平面三角法教本

中學校
師範學校適用

新制平面三角法教本

中華書局印行

民國七年四月印刷
民國七年四月發行

（新制平面三角法教本）全一冊

定價銀一元二角五折實售六角

（外埠酌加郵滙費）

編輯者 閩侯王永炅 泰和胡樹楷

校閱者 義烏陳榥 丹徒王祖訓

發行者 中華書局

印刷者 中華書局

印刷所 上海靜安寺路一九二號 中華書局

總發行所 上海福州路河南路轉角 中華書局

分發行所 北京天津奉天廣州長沙開封溫州長春漢口南昌南京杭州濟南保定武昌太原常德福州成都重慶雲南徐州西安汕頭香港蘭州衡州貴陽吉林潮州安慶桂林東昌廈門蘭谿邢台綏化壢台鄭州梧州石家莊黑龍江張家口哈爾濱新加坡 中華書局

新制三角法教本

編輯大意

一本書按照部頒課程標準編輯。爲中學校及其他同等各學校用書。

一中學科目較多。取材過豐。難期熟習。故本書理論務以簡明爲主。

一本書首論三角函數。並列以線表示之法。反覆研究。不厭求詳。期厚植首基。俾初學者易於領悟。

一本書論基本範式。附有 Jonson 氏之記憶法。以便記憶。

一本書對於恆等式之證明。多設誘導之法。以爲解題標準。

一本書於直三角解法之前。另授三角函數表用法。以便實地計算。

一本書於直三角解法。多設應用題。俾知實用。且以引起興味。

一本書論函數變化時。附列圖示之法。使學者易於領悟。

一本書多附對數表用法及對數計算題。爲三角

形解法之預備。

一本書爲檢表便利起見。卷末附以數之對數表，函數對數表及函數眞數表三種。

一本書因弧度法，逆三角函數，半角之正弦表示法等。不適於中學程度。特列入附錄中。并加總複習題。以備餘暇時間研究之用。

一本書附有希臘字母表，中西名詞對照表及公式一覽表。皆便學者檢用。

一本書匆促告成。難期完善。海內博學君子。幸勿吝敎。

目　　錄

新制三角法教本

緒　論

1. 三角法　三角法者。論後章所述三角函數之關係性質及其應用者也。

古之三角法。只論三角形之解法。重在實用。其範圍隘。今則推廣之。并研究角之代數性質。應用於高深數學。

2. 角之測法　角之測法與長短之單位無涉。必須另定單位測之。定單位之法。亦有種種不同。幾何學中係以直角爲測角之單位。然以直角爲單位。究嫌過大。於是另定六十分法。* 一直角以九十等分分之曰度。度以六十等分分之曰分。分以六十等分分之曰秒。秒之角已甚小。秒以下不必再立名目。

此度,分,秒又以符號°, ′, ″ 記於數之右肩以表之。例如 $40^\circ\,32'\,51''$ 卽表40度32分51秒是也。

---

* 六十分法本三百六十日爲一年之意。古代巴比倫天文家卽已用之。當時以正三角形之一角爲基本而六十等分之。

此外尚有弧度法,百分法。弧度法高等數學皆用之。詳於補習編。百分法實際上多不用。故從略。

3. 角之單位改算法 (第一)直角單位改為度分秒單位。則將原數以九十乘之。所得之整數卽度之數。其小數再以六十乘之。所得整數卽分之數。所餘小數再以六十乘之。卽秒之數。

例1. 將0.5208直角以六十分法表之。

$$
\begin{array}{rl}
0.5208 & \text{直角} \\
90 & \\
\hline
46.872 & \text{度} \\
60 & \\
\hline
52.32 & \text{分} \\
60 & \\
\hline
19.2 & \text{秒}
\end{array}
$$

答 $46^\circ\ 52'\ 19.''2$

(第二)度分秒單位改為直角單位。則將秒之數六十除之。加入分之數。再六十除之。加入度之數。九十除之卽得直角所表之數。

例2. $31^\circ\ 23'\ 15''$ 改以直角單位表之。

$$
\begin{array}{rl}
60)\underline{15} & \text{秒} \\
60)\underline{23.25} & \text{分} \\
90)\underline{31.3875} & \text{度} \\
0.34875 & \text{直角}
\end{array}
$$

