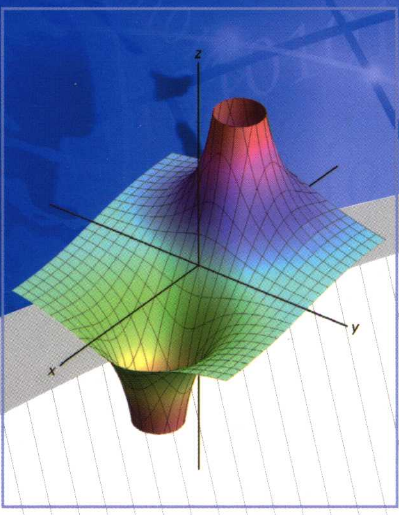
普通高等教育“十二五”规划教材
公共基础课教材系列



概率论与数理统计

主编　盛集明　李学银

科学出版社

概率论与数理统计

普通高等教育"十二五"规划教材

公共基础课教材系列

概率论与数理统计

主　编　盛集明　李学银

副主编　刘　华　江　丽　邹志琼　张　玲

科学出版社

北　京

内 容 简 介

本书是在贯彻落实教育部《高等教育面向21世纪教学内容和课程体系改革计划》要求的基础上，按照工科及经济管理类《本科数学基础课程（概率论与数理统计）基本要求》，并结合应用型本科院校学生的基础和培养目标进行编写的. 全书以通俗易懂的语言，深入浅出地讲解概率论与数理统计的知识，各节均配有习题，每章配有自测题，书末附参考答案. 在统计部分注重渗透统计软件的使用，并附常用统计软件SAS简介和一系列数值用表.

本书适合作为应用型本科院校工科类、理科类（非数学专业）、经济管理类有关专业的概率论与数理统计课程的教材使用，也可供成人教育学院或申请升本的专科院校选用为教材，还可以作为相关专业人员和广大教师的参考书.

图书在版编目(CIP)数据

概率论与数理统计/盛集明，李学银主编. —北京：科学出版社，2013
（普通高等教育“十二五”规划教材・公共基础课教材系列）
ISBN 978-7-03-038275-7

Ⅰ.①概… Ⅱ.①盛… ②李… Ⅲ.①概率论-高等学校-教材②数理统计-高等学校-教材 Ⅳ.①O21

中国版本图书馆CIP数据核字(2013)第181088号

责任编辑：沈力匀 / 责任校对：王万红
责任印制：吕春珉 / 封面设计：耕者设计工作室

科 学 出 版 社 出版
北京东黄城根北街16号
邮政编码：100717
http://www.sciencep.com
新科印刷有限公司 印刷
科学出版社发行　各地新华书店经销
*
2013年8月第 一 版　开本：787×1092 1/16
2013年8月第一次印刷　印张：12 3/4
字数：302 000

定价：26.00元

（如有印装质量问题，我社负责调换〈新科〉）
销售部电话 010-62134988　编辑部电话 010-62135235(VP04)

前　　言

“概率论与数理统计”是研究随机现象中数量规律的一门数学课程，也是普通高等院校本科生各专业普遍开设的一门公共基础课程. 步入21世纪，中国的高等教育出现了崭新的格局，一大批应用型本科院校相继成立，为了适应这类学校出现的新的教学形势、学生知识基础和教学特点. 我们编写了这部概率论与数理统计课程的教材.

本书在编写过程中认真贯彻落实教育部《高等教育面向21世纪教学内容和课程体系改革计划》的要求精神，并严格执行教育部“数学与统计学教学指导委员会”最新修订的工科及经济管理类《本科数学基础课程(概率论与数理统计)基本要求》，同时参考了近几年来国内外出版的有关教材，并深入结合编者的一线教学实践经验. 全书以通俗易懂的语言，深入浅出地讲解概率论与数理统计的知识，共分8章内容. 第1～5章是概率论部分，内容包括随机事件与概率、随机变量及其分布、多维随机变量及其分布、随机变量的数字特征、大数定律及中心极限定理；第6～8章是数理统计部分，内容包括样本及抽样分布、参数估计、假设检验. 并附录有SAS软件简介和一系列数值用表.

