

通信带宽受限的 网络化控制系统 分析与设计

刘庆泉◎著



电子工业出版社
PUBLISHING HOUSE OF ELECTRONICS INDUSTRY
<http://www.phei.com.cn>

通信带宽受限的网络化控制 系统分析与设计

刘庆泉 著

電子工業出版社

Publishing House of Electronics Industry

北京 · BEIJING

内 容 简 介

与传统的控制系统相比，网络化控制系统有许多优势，如可以实现网络资源共享、安装与维护简单、有效减小系统的体积、增加系统的可靠性等。但通信网络的引入也给系统的分析与设计带来了新的挑战，如数据包丢失、数据包传输时序错乱、通道传输时延、通信带宽受限等。本书把信息理论作为一项有力的技术工具，研究了通信带宽受限的网络化控制系统反馈控制问题，分析了在网络化控制系统中控制性能与通信代价之间的优化设计问题，提出了具有通信带宽受限的网络化控制问题的一套新的分析方法。

本书内容新颖，理论深入，系统性强，可作为高等院校自动化、检测技术、通信工程等相关专业本科生、研究生的教学用书，也可供相关领域的工程设计人员参考。

未经许可，不得以任何方式复制或抄袭本书之部分或全部内容。

版权所有，侵权必究。

图书在版编目 (CIP) 数据

通信带宽受限的网络化控制系统分析与设计/刘庆泉著. —北京：电子工业出版社，2014.2

ISBN 978-7-121-22165-1

I. ①通… II. ①刘… III. ①通信信道 - 信道带宽 - 受限控制 - 系统分析②通信信道 - 信道带宽 - 受限控制 - 系统设计 IV. ①TP84

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2013) 第 301572 号

责任编辑：赵 娜 特约编辑：王 纲

印 刷：北京天来印务有限公司

装 订：北京天来印务有限公司

出版发行：电子工业出版社

北京市海淀区万寿路 173 信箱 邮编 100036

开 本：720 × 1000 1/16 印张：10 字数：224 千字

印 次：2014 年 2 月第 1 次印刷

定 价：36.00 元



凡所购买电子工业出版社图书有缺损问题，请向购买书店调换。若书店售缺，请与本社发行部联系，联系及邮购电话：(010) 88254888。

质量投诉请发邮件至 zlts@phei.com.cn，盗版侵权举报请发邮件至 dbqq@phei.com.cn。

服务热线：(010) 88258888。

前言

在现代工业系统中，由通信网络连接传感器、控制器和执行器而形成的闭环系统称为网络化控制系统。与传统的控制系统相比，网络化控制系统具有许多优势，如可以实现网络资源共享、安装与维护简单、有效减小系统的体积、增加系统的可靠性等。但是通信网络的引入也给系统的分析与设计带来了新的挑战，如数据包丢失、数据包传输时序错乱、通道传输时延、通信带宽限制等。现有文献中的结果主要考虑了具有时延及丢包的网络化控制系统反馈控制问题。然而，对于具有通信带宽限制的网络化控制系统反馈控制问题并未进行充分考虑。

本书在总结前人工作的基础上，把信息理论作为一项有力的技术工具，研究了具有通信带宽信限制的网络化控制系统反馈控制问题，分析了在网络化控制系统中控制性能与通信代价之间的优化设计问题，提出了具有通信带宽限制的网络化控制问题的一套新的分析方法。本书还研究了同时具有通信带宽限制和数据包丢失两个特征的网络化控制系统可镇定性问题。其中，采用了一个自适应差分编码技术和一个预测控制策略，并且给出了一个确保开环不稳定系统均方可镇定的最小传输速率。另外，本书研究了具有通信带宽限制的参数不确定系统鲁棒可镇定性问题。为了解决多维不确定系统特征值分解和传输速率分配问题，本书提出了一个时变递归分配算法，并给出了确保参数不确定系统鲁棒可镇定的充分条件。针对网络具有通信带宽限制这一情况，研究了具有传输速率限制的网络化控制系统线性二次型性能指标最优控制问题，并给出了一个能够清楚地反映出线性二次型性能指标与反馈链接传输状态信息的速率之间关系的优化公式。最后，本书研究了在通信带宽受限情况下单输入单输出线性时不变系统的量化反馈控制问题。

