

平面三角法教本

中學
師範學校適用

新制
平面三角法教本

中華書局印行

民國七年四月印刷
民國七年四月發行



總發行所
分發行所

編輯者
校閱者
發行者
印刷者
印刷所

上海

福州
河南
路轉角

中華書局

中華書局

上海靜安寺路一九二號

中華書局

中華書局

丹徒王祖訓

義烏陳樹楷

泰和胡樹楷

閩侯王永吳

(外埠酌加郵滙費)

(新制平面三角法教本) 全一冊
定價銀七元二角五折實售六角

北京天津奉天廣州長沙開封溫州長春
漢口南昌南京杭州濟南保定武昌汕頭
常德福州成都重慶雲南徐州西安安慶桂林
香港廣州衡州貴陽吉林潮州鄭州梧州
東昌廈門蘭谿邢台綏化煙台鄭州梧州
石家莊黑龍江張家口哈爾濱新加坡

中華書局

改訂納氏英文法

第二冊

布面洋裝一冊
實價二角五分

納氏英文法即(Nesfield's English Grammar)原本。銷行吾國甚廣。惜其內容專為印度學生設想。不適吾國之用。茲加改訂。列其要點如下。
(一)原書援引印度歷史經典等處。均加修改。使合吾國之國家主義。
(二)原書間有於吾國學生覺欠明瞭者。均加修改。
(三)原書章節。一概照舊。其中主要之實質。亦均照舊。俾教員仍可參考原有之教案。

原文

溫德華士最新代數學

布面一厚冊
實價一元八角

英文溫德華士史密司最新代數學即(Academic Algebra by George Wentworth & David Eugene Smith)吾國學子之習英文代數者多用之。內容無待贅述。此為溫史二氏最新編訂之本。惟原書定價較昂。本局特將原本照相攝印。內容與原書一律。而定價較廉。

袖珍英華雙解字典

布面一冊

本書特點

- 一 通用之字
- 二 縮寫之文
- 三 無不采入
- 四 詳列各國
- 五 語文習見
- 六 於英文者
- 七 漢文雙釋
- 八 明白易解
- 九 發音無音
- 十 均加記號
- 十一 袖珍精本
- 十二 極便携用

定價一元

新制三角法教本

編輯大意

一本書按照部頒課程標準編輯。爲中學校及其他同等各學校用書。

一中學科目較多。取材過豐。難期熟習。故本書理論。務以簡明爲主。

一本書首論三角函數。並列以線表示之法。反覆研究。不厭求詳。期厚植首基。俾初學者易於領悟。

一本書論基本範式。附有 Jonson 氏之記憶法。以便記憶。

一本書對於恆等式之證明。多設誘導之法。以爲解題標準。

一本書於直三角解法之前。另授三角函數表用法。以便實地計算。

一本書於直三角解法。多設應用題。俾知實用。且以引起興味。

一本書論函數變化時。附列圖示之法。使學者易於領悟。

一本書多附對數表用法及對數計算題。爲三角

形解法之預備。

一本書爲檢表便利起見。卷末附以數之對數表，函數對數表及函數真數表三種。

一本書因弧度法，逆三角函數，半角之正弦表示法等。不適於中學程度。特列入附錄中。并加總複習題。以備餘暇時間研究之用。

一本書附有希臘字母表，中西名詞對照表及公式一覽表。皆便學者檢用。

一本書息促告成。難期完善。海內博學君子。幸勿吝教。

目 錄

(頁數)

緒 論 1—3

三角法 角之測法 角之單位改算法

例題 [1至8]

第一編 銳角之三角函數 4—19

三角函數 用直線表示三角函數法 關於記號之注意

例題 [1至5]

三角函數之相互關係 恆等式之證明

例題 [6至25]

知某角三角函數之一以求其他三角函數

例題 [26至32]

除角 45° 角之三角函數 60° 及 30° 角之三角函數

例題 [33至45]

第二編 三角函數表用法 20—22

用表之例

例題 [1至4]

第三編 直三角形之解法 23—34

解法概論 解法之例

例題 [1至6]

高及距離之簡易測量 應用問題

例題 [7至25]

第四編 任意角之三角函數35—49

應用 (+)(-) 符號表示方向 四象限 正角及負角 三角函數定義之擴張

例題 [1至3]

大於 360° 角之三角函數 餘角定義之擴張 補角定義之擴張 補角之三角函數 $-A$ 之三角函數 $180^\circ + A$ 之三角函數 $90^\circ + A$ 之三角函數

例題 [4至15]

0° 至 360° 間各角之三角函數之變化

例題 [16至27]

第五編 和差角之三角函數50—62

$\sin(A+B)$ 及 $\cos(A+B)$ 之公式 $\sin(A-B)$ 及 $\cos(A-B)$ 之公式

例題 [1至15]

