

JISUANJI YINGYONG SHUXUE JICHU

计算机 应用数学基础

贺定修 主审 冯天祥 主编



西南交通大学出版社
[Http://press.swjtu.edu.cn](http://press.swjtu.edu.cn)

计算机应用数学基础

主 审 贺定修

主 编 冯天祥

副主编 黄 静

西南交通大学出版社

· 成 都 ·

图书在版编目 (C I P) 数据

计算机应用数学基础 / 冯天祥主编. — 成都: 西南交通大学出版社, 2011.7

ISBN 978-7-5643-1276-3

I. ①计… II. ①冯… III. ①电子计算机—应用数学—高等职业教育—教材 IV. ①TP301.6

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2011) 第 145800 号

计算机应用数学基础

主编 冯天祥

责任编辑	张宝华
封面设计	墨创文化
出版发行	西南交通大学出版社 (成都二环路北一段 111 号)
发行部电话	028-87600564 87600533
邮政编码	610031
网 址	http://press.swjtu.edu.cn
印 刷	成都蓉军广告印务有限责任公司
成品尺寸	185 mm×260 mm
印 张	18.25
字 数	454 千字
版 次	2011 年 7 月第 1 版
印 次	2011 年 7 月第 1 次
书 号	ISBN 978-7-5643-1276-3
定 价	32.00 元

图书如有印装质量问题 本社负责退换

版权所有 盗版必究 举报电话: 028-87600562

前 言

在职业技术教育蓬勃发展的今天, 职业技术院校的数学教育问题得到了许多学者的重视, 很多人将主要精力投入到职业院校的数学教育之中. 由于职业技术院校的许多学科和专业需要一定的、有别于普通本科院校的数学基础, 因此职业技术院校的数学教材建设问题更是引起了教育界的普遍关注. 我们编写《计算机应用数学基础》一书的目的就是为了适应高等职业技术教育的快速发展, 满足教学改革和课程建设的需求, 体现高职院校计算机数学教育的特色, 为学生更好地形成职业技能及利用数学基础知识解决实际问题打好基础.

在编写《计算机应用数学基础》的过程中, 我们严格依据教育部提出的“以应用为目的, 以必需、够用为度”的原则, 结合我们的教学改革实践及高职学生的特点, 精心组织教材内容, 从实际应用的需要出发, 贯穿数学思想及数学方法与计算机工程实际相结合的理念, 引入数学软件 MATLAB 的应用, 训练学生利用计算机及数学软件求解实际问题的方法并形成初步的能力. 每章都有学习目标、知识框图、自测题以方便学生总结学习内容和学习方法, 巩固所学知识. 每节的习题都分成 A、B 两组, 便于不同层次的学生学习, A 组题包含判断、填空和选择三种客观题, B 组题包含掌握本节知识的最基本的计算题或证明题.

《计算机应用数学基础》包含如下内容. 第一篇微积分初步: 极限与连续、导数微分及其应用、不定积分及其应用、定积分及其应用、微分方程及其应用; 第二篇线性代数基础: 行列式及其计算、矩阵及其计算、线性方程组的求解; 第三篇离散数学初步: 关系及其性质、逻辑初步、图论基础; 第四篇数学软件 MATLAB 的使用.

《计算机应用数学基础》的编写, 得到了东莞职业技术学院首届精品课程“计算机数学基础”及东莞职业技术学院 2010 年度教学成果培育项目“高职院校公共数学课程教改研究”的支持与资助, 同时也得到了东莞职业技术学院教务处、科研处、公共教学部和计算机工程系领导的大力支持!

《计算机应用数学基础》由贺定修教授任主审、冯天祥教授任主编、黄静副教授任副主编. 全书由冯天祥教授编写初稿; 黄静副教授仔细校对了全部书稿, 提出了修改意见; 刘红霞老师校对了部分习题与自测题及其参考答案; 肖庆丰副教授审核并修改了第六章; 付莹副教授校对并修改了第十三章, 最后由贺定修教授审阅了全部书稿并提出了许多宝贵意见. 此外, 付玉霞、陈兴建、黄开情三位老师也参与了本书的讨论, 提出了许多宝贵意见, 在此表示感谢.

在编写本书的过程中, 编者参考了大量的相关书籍与资料, 借用了许多作者的成果与结论, 采用了一些相关的内容, 吸取了很多同仁的宝贵经验, 有些成果可能未列在参考文献中, 在此一并对这些作者表示衷心的感谢!