第1和第2章系统地分析和总结了网络化控制系统这一前沿研究领域的发展现状及研究方法，并给出了一些相关的预备知识。

第3章研究了线性时不变系统的可镇定性问题。其中，假设传感器与控制器在地理上是分离的，并通过一个具有通信带宽限制、有噪声的数字通信通道连接。数据包丢失过程被看作一个时齐马尔可夫过程。本章采用了一个自适应差分编码技术和一个预测控制策略，给出了一个确保开环不稳定系统均方可镇定的最小传输速率。研究结果表明，对于没有干扰输入的系统，确保系统均方可镇定的充分条件是传输速率要大于一个给定的下界；然而，对于一个有干扰输入的系统，确保系统均方可镇定的充分条件可以分解成两项：一项是与传输速率有关的条件，另一项是与马尔可夫链的转移概率有关的条件。通过仿真算例也验证了所提出方法的优越性。

第4章研究了在传输速率受限情况下，参数不确定系统的鲁棒可镇定性问题。对于一个多维不确定系统，特征值分解和传输速率分配是一个不得不面对的问题。为了解决这个问题，提出了一个时变递归分配算法，证明了确保闭环系统鲁棒可镇定的充分条件，并且给出了一个确保存在量化、编码和控制策略来稳定参数不确定系统的传输速率下界。仿真结果验证了所提出策略的有效性。

第5章研究了随机离散时间、线性时不变系统的线性二次型性能指标最优控制问题。其中，假设传感器与控制器在地理上是分离的，经过一个具有通信带宽限制、无噪声的通信通道连接。系统状态的量化与编码采用一个自适应差分编码技术。给出了在传输速率受限情况下，一个可以计算得到的最优线性二次型性能指标，证明了与传输速率有关的、确保系统可镇定的充分条件，并且给出了一个能够清楚反映出线性二次型性能指标和信道传输速率之间关系的优化公式。数值算例也验证了所提出方法的有效性。

第6章研究了一个单输入单输出、线性时不变系统的量化输出反馈控制问题。其中，传感器与控制器通过一个传输速率受限、无损失的数字通信通道连接。这里的主要目标就是给出一个传输速率下界，当反馈链接传输系统测量输出信息的速率大于这个下界时，一定存在一个量化、

编码和控制策略，不仅能够确保开环不稳定系统的可镇定性，而且可以获得一个给定的控制性能指标。基于测量输出的概率分布和系统的动态性，提出了一个新的量化和编码方法。其中的证明技术不仅依赖于控制理论工具，还依赖于信息理论工具。数值算例进一步验证了所提出策略的有效性。

第7章研究了在传输速率受限情况下，随机时不变系统的量化反馈控制问题。特别考虑了具有信道传输时间延迟的情况。虽然已经有了一些关于传输速率受限下LQG控制的研究成果，但是大部分都没有考虑具有时间延迟的情况。为了解决这个问题，提出了一个自适应差分编码和预测控制策略来确定系统的控制性能。这里采用的编码技术结合了差分编码、自适应编码、最小传输速率定理等技术方法。与以往的结果不同的是，考虑了一个传输速率受限且具有传输时间延迟的信道，给出了一个量化、编码和控制策略来确保系统的控制性能之间的平衡关系。结果表明：时间延迟对确保系统可镇定的传输速率下界没有影响，更大的传输速率可获得更好的控制性能，更多的时间延迟将导致控制性能下降。