本书的主要特色如下：

(1) 在满足基本课时(约50学时)要求的内容的基础上，适当淡化理论推导过程.

(2) 弱化技巧性训练，重在使学生理解和掌握基本概念、基本理论和基本方法.

(3) 强调数学知识的应用，力求学以致用，学后会用，增强学生学习数学的信心与兴趣.

(4) 将数学软件的使用有机地融合进教材中，着力培养学生解决实际问题的能力.

(5) 书中精选了大量来自各行各业的例题和习题，以适用各专业的需求. 习题按节(每节后有习题)、章(每章后有自测题)设置，并于书末附习题与自测题参考答案. 目的在于加强学生对教学内容的理解及掌握.

本书知识系统详略得当，举例丰富，讲解透彻，难度适宜，适合作为应用型本科院校工科类、理科类(非数学专业)、经济管理类有关专业的概率论与数理统计课程的教材使用，也可供成人教育学院或申请升本的专科院校选用为教材，也可以作为相关专业人员和广大教师的参考书.

除了编者写作的内容外，本书的部分内容(例题和习题等)参考了书后所列参考文献，作者在这里一并表示感谢.

由于编者水平有限，书中难免有不妥之处，错误亦在所难免，恳请专家和读者提出宝贵意见.

目　录

第 1 章　随机事件及其概率

概率论与数理统计是研究随机现象统计规律的一门数学学科，其应用十分广泛，它是自然科学、技术科学、社会科学以及管理科学等领域必备的数学工具. 本章主要介绍随机事件与概率、加法公式、乘法公式、事件的独立性等有关内容.

1.1　随 机 事 件

在自然界和人类社会中，所遇到的现象一般可分为两类：一类是**确定性现象**，即在一定条件下必然发生或必然不发生的现象. 例如，向上抛一石子必然下落；在一个标准大气压、100℃的条件下，水一定沸腾等都是确定性的现象. 这类现象的一个共同点是：事先可以断定其结果. 另一类是**随机现象**，即在一定条件下，具有多种可能结果，事先不能确定哪种结果将会发生. 例如，在相同条件下抛掷一枚硬币，落下后可能是正面朝上，也可能是反面朝上；新生的婴儿可能是男孩也可能是女孩等都是随机现象. 这类现象的一个共同点是事先不能确定多种可能结果中究竟出现哪一种，但在大量重复的试验或观察中又具有某种规律性，我们称之为**随机现象的统计规律性**. 概率论与数理统计就是研究和揭示随机现象的统计规律性的一门数学学科.

1.1.1　随机试验

随机现象随处可见，但概率论主要研究的是能够在相同条件下重复进行的随机现象. 例如，

E_1：抛一枚硬币，观察其正面、反面出现的情况.

E_2：掷一枚骰子，观察其出现的点数.

E_3：从大批产品中任取 3 个，观察其中次品的个数.

E_4：记录电话公司 1 小时内收到的呼叫次数.

E_5：在同一批灯泡中任取一只测试其寿命.

显然，以上试验都具有如下特点：

(1) 在相同的条件下，试验可以或原则上可以重复进行，即重复性.

(2) 试验的可能结果不止一个，但事先已明确试验的所有可能结果，即明确性.

(3) 每次试验总是恰好出现所有可能结果中的一个，但究竟出现哪一个结果，试验前不能确切预言，即随机性.

我们称具有上述特点的试验为**随机试验**，简称**试验**. 通常用字母 E 表示. 现实生活中的许多随机现象很难在相同的条件下重复进行，因此随机试验可以看做是随机现象的理想化模型. 概率论与数理统计是通过研究随机试验来研究随机现象的. 本书以后提到的试验都是指随机试验.

1.1.2　样本空间

对于随机试验，尽管在每次试验之前不能预知结果，但试验的所有可能结果组成的集合是已知的. 我们将随机试验 E 的所有可能结果组成的集合称为 E 的**样本空间**，记为 S. 样本空间的元素，即 E 的每个结果，称为**样本点**. 样本点一般用 e 表示，则 S 是全体 e 的集合.