$\tan(A+B)$ 及 $\tan(A-B)$ 之公式 $\cot(A+B)$ 及 $\cot(A-B)$ 之公式

例題 [16至28]

倍角正弦餘弦之公式 倍角正切餘切之公式

例題 [29至40]

分角三角函數之公式 $\sin 18^\circ = \cos 72^\circ$ 之值

例題 [41至55]

基本公式之變形

例題 [56至75]

第六編 對數 63—76

對數之定義及記法 對數之重要性質

例題 [1至10]

常用對數 對數定理 對數之四則 對數表用法
三角函數之對數表用法 表中略算之規則
及符號之注意

第七編 三角形之性質 77—84

角之三角函數

例題 [1至8]

正弦比例式 一角餘弦與邊之關係

例題 [9至18]

半角之正切與三邊之關係 兩角相差一半之三

角函數 三角形之面積

例題 [19至30]

第八編 三角形之解法 85—98

任意三角形解法之概論 已知 B, C 及 a 求 A, b, c

例題 [1至3]

已知 a, b, c 求 A, B, C

例題 [4至6]

已知 b, c 及 A 求 a, B, C

例題 [7至9]

已知 a, b, A 求 c, B, C

例題 [10至12]

第九編 三角形解法之應用 99—110

可近物體之高之測法 可見不可近之物之高之

測法 山高之測法 有可見不可近之點求測定

其距離之法 有可見不可近之二點求測定其距

離

例題 [1至15]

三角測量 三角網 三角測量之分等

附錄一 1— 4

(I) 1—2000 之五位對數表

(II) 每隔十分之三三角函數對數表

(III) 每隔十分之三三角函數表

附錄二 總復習題 15—56

緒論 弧度法 銳角之三角函數 直三角形
任意角之三角函數 和角之三角函數 分角之
三角函數 三角形之性質 三角形之解法 三
角形解法之應用 反三角函數 三角方程式

附錄三 希臘字母 57

附錄四 中西名詞對照表 58—61

附錄五 問題答數 62—74

附錄六 公式表 75—82

新制三角法教本

緒論

1. 三角法 三角法者。論後章所述三角函數之關係性質及其應用者也。

古之三角法。只論三角形之解法。重在實用。其範圍隘。今則推廣之。并研究角之代數性質。應用於高深數學。

2. 角之測法 角之測法與長短之單位無涉。必須另定單位測之。定單位之法。亦有種種不同。幾何學中係以直角爲測角之單位。然以直角爲單位。究嫌過大。於是另定六十分法。^{*}一直角以九十等分分之曰度。度以六十等分分之曰分。分以六十等分分之曰秒。秒之角已甚小。秒以下不必再立名目。

此度、分、秒又以符號 $^{\circ}$ 、 $'$ 、 $''$ 記於數之右肩以表之。例如 $40^{\circ} 32' 51''$ 即表40度32分51秒是也。

^{*} 六十分法本三百六十日爲一年之意。古代巴比倫天文家即已用之。當時以正三角形之一角爲基本而六十等分之。

此外尚有弧度法，百分法。弧度法高等數學皆用之。詳於補習編。百分法實際上多不用。故從略。

3. 角之單位改算法 (第一) 直角單位改爲度分秒單位。則將原數以九十乘之。所得之整數卽度之數。其小數再以六十乘之。所得整數卽分之數。所餘小數再以六十乘之。卽秒之數。

例 1. 將 0.5208 直角以六十分法表之。

$$\begin{array}{r}
 0.5208 \text{ 直角} \\
 \underline{90} \\
 46.872 \text{ 度} \\
 \underline{60} \\
 52.32 \text{ 分} \\
 \underline{60} \\
 19.2 \text{ 秒}
 \end{array}$$

答 $46^{\circ} 52' 19.''2$

(第二) 度分秒單位改爲直角單位。則將秒之數六十除之。加入分之數。再六十除之。加入度之數。九十除之卽得直角所表之數。

例 2. $31^{\circ} 23' 15''$ 改以直角單位表之。

$$\begin{array}{r}
 60 \overline{) 15} \text{ 秒} \\
 60 \overline{) 23.25} \text{ 分} \\
 90 \overline{) 31.3875} \text{ 度} \\
 0.34875 \text{ 直角} \\
 \text{答 } 0.34875 \text{ 直角}
 \end{array}$$

例 題

1. 直角二分之一,三分之一,四分之一,五分之一,各合幾度之角。
2. $67^{\circ} 23' 40''$ 改爲秒之數。
3. $57398''$ 改爲度分秒之數。
4. 49° , $97^{\circ} 5' 15''$, $73^{\circ} 21'$ 各角。試改爲直角單位。
5. 1.42 直角, 0.2875 直角, 1.704535 直角,改爲度分秒。
6. 自 4 點鐘至 5 點 30 分。其長短針之廻轉度數幾何。
7. 五等邊形之一角合幾度。
8. 設有正多邊形一內角。等於 144° 。問其邊數幾何。