本书的出版得到了中国科学院沈阳自动化研究所“中国博士后科学基金资助项目”（编号：2013M530134，China Postdoctoral Science Foundation Funded Project）的资助。此外，金芳老师参与了本书的编写和修改，修养、李东东、朱正好和张元民参与了本书的编辑和校对的大量工作，在此表示感谢。

由于作者水平有限，书中难免有不妥和错误之处，殷切希望广大读者予以批评指正。

作者

2013年12月8日

反侵权盗版声明

电子工业出版社依法对本作品享有专有出版权。任何未经权利人书面许可，复制、销售或通过信息网络传播本作品的行为，歪曲、篡改、剽窃本作品的行为，均违反《中华人民共和国著作权法》，其行为人应承担相应的民事责任和行政责任，构成犯罪的，将被依法追究刑事责任。

为了维护市场秩序，保护权利人的合法权益，我社将依法查处和打击侵权盗版的单位和个人。欢迎社会各界人士积极举报侵权盗版行为，本社将奖励举报有功人员，并保证举报人的信息不被泄露。

举报电话：（010）88254396；（010）88258888

传 真：（010）88254397

E-mail：dbqq@phei.com.cn

通信地址：北京市万寿路173信箱

电子工业出版社总编办公室

邮 编：100036

》 1 绪论 1

1.1 网络化控制系统研究的内容及意义	1
1.2 网络化控制系统的研究现状	3
1.2.1 具有通信带宽限制的网络化控制系统	3
1.2.2 具有通道传输时延及丢包的网络化控制系统	8
1.2.3 其他类型问题的研究现状	9
1.3 本书的主要创新点及未来工作展望	11

》 2 网络化控制系统基本理论与分析方法 16

2.1 传输速率	16
2.2 保真度准则下的信源编码	19
2.3 近似联合对角化	20
2.4 传输速率分配策略	20

》 3 具有通信带宽限制和数据包丢失
的网络化控制系统可镇定性分析 29

3.1 引言	29
3.2 问题描述	30
3.2.1 离散系统描述	30
3.2.2 数字通信通道	31
3.2.3 主要解决的问题	32
3.3 具有通信限制的系统可镇定性分析	33
3.3.1 一维系统的可镇定性分析	33
3.3.2 多维系统的可镇定性分析	43

3.4 数值算例	52
----------	----

4 具有传输速率限制的参数不确定系统鲁棒可镇定性分析

56

4.1 引言	56
4.2 问题描述	57
4.2.1 参数不确定系统描述	57
4.2.2 解决的主要问题	59
4.3 具有传输速率限制的鲁棒可镇定性	59
4.3.1 时变递归分配算法	59
4.3.2 参数不确定系统鲁棒可镇定条件	63
4.4 数值算例	77

5 通信带宽受限的网络化控制系统最优控制

81

5.1 引言	81
5.2 问题描述	82
5.2.1 离散系统描述	82
5.2.2 主要解决的问题	83
5.3 具有通信带宽限制的反馈控制	83
5.3.1 确保系统均方可镇定的传输速率下界	83
5.3.2 传输速率受限的最优线性二次型性能指标	91
5.4 数值算例	96

6 传输速率受限的量化输出反馈控制

99

6.1 引言	99
6.2 问题描述	100
6.2.1 单输入单输出系统描述	100
6.2.2 主要解决的问题	101
6.3 量化输出反馈控制	103

6.3.1 测量输出的量化与编码	103
6.3.2 传输速率下界	108
6.4 数值算例	113

》 7 具有传输速率限制和传输
时延的量化反馈控制 116

7.1 引言	116
7.2 问题描述	117
7.2.1 离散系统描述	117
7.2.2 主要解决的问题	119
7.3 具体传输时间延迟的量化反馈控制	120
7.4 数值算例	129