下面写出前面的试验 $E_1,\cdots,E_5$ 所对应的样本空间 $S_1,\cdots,S_5$ 为

$S_1=\{$正面，反面$\}$；

$S_2=\{1,2,3,4,5,6\}$；

$S_3=\{0,1,2,3\}$；

$S_4=\{0,1,2,3,4\cdots\}$；

$S_5=\{t\mid t\geqslant 0\}$.

1.1.3　随机事件

在随机试验中人们通常关心的是满足某种条件的样本点所组成的集合. 例如在 E_5 中规定灯泡使用寿命超过 500 小时为合格品，则在试验中我们关心的是灯泡寿命是否大于 500 小时，满足这一条件的样本点组成 S_5 的一个子集 $A=\{t\mid t>500\}$. 我们称 A 为 S_5 的一个随机事件.

一般地，我们称试验 E 的样本空间 S 的子集为 E 的**随机事件**，简称**事件**.（严格来说，事件应该是 S 中满足一定条件的子集合组成的集合类中的元素，对它的讨论已超出了我们的知识范围，有兴趣的话可参考其他教材）. 事件是概率论中最基本的概念，一般用大写字母 A、B、C 或 A_1、A_2 等表示.

在一次试验中，当且仅当事件 A 所包含的一个样本点出现时，我们就说事件 A 发生，否则 A 不发生.

由一个样本点构成的事件称为**基本事件**，基本事件也叫**样本点**. 由两个或两个以上的基本事件组合而成的事件称为**复合事件**. 每次试验中一定出现的事件称为**必然事件**. 样本空间包含所有样本点，在每次试验中一定出现，所以样本空间是必然事件，因此通常用 S 表示必然事件. 每次试验中一定不发生的事件，称为**不可能事件**，记为 $\varnothing$.

【例 1.1】　设试验 E 为掷一枚骰子，观察其出现的点数.

解　判断何种情况为基本事件、复合事件、必然事件、不可能事件.

在这个试验中 $A_i=\{$出现 i 点$\}$ $(i=1,2,\cdots,6)$ 是基本事件，$B_1=\{$至少出现 3 点$\}$，$B_2=\{$至多出现 3 点$\}$等都是复合事件，$B_3=\{$出现点数不超过 6 点$\}$是必然事件，$B_4=\{$出现点数为 7 点$\}$是不可能事件.

1.1.4　事件间的关系与运算

事件是样本点的一个集合，因而事件间的关系与运算自然与集合论中集合间的关系与运算一致，只是使用的术语不同罢了. 下面给出这些关系和运算在概率论中的提法和含义.

设试验 E 的样本空间为 S，而 A、B、A_k $(k=1,2,\cdots)$ 是 S 的子集. 由此出发，讨论事件间的关系与运算.

1. 事件的包含关系

若事件 A 发生必然导致事件 B 发生，则称事件 B 包含事件 A，或称事件 A 包含于事件 B，或称事件 A 是事件 B 的**子事件**. 记作 $A\subset B$ 或 $B\supset A$. 对于任意事件 A，有 $\varnothing\subset A\subset S$. 图 1-1 给出了这种包含关系的一个几何表示.

例如：在 E_5 中，记 A=“灯泡寿命不超过 500 小时”，

B=“灯泡寿命不超过 600 小时”，则 $A\subset B$.

2. 事件的相等关系

若 $A\subset B$ 且 $B\subset A$，则称事件 A 与 B **相等**，记作 $A=B$. 即 A 与 B 所含的样本点完全相同.

例如：在 E_2 中，A=“出现偶数点”，B=“出现 2,4,6 点”，则 $A=B$.

3. 事件的和(并)

事件 A 和事件 B 至少有一个发生的事件，称为 A 和 B 的**和事件**，记作 $A\cup B$ 或 $A+B$. 图 1-2 给出了这种运算的一个几何表示.

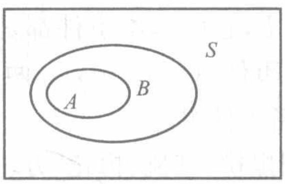


图 1-1

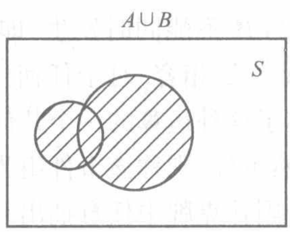


图 1-2

事件的和可以推广到有限个或可列无穷多个事件. 通常 n 个事件的和记为 $A_1+A_2+\cdots+A_n$ 或 $A_1\cup A_2\cup\cdots\cup A_n$，简记为 $\sum\limits_{i=1}^{n}A_i$ 或 $\bigcup\limits_{i=1}^{n}A_i$；可列无穷多个事件的和简记为 $\sum\limits_{i=1}^{\infty}A_i$ 或 $\bigcup\limits_{i=1}^{\infty}A_i$.