答 0.34875直角

例 題

1. 直角二分之一,三分之一,四分之一,五分之一,各合幾度之角。

2. 67° 23′ 40″ 改爲秒之數。

3. 57398″改爲度分秒之數。

4. 49°, 97° 5′ 15″, 73° 21′ 各角。試改爲直角單位,

5. 1.42 直角,0.2875 直角,1.704535 直角,改爲度分秒。

6. 自 4 點鐘至 5 點 30 分。其長短針之廻轉度數幾何。

7. 五等邊形之一角合幾度。

8. 設有正多邊形一內角。等於 144°。問其邊數幾何°

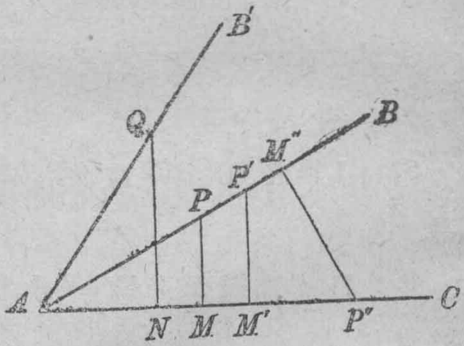
第一編 銳角之三角函數

4. 三角函數 設於BAC角之二邊上。任取數點P,P′,P″。向對邊引垂線。由幾何學定理。知

$$\frac{PM}{AP}=\frac{P'M'}{AP'}=\frac{P''M''}{AP''}.$$

$$\frac{AM}{AP}=\frac{AM'}{AP'}=\frac{AM''}{AP''}.$$

$$\frac{PM}{AM}=\frac{P'M'}{AM'}=\frac{P''M''}{AM''}.$$



故A角不變時。不論邊之長短如何。此等之比常不變。

若BAC變為B′AC。則$\frac{QN}{AQ}$, $\frac{AN}{AQ}$, $\frac{QN}{AN}$,必不能等於$\frac{PM}{AP}$, $\frac{AM}{AP}$, $\frac{PM}{AM}$。是角變時。此等之比亦隨之而變。可知此各邊長短比較。與角之大小,大有關係。於是特定名目。

(1) 如$\frac{PM}{AP}$者。乃A角對邊與斜邊之比。名為A角之正弦。以$\sin A$記之。

(2) 如$\frac{AM}{AP}$者。乃A角隣邊與斜邊之比。名為A

角之餘弦。以 $\cos A$ 記之。

(3) 如 $\frac{PM}{AM}$ 者。乃A角對邊與隣邊之比。名爲A角之正切。以 $\tan A$ 記之。

(4) 如 $\frac{AM}{PM}$ 者。乃A角隣邊與對邊之比。名爲A角之餘切。以 $\cot A$ 記之。

(5) 如 $\frac{AP}{AM}$ 者。乃A角斜邊與隣邊之比。名爲A角之正割。以 $\sec A$ 記之。

(6) 如 $\frac{AP}{PM}$ 者。乃A角斜邊與對邊之比。名爲A角之餘割。以 $\operatorname{cosec} A$ 記之。

此正弦,餘弦等。* 總名曰**角之三角函數**。* 或曰**圓函數**。

由上所述。知餘割,正割,餘切乃各爲正弦,餘弦,正切之逆數。

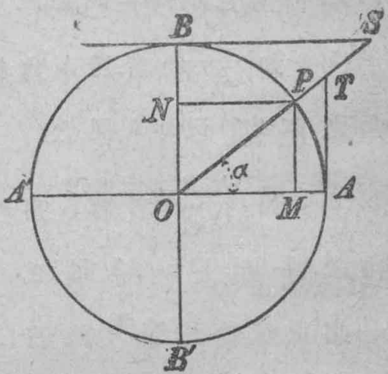
---

* 上所列六個比之外。尚有名**正矢**$(1-\cos A)$**餘矢**$(1-\sin A)$者。亦爲A角之三角函數。但無甚緊要。今已不用。

* 函數之定義。乃言甲乙二量。乙變時。甲亦隨之而變。乙不變時。甲亦不變。表此甲乙相互關係者。特名甲爲乙之**函數**。

5. 用直線表示三角函數法　上列三角函數均爲比之式。如欲以直線表之。可作種種直三角形。使其比之分母常等於單位。其最便利之法如下。

以一點 O 爲圓心,以單位長爲半徑畫圓周。此圓周名曰單位圓。今於此圓上作 AA′, BB′ 互相垂直爲兩直徑。又設 AOP 爲一銳角。以 α 表之。此銳角乃半徑自 OA 廻轉至 OP 所成。作 $PM \perp OA, PN \perp OB$



就 $\triangle OMP$ 內其斜邊 $OP=1$

故 $$\sin\alpha=\frac{MP}{OP}=MP.$$

$$\cos\alpha=\frac{OM}{OP}=OM.$$

又過 A 及 B 作圓之切線。與 OP 延長線,相交於 T 及 S。因 $\triangle OAT$ 及 $\triangle OBS$ 內

$$OA=1,\quad OB=1,\quad \angle OSB=\alpha.$$

故 $$\tan\alpha=\frac{AT}{OA}=AT.\qquad \cot\alpha=\frac{BS}{OB}=BS.$$