》 参考文献 132

1

绪 论

1.1 网络化控制系统研究的内容及意义

随着通信网络、信息理论、计算机科学等技术的不断发展，与传统控制技术不同的网络化控制技术正在逐渐形成，并成为近年来颇受关注的热点研究问题。促使这项技术迅速发展的一个重要原因是来自社会生活、工业控制以及军事领域的技术需求，例如大城市交通系统的实时指挥和控制、航空工业中的飞机导航自动化控制、石油化工和冶金等连续流程工业的生产控制和调整、战术导弹的数字化制导控制等。在上面的这些控制系统中，传感器、控制器与被控对象在地理上是分离的，需要通过一个通信网络连接而形成一个闭环系统，这样的系统被称为网络化控制系统（Networked Control Systems, NCSs）^[14, 15]。

为了更好地理解网络化控制系统的工作原理及在实践中的应用意义，下面以战术导弹为例来说明网络化控制系统的工作过程。战术导弹是指地空、舰空、空空等攻击快速活动目标类型的导弹。由于目标是快速活动的，因此制导系统中必须有能实时截获和跟踪目标的探测手段（通常使用电磁波），以便不断地测定目标与导弹的相对位置和速度，然后按规定的导引规律形成指令，引导导弹飞向目标。如图 1.1 所示，目标探测装置和导弹探测装置不断探测目标和导弹运动参数，并输入制导计算机进行处理，形成制导指令，经发射机和接收机传给自动驾驶仪，控制导弹不断逼近目标。

上面这个系统可以用一个更加一般化的结构图来表示，如图 1.2 所示。当然，对于一些网络化控制系统，控制器与执行器在地理上常常是分离的，

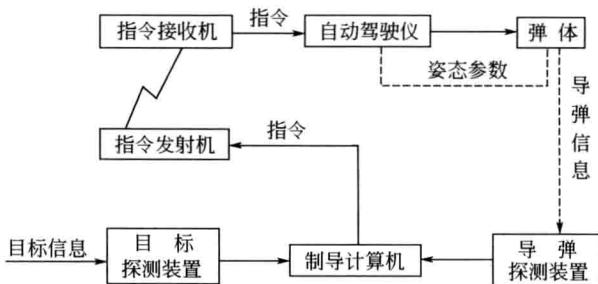


图 1.1 导弹制导与控制系统

同时也需要通过通信网络来连接。与传统点对点结构的控制系统相比，网络化控制系统具有一些显而易见的优点：可以实现网络资源共享、安装与维护简单、可靠性高，有效地减小系统体积和功率、增加系统的灵活性等。

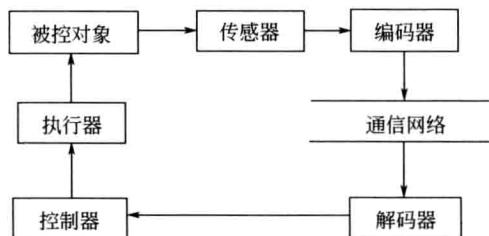


图 1.2 网络化控制系统

虽然采用网络化控制有以上一些优点，但通信网络的引入，也给控制系统的分析与综合带来了新的问题。近年来，已经开展了大量的、宽范围的相关研究工作。主要的困难是，如何才能把控制系统、通信网络、信息理论和计算机科学等多个研究领域的理论结果有机地融合在一起。通信理论主要关注的问题是如何确保信息从发送端到接收端可靠地传输，它并不关注传输信息的目的；信息理论则更关注信号的有效编码，确保信号无差错的传输，但是为了降低误码概率，常常要以较长的传输时延为代价；在控制系统中，较长的延迟是不能被接受的，它将严重地影响系统的控制性能，而信号的精确度适当降低和数据包偶尔的少量丢失相对来讲并不那么重要。