例如：在 E_2 中，A=“出现 1 点”，B=“出现 3 点”，C=“出现 5 点”，则 $A\cup B\cup C$=“出现奇数点”.

4. 事件的积(交)

事件 A 和 B 同时发生的事件，称为 A 与 B 的**积事件**，记为 $A\cap B$ 或 AB. 图 1-3 给出了这种运算的一个几何表示.

事件的积可以推广到有限个或可列无穷多个事件. 通常 n 个事件的积记为 $A_1A_2\cdots A_n$ 或 $A_1\cap A_2\cap\cdots\cap A_n$，简记为 $\prod\limits_{i=1}^{n}A_i$ 或 $\bigcap\limits_{i=1}^{n}A_i$. 可列无穷多个事件的积简记为 $\prod\limits_{i=1}^{\infty}A_i$ 或 $\bigcap\limits_{i=1}^{\infty}A_i$.

例如:在 E_2 中,A=“出现奇数点”,B=“出现 1 点”,则 $A\cap B$=“出现 1 点”.

5. 事件的差

事件 A 发生而 B 不发生的事件,称为 A 与 B 的**差事件**,记作 $A-B$. 图 1-4 给出了这种运算的一个几何表示.

例如:在 E_2 中,A=“出现奇数点”,B=“出现 1 点”,则 $A-B$=“出现 3,5 点”.

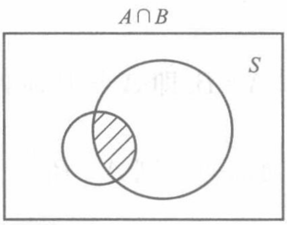


图 1-3

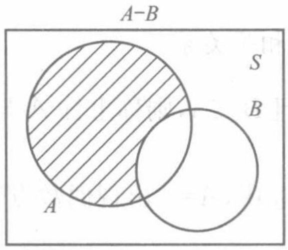


图 1-4

6. 互斥事件(或互不相容事件)

若事件 A 与 B 不能同时发生,即 $AB=\varnothing$,则称 A 与 B 是**互斥事件**(或**互不相容事件**). 反之,称 A 与 B 相容. 对于任何一个随机试验 E,它的基本事件都是两两互不相容的. 图 1-5 给出了这种运算的一个几何表示. 若一组事件 $A_1,A_2,\cdots,A_n$ 两两互不相容,且它们的和为必然事件,则称该事件组为互不相容完备事件组.

例如:在一副扑克牌中任意抽出一张,若把抽到黑桃、红桃、梅花、方块的事件分别记作 A_1、A_2、A_3、A_4,显然 A_1、A_2、A_3、A_4 是两两互不相容的事件.

7. 对立事件(或逆事件)

若事件 A 与事件 B 不能同时发生,但其中必有一个发生,即 $A\cup B=S$,且 $AB=\varnothing$,称 A 与 B 互为**对立事件**(**或逆事件**),记 $B=\overline{A}$. 对立事件一定是互斥事件,但互斥事件不一定是对立事件. 图 1-6 给出了这种运算的一个几何表示.

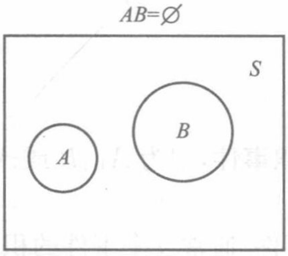


图 1-5

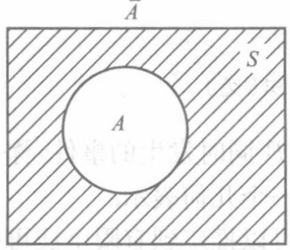


图 1-6

例如:在 E_1 中抛一枚硬币一次,如果 A 表示“出现正面”,B 表示“出现反面”,事件 A 与事件 B 是对立(或互逆)事件.