第一編 銳角之三角函數

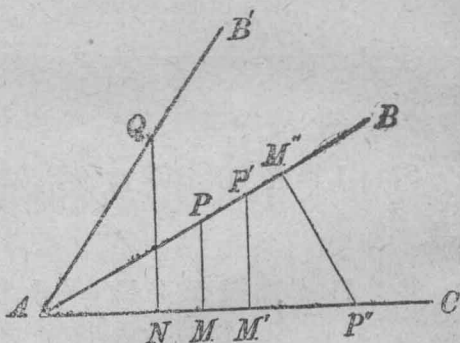
4. 三角函數 設於 BAC 角之二邊上。任取

數點 P, P', P'' 。向對邊引垂線。由幾何學定理。知

$$\frac{P M}{A P} = \frac{P' M'}{A P'} = \frac{P'' M''}{A P''}$$

$$\frac{A M}{A P} = \frac{A M'}{A P'} = \frac{A M''}{A P''}$$

$$\frac{P M}{A M} = \frac{P' M'}{A M'} = \frac{P'' M''}{A M''}$$



故 A 角不變時。不論邊之長短如何。此等之比常不變。

若 BAC 變為 $B'AC$ 。則 $\frac{Q N}{A Q}$, $\frac{A N}{A Q}$, $\frac{Q N}{A N}$ 。必不能等於 $\frac{P M}{A P}$, $\frac{A M}{A P}$, $\frac{P M}{A M}$ 。是角變時。此等之比亦隨之而變。可知此各邊長短比較。與角之大小。大有關係。於是特定名目。

(1) 如 $\frac{P M}{A P}$ 者。乃 A 角對邊與斜邊之比。名為 A 角之正弦。以 $\sin A$ 記之。

(2) 如 $\frac{A M}{A P}$ 者。乃 A 角隣邊與斜邊之比。名為 A

角之餘弦。以 $\cos A$ 記之。

(3) 如 $\frac{P}{A} \frac{M}{M}$ 者。乃 A 角對邊與隣邊之比。名爲 A 角之正切。以 $\tan A$ 記之。

(4) 如 $\frac{A}{P} \frac{M}{M}$ 者。乃 A 角隣邊與對邊之比。名爲 A 角之餘切。以 $\cot A$ 記之。

(5) 如 $\frac{A}{A} \frac{P}{M}$ 者。乃 A 角斜邊與隣邊之比。名爲 A 角之正割。以 $\sec A$ 記之。

(6) 如 $\frac{A}{P} \frac{P}{M}$ 者。乃 A 角斜邊與對邊之比。名爲 A 角之餘割。以 $\operatorname{cosec} A$ 記之。

此正弦,餘弦等。^{*} 總名曰角之三角函數。^{*} 或曰圓函數。

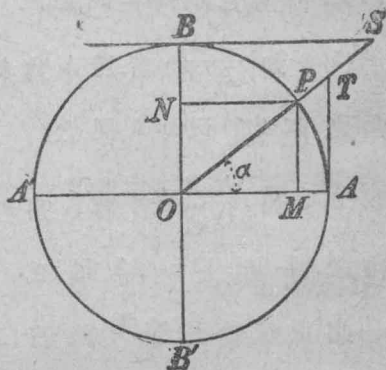
由上所述。知餘割,正割,餘切乃各爲正弦,餘弦,正切之逆數。

^{*} 上所列六個比之外。尙有名正矢 $(1 - \cos A)$ 餘矢 $(1 - \sin A)$ 者。亦爲 A 角之三角函數。但無甚緊要。今已不用。

^{*} 函數之定義。乃言甲乙二量。乙變時。甲亦隨之而變。乙不變時。甲亦不變。表此甲乙相互關係者。特名甲爲乙之函數。

5. 用直線表示三角函數法 上列三角函數均爲比之式。如欲以直線表之。可作種種直角三角形。使其比之分母常等於單位。其最便利之法如下。

以一點 O 爲圓心，以單位長爲半徑畫圓周。此圓周名曰單位圓。今於此圓上作 AA' ， BB' 互相垂直爲兩直徑。又設 $\angle AOP$ 爲一銳角。以 α 表之。此銳角乃半徑自 OA 迴轉至 OP 所成。作 $PM \perp OA$ ， $PN \perp OB$



就 $\triangle OMP$ 內其斜邊 $OP=1$

故 $\sin \alpha = \frac{MP}{OP} = MP.$

$$\cos \alpha = \frac{OM}{OP} = OM.$$

又過 A 及 B 作圓之切線。與 OP 延長線，相交於 T 及 S 。因 $\triangle OAT$ 及 $\triangle OBS$ 內

$$OA=1, \quad OB=1, \quad \angle OSB=\alpha.$$

故 $\tan \alpha = \frac{AT}{OA} = AT. \quad \cot \alpha = \frac{BS}{OB} = BS.$