在具有较大通信带宽的工程系统中，常常把控制和通信作为两个分离的步骤，单独完成设计。这种处理方法简化了整个网络化控制系统的设计。

但是，近年来随着系统规模的不断扩大以及多个系统共享网络资源，这种分离的设计方法已不能使整个系统更加有效地运行了。正如图 1.2 所示的网络化控制系统，系统状态经过传感器测量所获得的信号需要经过一个数字化的通信网络传输给控制器。因此，系统的测量输出需要被量化、编码，再通过信道传输给接收端的解码器。解码器对其解码，获得测量输出的估计值，并发送给控制器。对于含有成千上万个传感器的系统来说，虽然总的通信带宽很大，但是分配给每个分量的可能只是很小的一部分，即只能采用有限的传输速率来传递每个分量的信息。这将导致控制器只能获得非常不精确的系统测量输出估计值，从而严重地影响系统的控制性能。如果多个大规模系统共享同一通信网络资源，将导致这个问题更为突出。因此，在传输速率受限的情况下，如何设计更加有效的量化、编码和控制策略来确保系统的控制性能，成为一个具有重要理论意义和实践应用价值的研究课题。

本书对网络化控制系统中存在的这一问题做了深入的研究，探讨了在确保系统具有良好动态性能的前提下，能够有效地利用通信网络资源的量化器、编码器和控制器设计问题。选题具有重要的理论意义和一定的应用价值。

1.2 网络化控制系统的研究现状

1.2.1 具有通信带宽限制的网络化控制系统

控制系统的大规模化以及多个系统共享同一通信网络造成了网络资源的紧张。在网络资源和控制性能之间存在着一个如何优化设计的问题。因此，具有通信带宽限制的网络化控制系统分析与综合问题成为近年来国际学术界的研究热点，在该领域取得了一系列丰硕的成果。

在最初的研究成果当中，文献 [1] 研究了具有通信带宽限制的状态估计问题。首先考虑了系统测量输出需要被量化、编码，再经过数字通信通道传输的问题，并探讨了针对控制系统的编码技术问题。文中引入了有限递归编码器 - 估计器序列的概念。因此，编码过程就仅仅依赖于过去的编



码和某些辅助变量。文献 [2] 研究了在通信带宽受限情况下的反馈控制问题。在分析系统可镇定性过程中，考虑了通信协议和编码的问题，开创性地建立起了通信与控制之间存在的重要的联系，这为以后相关研究工作的开展做出了贡献。

文献 [3~5] 也研究了具有通信带宽限制的网络化控制系统反馈控制问题。特别地，证明了反馈通信通道必须提供的一个传输速率下界。当反馈链接传输系统状态信息的速率大于这个下界时，一个开环不稳定的线性时不变系统在反馈控制作用下是有界稳定的；否则，不存在任何控制策略可以稳定这个系统。同时，文中也考虑了在被控对象和控制器之间传输信号的信源编码问题，并且探讨了当传输速率接近所提出的下界时，线性时不变系统的动态性能问题。

相近的研究工作也出现在文献 [6~21] 中。文献 [6,16] 研究了一维线性时不变系统在通信带宽受限情况下的可镇定性条件，并采用了一个完全不同的方法证明了反馈通信通道必须要提供的一个传输速率下界。文献 [7] 把这个结果推广到了多维线性时不变系统。另外，在不同的稳定性定义和不同的系统模型下，这个结果也得到了进一步推广。文献 [9] 研究了在系统没有干扰输入情况下的系统可镇定性问题，给出了确保系统指数稳定的充分必要条件。文献 [10] 引入信息理论中的熵功率不等式来分析通信带宽受限下的系统均方可镇定性问题，给出了确保系统可镇定的最小传输速率。文献 [17] 研究了通过一个模拟通信通道传输测量输出信息情况下的系统可镇定性问题，证明了反馈稳定与通信策略之间一个更加一般化的等价关系。文献 [18] 设计了满足不同控制目标的通道编码器和解码器，并给出了实现不同控制目标的通信信道传输速率上下界。文献 [19] 考虑了一个含有有界干扰输入离散时间系统的分布控制问题，给出了确保系统可镇定的最小传输速率。文献 [20] 研究了一个通过加性高斯白噪声无线通道连接的连续时间线性时不变系统的控制问题，证明了确保系统渐进可观测和均方可镇定的充分必要条件。文献 [21] 给出了一个确保具有任意大干扰输入线性时不变系统可镇定的传输速率定理。文中假设传输系统状态信息的速率是一个时变的传输速率，采用的编码技术也是变长编码