8. 事件的运算律

(1) 交换律：$A\cup B=B\cup A$；$AB=BA$

(2) 结合律：$(A\cup B)\cup C=A\cup(B\cup C)$；$(A\cap B)\cap C=A\cap(B\cap C)$

(3) 分配律：$(A\cup B)C=(AC)\cup(BC)$；$A\cup(BC)=(A\cup B)(A\cup C)$

(4) 摩根律：$\overline{A_1\cup A_2}=\overline{A}_1\cap\overline{A}_2$；$\overline{A_1\cap A_2}=\overline{A}_1\cup\overline{A}_2$

(5) 对减法运算满足 $A-B=A\overline{B}$(或 $A\cap\overline{B}$).

这些运算规律可以推广到任意多个事件上去.

【例 1.2】 设事件 A_i="某射击手第 i 次击中目标"($i=1,2$)，试说明下列各事件的意义：

(1) $A_1\cup A_2$；(2) $A_1\cap A_2$；(3) $\overline{A}_2$；(4) A_2-A_1；(5) $\overline{A_1\cup A_2}$.

解 (1) 表示射击手两次射击中至少有一次击中目标；

(2) 表示射击手两次都击中目标；

(3) 表示射击手第二次没有击中目标；

(4) 表示射击手第二次击中而第一次没有击中目标；

(5) 表示射击手两次都没有击中目标.

【例 1.3】 掷一枚骰子，观察出现的点数. 设 A 表示出现奇数点，B 表示出现点数小于 5，C 表示出现小于 5 的偶数点.

(1) 写出试验的样本空间 S 及事件 $A+B$，$A-B$，AB，AC，$A+\overline{C}$，$\overline{A+B}$；

(2) 分析事件 $A+\overline{C}$，$A-B$，B，C 之间的包含、互不相容及对立关系.

解 (1) 样本空间 $S=\{1,2,3,4,5,6\}$，则 $A=\{1,3,5\}$，$B=\{1,2,3,4\}$，$C=\{2,4\}$

于是 $A+B=\{1,2,3,4,5\}$，　$A-B=\{5\}$，

$AB=\{1,3\}$，　$AC=\varnothing$，

$\overline{C}=\{1,3,5,6\}$，　$A+\overline{C}=\{1,3,5,6\}$，

$\overline{A+B}=\{6\}$.

(2) 由(1)可知，包含关系有 $B\supset C$，$A+\overline{C}\supset A-B$；互不相容关系有 $A+\overline{C}$ 与 C，$A-B$ 与 B，$A-B$ 与 C；事件 $A+\overline{C}$ 与 C 为对立事件.

【例 1.4】 设 A,B,C 是三个事件，试用 A,B,C 的关系式表示下列事件：

(1) A,B,C 中至少有一个发生；

(2) A,B,C 都发生；

(3) A 与 B 发生，而 C 不发生；

(4) A,B,C 不多于一个发生.

解 (1) $A\cup B\cup C$；(2) $A\cap B\cap C$；(3) $A\cap B\cap\overline{C}$；(4) $\overline{B}\,\overline{C}\cup\overline{A}\,\overline{C}\cup\overline{A}\,\overline{B}$.

【例 1.5】 某城市的供水系统由甲、乙两个水源与三部分管道 1,2,3 组成(图 1-7)，每个水源都足以供应城市的用水，设事件 A_i="第 i 号管道正常工作"($i=1,2,3$)，则如何表示"城市能正常供水"及"城市断水"这两个事件？

解 "城市能正常供水"这一事件可表示为 $(A_1\cup A_2)\cap A_3$，"城市断水"这一事件表示为 $\overline{(A_1\cup A_2)\cap A_3}$.