由于水平有限, 加之时间仓促, 书中难免有许多疏漏之处, 敬请读者批评指正, 我们将不胜感激.

编 者

2011 年 1 月于东莞

目 录

第一篇 微积分初步

第一章 函数极限与连续	1
第一节 集合、区间与邻域	2
习题 1.1	3
第二节 函数的概念与性质	4
习题 1.2	13
第三节 函数关系的建立	14
习题 1.3	15
第四节 数列极限与实例	16
习题 1.4	19
第五节 函数极限的概念	19
习题 1.5	22
第六节 无穷小与无穷大	23
习题 1.6	25
第七节 极限的运算法则	26
习题 1.7	29
第八节 两个重要极限	30
习题 1.8	32
第九节 函数的连续性	32
习题 1.9	37
自测题 1	38
第二章 导数、微分及其应用	41
第一节 导数的概念及其应用	42
习题 2.1	47
第二节 求导法则	48
习题 2.2	53
第三节 高阶导数	54
习题 2.3	55
第四节 微分及其应用	55
习题 2.4	58
第五节 函数的单调性与极值	59
习题 2.5	62

第六节 函数的凹凸性、拐点坐标及渐近线	62
习题 2.6	65
第七节 最值问题	65
习题 2.7	67
第八节 洛必达法则	68
习题 2.8	70
第九节 偏导数与条件极值	71
习题 2.9	76
自测题 2	77
第三章 不定积分及其应用	79
第一节 不定积分的概念与性质	79
习题 3.1	82
第二节 换元积分法	83
习题 3.2	87
第三节 分部积分法	88
习题 3.3	89
第四节 不定积分的应用	90
习题 3.4	92
自测题 3	92
第四章 定积分及其应用	94
第一节 定积分的概念与性质	95
习题 4.1	99
第二节 微积分基本公式	100
习题 4.2	102
第三节 定积分的计算	102
习题 4.3	105
第四节 无穷限广义积分	106
习题 4.4	107
第五节 定积分的应用	108
习题 4.5	115
自测题 4	116
第五章 常微分方程及其应用	118
第一节 微分方程的基本概念	119
习题 5.1	119
第二节 一阶微分方程	120
习题 5.2	125

第三节 二阶微分方程	126
习题 5.3	130
自测题 5	130
第六章 数值计算初步	132
第一节 函数插值方法	133
习题 6.1	136
第二节 方程求根	137
习题 6.2	143
第三节 数值积分	143
习题 6.3	147
第四节 微分方程的数值解法	148
习题 6.4	152
自测题 6	152
 第二篇 线性代数 	
第七章 行列式及其计算	154
第一节 行列式的概念及性质	155
习题 7.1	157
第二节 行列式的计算	158
习题 7.2	160
第三节 克莱姆法则	161
习题 7.3	163
自测题 7	164
第八章 矩阵及其计算	167
第一节 矩阵的概念及其运算	167
习题 8.1	172
第二节 矩阵的初等变换与矩阵的秩	173
习题 8.2	175
第三节 方阵的逆矩阵	176
习题 8.3	180
自测题 8	181
第九章 线性方程组解的结构	183
第一节 高斯消元法	183
习题 9.1	186

第二节 一般线性方程组的求解问题	186
习题 9.2	190
自测题 9	191

第三篇 离散数学初步

第十章 关系及其运算	193
第一节 关系及其表示	194
习题 10.1	195
第二节 关系的运算	196
习题 10.2	198
第三节 关系的性质	199
习题 10.3	202
自测题 10	203
第十一章 逻辑初步	205
第一节 命题逻辑	206
习题 11.1	209
第二节 范式与推理	210
习题 11.2	213
第三节 谓词与量词	214
习题 11.3	217
第四节 谓词逻辑的推理理论	218
习题 11.4	219
自测题 11	220
第十二章 图论基础	222
第一节 图的基本概念	223
习题 12.1	225
第二节 图的连通性	225
习题 12.2	227
第三节 图的矩阵表示	227
习题 12.3	229
第四节 特殊图	229
习题 12.4	232
第五节 树	233
习题 12.5	237
自测题 12	237

第四篇 数学软件 MATLAB 的使用

第十三章 数学软件MATLAB的使用	240
第一节 MATLAB 入门操作	240
第二节 高等数学中的基本运算	247
第三节 线性代数中的运算	252
第四节 线性规划问题的求解	256
第五节 插值与拟合问题的求解	260
习题参考答案	262
参考文献	282