技术。

文献 [22~26] 研究了网络化控制系统的线性二次型 (LQ) 性能指标的最优控制问题。特别地, 文献 [22~24] 研究了具有通信带宽限制的线性二次型高斯 (LQG) 控制问题, 并考虑了在反馈链接是一个有噪声的模拟通信通道情况下, 控制性能与通信代价之间的优化设计问题。当反馈通信通道的传输速率低于一个给定的下界时, 线性二次型性能指标将趋于无穷大, 以至于不存在任何控制策略来确保系统是可镇定的。在信息理论^[34] 中, 香农给出了保真度准则下的离散信源编码定理。其中, 提出了失真度 D 和信息率失真函数 $R(D)$ 的概念。在满足一定失真的情况下, 要使信源必须传输给收信者的信息传输率 R 尽可能的小。也就是说, 在满足失真度准则下, 寻找必须传输给收信者的信息率 R 的下限值。但是, 信息率 R 接近于下限值时的编码将意味着信息在信道中传输的时间延迟将会很大。较长的通道传输时间延迟对于控制系统是不能接受的, 这将大大降低系统的控制性能, 甚至导致系统不稳定。因此, 文献 [22] 将序列失真度和信息率失真函数引入网络化控制系统中来, 并改进了保真度准则下的离散信源编码定理, 使之更加适合实时控制系统, 并证明了控制行为与状态观测过程可分离的条件。在这个可分离的条件下, 就可以分开发设计控制器和编码/解码器。文中应用这种方法解决了 LQG 控制问题, 进一步研究了随机线性时不变系统的 LQG 控制问题。另外, 还考虑了在三种不同信息模式下编码/解码器和控制器的设计问题, 并且给出了在通信带宽受限情况下的最优控制策略。在序列信息率失真函数框架下, 给出了为获得给定的控制性能, 传输速率必须满足的下界, 也探讨了控制性能与通信代价之间的优化设计问题。特别地, 给出了一个最优的线性二次型性能指标, 它可以分解为两项: 一项是在系统状态完全可观测 (没有通信带宽限制) 时系统所能获得的最优线性二次型性能指标, 另一项是一个依赖于稳态状态观测误差协方差的性能指标。文献 [26] 研究了通过有限带宽通信通道连接的随机线性时不变系统的控制问题。通过采用信息传输定理和香农下界^[34] 证明了系统输出稳定的必要条件。这个结果具有一般性, 可以直接应用到部分可观测的随机线性时不变系统中。文中假设通信通道是一个加性高斯白噪声模拟通道。



对于这样的系统与通信通道，通过显示香农下界适当等价于信息率失真函数，从而也证明了确保系统可镇定的充分条件，并且给出了相应的编码器、解码器和控制器的设计方法。

文献 [35~37] 充分地将信息理论与控制理论相结合，并以信息理论为技术工具解决了一些网络化控制系统中的控制问题。文献 [35] 考虑了有限信道容量下的反馈控制问题。文献 [36] 进一步研究了在控制器可以获得一定干扰输入信息的假设下，如何降低干扰对系统控制性能影响的问题。这里假设控制器可通过一个通信带宽受限的通信系统获得一个对干扰输入的预测值。文中针对这种情况，推广了波特的积分方程，并且证明了一个以香农熵率作为性能测度的下界。文献 [37] 以信息理论为分析工具进一步证明了控制系统中的一个熵不等式。