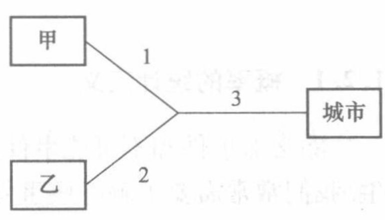


图 1-7

习题 1.1

1. 写出下列随机试验的样本空间 S 与随机事件 A：

(1) 掷一颗骰子，观察向上一面的点数；事件 A 表示“出现奇数点”；

(2) 将一枚硬币抛 3 次，观察正反面出现的情况；事件 A 表示“三次出现同一面”；

(3) 对一个目标进行射击，一旦击中便停止射击，观察射击的次数；事件 A 表示“射击不超过 3 次”；

(4) 记录某地一昼夜的最高温度和最低温度；事件 A 表示“最高温度和最低温度相差 10℃”.

2. 指出下列各等式命题是否成立，并说明理由：

(1) $A\cup B=(A\overline{B})\cup B$；

(2) $\overline{A}B=A\cup B$；

(3) $\overline{A\cup B}\cap C=\overline{AB}\,\overline{C}$；

(4) $(AB)(A\overline{B})=\varnothing$；

(5) 如果 $A\subset B$，则 $A=AB$；

(6) 如果 $AB=\varnothing$，且 $C\subset A$，则 $BC=\varnothing$；

(7) 如果 $A\subset B$，那么 $\overline{B}\subset\overline{A}$；

(8) 如果 $B\subset A$，那么 $A\cup B=A$..

3. 甲、乙、丙三人各向目标射击一发子弹，以 A、B、C 分别表示甲、乙、丙命中目标，试用 A、B、C 的运算关系表示下列事件：

(1) 至少有一人命中目标；

(2) 恰有一人命中目标；

(3) 恰有两人命中目标；

(4) 最多有一人命中目标；

(5) 三人均命中目标；

(6) 三人均未命中目标.

4. 袋中装有标号为 1,2,3,4,5,6,7,8 的 8 张卡片，从中任取一张，设事件 A 为“抽得一张标号不大于 4 的卡片”，事件 B 为“抽得一张标号为偶数的卡片”，事件 C 为“抽得一张标号为奇数的卡片”. 请用样本点的集合表示下列事件：$A\cup B$，AB，$A-B$，$B-A$，$B\cup C$，$(A\cup B)C$.

1.2　事件的概率

1.2.1　概率的统计定义

除必然事件和不可能事件外，任何一个随机事件在一次试验中可能发生，也可能不发生. 我们常常需要了解某些事件在一次试验中发生的可能性的大小，以便掌握随机现象的内在规律. 为了研究这个问题，我们先引进频率的概念.

定义 1.1　将随机试验在相同的条件下重复进行了 n 次，若事件 A 在这 n 次试验中发生了 n_A 次，则称比值 n_A/n 为事件 A 在 n 次重复试验中发生的频率，记为 $f_n(A)$，即

$$f_n(A)=n_A/n$$

其中 n_A 称为频数.

根据定义容易验证频率具有如下性质：

(1) $0\leqslant f_n(A)\leqslant 1$；

(2) $f_n(S)=1$；

(3) 若 $A_1,A_2,\cdots,A_k$ 是两两互不相容的事件，则

$$f_n(A_1\cup A_2\cup\cdots\cup A_k)=f_n(A_1)+f_n(A_2)+\cdots+f_n(A_k).$$

由于在任意 n 次试验中，事件 A 发生的次数具有偶然性，故 A 发生的频率 $f_n(A)$ 也具有不确定性. 那么，由事件 A 发生的频率能否发现事件 A 发生的规律？为此，有许多人做这样的试验.

例如，历史上不少统计学家考虑“掷一枚均匀的硬币，观察其正面出现的情况”这一随机试验，其试验结果记录如表 1-1 所示.

表 1-1

实验者	试验次数 n	频数 n_A	频率 $f_n(A)$
德·摩根	2048	1061	0.5181
蒲丰	4040	2048	0.5096
费勒	10000	4979	0.4979
K.皮尔逊	12000	6019	0.5016
K.皮尔逊	24000	12012	0.5005
维尼	30000	14994	0.4998

从表 1-1 可知，在重复试验中，同一事件发生的频率不完全相同，但是当试验次数逐渐增大时，频率逐渐稳定于某一常数. 频率的这种稳定性就是通常所说的统计规律性，因此可以用频率来描述概率，定义概率为频率的稳定值.