第一篇

微积分初步

第一章 函数极限与连续

在中小学数学中，会遇到这样的问题：一条直线经过圆内一个点，老师就告诉我们说这条直线与圆有两个交点。其道理也非常简单，画一个示意图让我们看看就行了。当时我们也没有怀疑这个结论的正确性。然而这种直观的解释却存在非常大的风险：万一直线或圆上有一个很小的洞让圆或直线穿过了怎么办？也就是说，要说明这一问题，就必须说明圆和直线都没有洞！这就需要用连续的概念。

【目的要求】

1. 了解：函数的几个特性；反函数和无穷小、无穷大的概念；闭区间上连续函数的性质；间断点及其分类。
2. 理解：复合函数、基本初等函数、分段函数、极限和连续的概念。
3. 掌握：函数的复合与分解、无穷小的性质、两个重要极限及极限的运算法则。
4. 熟悉：比较两个无穷小、求函数的极限；判断函数的连续性；利用连续性求极限；利用等价无穷小的替换定理求极限。

【重点】

求函数的定义域；求函数的极限；利用等价无穷小的替换定理求极限。

【知识结构图】

知识结构图如图 1.1 所示。

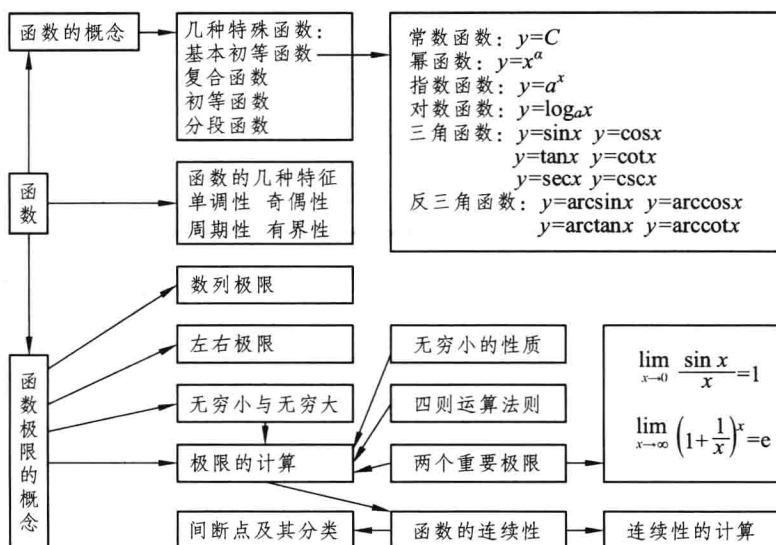


图 1.1

第一节 集合、区间与邻域

一、集合的概念

集合是数学研究的最基本的概念之一. 把一些确定的、不相同的事物的全体称为一个集合, 集合中的每一个事物称为集合的元素.

不含任何元素的集合称为空集, 记为 $\emptyset$.

注意: 集合具有三个要素: ① 元素的确定性; ② 元素的互异性; ③ 元素的无序性.

常见数的集合及其记号: 实数集合记为 $\mathbf{R}$; 有理数集合记为 $\mathbf{Q}$; 整数集合记为 $\mathbf{Z}$; 复数集合记为 $\mathbf{C}$; 正实数集合记为 $\mathbf{R}^+$; 负实数集合记为 $\mathbf{R}^-$ 等.

如果集合 A 中每一个元素都是集合 B 中的元素, 则称 A 是 B 的子集或 B 包含 A , 记为 $A \subset B$.

如果 $A \subset B$ 且 $B \subset A$, 则称集合 A 与集合 B 相等, 记为 $A = B$.

二、集合的运算

设 E 为全集, A, B 是其中任意两个集合, 则

(1) 由属于集合 A 或属于集合 B 的所有元素组成的集合称为 A 与 B 的并集, 记为 $A \cup B$, 用数学语言表示为 $A \cup B = \{x | x \in A \text{ 或 } x \in B\}$.

(2) 由既属于集合 A 又属于集合 B 的所有元素组成的集合称为集合 A 与 B 的交集, 记为 $A \cap B$, 用数学语言表示为 $A \cap B = \{x | x \in A \text{ 且 } x \in B\}$.

(3) 由属于集合 A 但不属于集合 B 的所有元素组成的集合称为集合 A 与 B 的差集, 记为 $A-B$, 用数学语言表示为 $A-B = \{x | x \in A \text{ 且 } x \notin B\}$.

