的单位矢量，它的长度为 1，方向为质点运动曲线的切线方向。$\boldsymbol{\tau}$ 的方向随质点在轨迹上的不同位置而变化，因此它一般不是一个恒矢量。

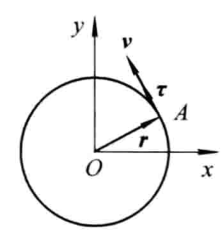

图 1.8　切向单位矢量

质点作圆周运动时，它的运动方向是不断变化的，而速率 v 也不是一个恒定值，对于加速度 $\boldsymbol{a}$ 有

$$\boldsymbol{a} = \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{\tau} + v\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{\tau}}{\mathrm{d}t} \tag{1-14}$$

从上式可以看出，加速度矢量 $\boldsymbol{a}$ 有两个分矢量。先来讨论第一项$\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{\tau}$，它是由速率的变化引起的，方向为 $\boldsymbol{\tau}$，即和速度的方向相同。定义 $\boldsymbol{a}_\tau=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{\tau}$ 为质点的切向加速度，用来描述质点速率的变化。$\boldsymbol{a}_\tau$的大小为$|\boldsymbol{a}_\tau|=\left|\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{\tau}\right|=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}$。

由 $v=\frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t}=r\frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t}=r\omega$ 可得

$$\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = r\frac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}t}$$

定义角速度随时间的变化率$\frac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}t}$为角加速度，用 α 表示。则有

$$\alpha = \frac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}^2\theta}{\mathrm{d}t^2} \tag{1-15}$$

角加速度的单位为 $\mathrm{rad \cdot s^{-2}}$。

将 $\alpha=\frac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}^2\theta}{\mathrm{d}t^2}$和$\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}=r\frac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}t}$代入 $\boldsymbol{a}_\tau=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{\tau}$ 中，可得

$$\boldsymbol{a}_\tau = r\alpha\boldsymbol{\tau} \tag{1-16}$$

此式即为物体作圆周运动的角加速度和切向加速度之间的关系。