文献 [38] 研究了具有通信带宽限制、随机的线性不确定系统可镇定性问题。其中讨论了反馈链接采用一个时变传输速率的数字通信通道情况下的控制问题。特别地，证明了一维系统的内部稳定和外部稳定的充分必要条件。与以往的结果相一致，系统是可镇定的，当且仅当反馈链接的平均传输速率大于一个关键值，结果显示，反馈链接采用一个更大的传输速率可以增强系统的鲁棒性。文献 [39] 研究了具有通信带宽限制的多维线性不确定系统的鲁棒可镇定性问题。文献 [40,41] 已经证明了确保系统可镇定的必要条件，给出的条件都与开环的不稳定特征值相关。然而，文献 [39] 考虑了具有非结构不确定系统的可镇定性条件。对于非结构不确定系统是很难计算出系统矩阵的特征值的。文中考虑了两种类型的非结构不确定性：一种是加性的不确定性，另一种是稳定互质因子不确定性。对于两种类型非结构不确定性，文中分别给出了确保系统鲁棒可镇定的传输速率（或信道容量）应该满足的下界。另外，注意到文献 [38~42] 中系统的不确定性都采用一致有界不确定性来描述。而文献 [43] 则采用了一个更加一般化的不确定性描述，即总和二次型不确定性（Sum Quadratic Uncertainty）。这里，可以把一致有界不确定性看作总和二次型不确定性的特殊情形。关于总和二次型不确定性的概念最早是在文献 [44,45] 中给出的。文献 [43] 则在通信带宽受限情况下，分析了具有这种不确定性的系统可



镇定性问题。其中，假设了不确定性系统满足一个相关熵的限定。

文献 [46~49] 研究了在反馈通道同时具有通信带宽限制和数据包丢失情况下的反馈控制问题。通信通道传输数据包丢失的原因主要是信道噪声或其他因素造成的数据传输错误。文献 [46] 给出了一个与信道数据包丢失概率有关的传输速率下界，并且证明了一个确保系统渐进可观测和渐进可镇定的充分必要条件是，反馈链接传输系统状态信息的传输速率要大于这个给定的下界。但是，文献 [47] 指出了上面这个结果是不正确的。对于一个含有噪声的通信通道，不论传输速率有多大，都无法确保系统是渐进可观测的和渐进可镇定的。这是因为即使信道数据包丢失的概率很小，也不会确保连续丢包数是有界的。因此，必须采用一个更加弱的稳定性概念来分析这个问题。在文献 [48] 中，一个一维线性系统通过具有噪声的通信通道来反馈状态信息，从而实现反馈控制。文中引入了一个更加弱的稳定性定义，即 η -稳定。对于所有时刻 $t \geq 0$ ，如果存在一个常数 K 满足下面的条件：

$$E[|X_t|^\eta] \leq K$$

那么，具有状态 X_t 的闭环动态系统是 η -稳定的。在这样的稳定性定义下，文献 [48] 给出了确保系统可镇定的充分必要条件。文献 [49] 考虑了不仅传感器与控制器之间连接经过通信通道（称为正向通道），而且控制器与被控对象之间连接也经过通信通道（称为反向通道）情况下的控制问题。这里，假设通信通道是有噪声的。这种网络化控制系统模型更具有一般性。在较早的文献中，文献 [50] 已经研究了一维离散时间线性高斯系统经过高斯通信通道实现反馈控制的问题。这可能是第一篇把信息理论应用到控制系统中来分析随机控制问题的论文。文献 [51~55] 针对不同系统模型和不同的通信通道模型给出了相应的量化器和编码器的设计方法。文献 [49] 发展了这些结果，给出了更加一般化的结果。

文献 [56] 研究了一个线性时不变系统的均方可镇定性问题。文中把连接系统各部分的通信通道看作一个类似于因特网的、有数据包丢失的网络，采用丢包概率来描述网络的数据包丢失情况，并且假设丢包过程是一个独立同分布的随机过程。一个关键的丢包概率上界被提出，即当信道的