定义 1.2　在同一条件下所做的大量重复试验中，如果事件 A 发生的频率稳定地在某一确定常数 P 附近摆动，则 P 就表示事件 A 发生的可能性大小，并称它为**事件 A 的概率**，记为 $P(A)$. 这个定义通常称为概率的统计定义.

概率的统计定义中，虽然没有提供直接确定概率的方法，但是当试验次数较大时，事件 A 发生的频率可以作为 $P(A)$ 的一个估计值. 由此定义可知在抛硬币试验中事件 $A=\{$正面朝上$\}$发生的频率为 0.5，这与人的直观判断也是一致的.

由频率的性质，我们可以得出统计概率的性质：

(1) 非负性：对任一事件 A，有 $0\leqslant P(A)\leqslant 1$；

(2) 规范性：对必然事件 S，有 $P(S)=1$；

(3) 有限可加性：若事件 $A_1,A_2,\cdots,A_n$ 两两互不相容，则 $P\left(\bigcup\limits_{k=1}^{n}A_k\right)=\sum\limits_{k=1}^{n}P(A_k)$.

用概率的统计定义来确定某一事件 A 的概率 $P(A)$，往往要进行大量的试验. 尽管如此，还是保证不了一定能得到 $P(A)$ 的精确值. 在某些特殊的情况下，不需要进行大量的

试验，而根据问题本身所具有的某种“对称性”，分析事件自身的特点，就可以直接计算其概率. 这就是下面将要介绍的古典概型和几何概型.

1.2.2 概率的古典定义

一般地，如果随机试验具有以下特征：

(1) 样本空间的元素(即基本事件)只有有限个；

(2) 每个基本事件出现的可能性是相等的.

则称该随机试验为**等可能概型**. 由于它是概率论发展初期的主要研究对象，所以也称为**古典概型**.

在古典概型中，事件 A 的概率定义为

$$P(A)=\frac{\text{事件 }A\text{ 包含的基本事件数}}{\text{样本空间中基本事件总数}}$$

计算古典概率的关键，是要正确求出事件 A 所包含的基本事件数和样本空间中基本事件总数，这些数目的计算需要用到排列组合的知识.

【例 1.6】 将一枚均匀的骰子连掷 2 次，求

(1) 2 次点数之和为 8 的概率；

(2) 2 次点数中较大的一个不超过 3 的概率.

解 该试验的样本空间为 $S=\{(1,1),(1,2),(1,3),\cdots,(6,4),(6,5),(6,6)\}$ 共 36 个点，由于骰子是均匀的，故每个基本事件发生的可能性相等，属于古典概型.

(1) 设 $A=$“2 次点数之和为 8”，则

$$A=\{(2,6),(3,5),(4,4),(5,3),(6,2)\}$$

A 中共包含 5 个样本点，故 $P(A)=5/36$.

(2) 设 $B=$“2 次点数中较大的一个不超过 3”，则

$$B=\{(1,1),(1,2),(1,3),(2,1),(2,2),(2,3),(3,1),(3,2),(3,3)\}$$

B 中共有 9 个样本点，故 $P(B)=9/36=1/4$.

当空间里的样本较多时，我们一般不再将 S 中的元素一一列举出来. 而只需要求出 S 中与 A 中所包含的元素的个数，再根据定义就可求出 A 的概率.

【例 1.7】 一袋中有 8 个大小形状相同的球，其中 5 个黑色球，3 个白色球. 现从袋中随机地取出 2 个球，求取出的两球都是黑色球的概率.

解 从 8 个球中取出 2 个，共有 C_8^2 种不同的取法，事件 $A=\{$取出的两球是黑球$\}$的取法为 C_5^2 种，从而

$$P(A)=C_5^2/C_8^2=5/14$$

【例 1.8】 在箱中装有 100 个产品，其中有 3 个次品，从这箱产品中任意抽取 5 个，求取得 5 个产品中恰有 1 个次品的概率.

解 从 100 个产品中任意抽取 5 个产品，共有 C_{100}^5 种抽取方法，事件 $A=\{$有 1 个次品，4 个正品$\}$的取法共有 $C_3^1C_{97}^4$ 种，故得事件 A 的概率为

$$P(A)=\frac{C_3^1C_{97}^4}{C_{100}^5}\approx 0.138$$