(4) 由集合 E 中所有不属于集合 A 的元素组成的集合称为集合 A 的补集, 记为 $\bar{A}$, 用数学语言表示为 $\bar{A} = \{x | x \in E \text{ 且 } x \notin A\}$.

三、区 间

把满足条件 $a \leq x \leq b$ 的所有实数 x 的集合称为闭区间, 记为 $[a, b]$; 把满足条件 $a < x \leq b$ 的所有实数 x 的集合称为左开右闭的区间, 记为 $(a, b]$; 把满足条件 $a \leq x < b$ 的所有实数 x 的集合称为左闭右开的区间, 记为 $[a, b)$; 把满足条件 $a < x < b$ 的所有实数 x 的集合称为开区间, 记为 (a, b) .

把满足条件 $x \geq a$ 的所有实数 x 的集合记为 $[a, +\infty)$; 把满足条件 $x \leq b$ 的所有实数 x 的集合记为 $(-\infty, b]$; 把一切实数组成的集合记为 $(-\infty, +\infty)$ 或 $\mathbf{R}$.

四、邻 域

把满足条件 $|x - x_0| < \delta$ (其中 δ 为正数) 的实数 x 的集合称为点 x_0 的 δ 邻域, 记为 $U(x_0, \delta)$; 把满足条件 $0 < |x - x_0| < \delta$ (其中 δ 为正数) 的实数 x 的集合称为点 x_0 的去心 δ 邻域, 记为 $\hat{U}(x_0, \delta)$; 把满足条件 $x_0 < x < x_0 + \delta$ (其中 δ 为正数) 的实数 x 的集合称为点 x_0 的 δ 右邻域, 记为 $U_+(x_0, \delta)$; 把满足条件 $x_0 - \delta < x < x_0$ (其中 δ 为正数) 的实数 x 的集合称为点 x_0 的 δ 左邻域, 记为 $U_-(x_0, \delta)$.

习题 1.1

1. 判断题:

- (1) 点 x_0 的 δ 邻域就是一个开区间. ()
 (2) 空集是任何集合的子集. ()

2. 填空题:

- (1) 点 2 的 0.01 邻域就是开区间_____.
 (2) 将开区间 $(3, 5)$ 写成邻域的形式: _____.

3. 选择题:

- (1) 设 $A = \{x | x^2 - 5x + 6 = 0\}$, $B = \{x | x^2 - 3x + 2 = 0\}$, 则 $A \cap B =$ ()
 (A) 2 (B) 3 (C) $\{2\}$ (D) $\{3\}$
 (2) 点 5 的 1 邻域是 ()
 (A) $(4, 6)$ (B) $[4, 6]$ (C) $(4, 6]$ (D) $[4, 6)$

第二节 函数的概念与性质

一、函数的概念

定义 1.1 设 D 是一个实数集, 如果按照某个确定的法则 f , 对于 D 中每一个元素 x , 都有唯一确定的实数 y 与它对应, 则称 y 为定义在集合 D 上 x 的函数, 记为

$$y = f(x)$$

其中 x 称为**自变量**, y 称为**函数**. D 称为函数 $y = f(x)$ 的**定义域**, 函数 $y = f(x)$ 的定义域通常记为 D_f .

注意: (1) ① 函数的两个要素: 定义域和对应法则.

② 判定函数 $f(x), g(x)$ 相等的方法: 先判定函数 $f(x), g(x)$ 有相同的定义域 D ; 然后对 $\forall x \in D$ 证明 $f(x) = g(x)$ 成立, 二者缺一不可.

(2) 用解析式表示的函数的定义域是指使解析式有意义的自变量取值的集合.

例 1.1 求下列函数的定义域:

$$(1) y = \sqrt{\sin x} + \sqrt{16 - x^2}; \quad (2) y = \sqrt{x^0 - \frac{1}{2}|x|}.$$

解 (1) 要使 $\sqrt{16 - x^2}$ 有意义, 必须使

$$16 - x^2 \geq 0$$

即

$$-4 \leq x \leq 4$$

要使 $\sqrt{\sin x}$ 有意义, 必须使

$$\sin x \geq 0$$

也就是在 $-4 \leq x \leq 4$ 成立时, $\sin x \geq 0$ 也成立, 所以

$$-4 \leq x \leq -\pi \quad \text{或者} \quad 0 \leq x \leq \pi$$

所以函数 $y = \sqrt{\sin x} + \sqrt{16 - x^2}$ 的定义域为 $[-4, -\pi] \cup [0, \pi]$.

(2) 要使 $y = \sqrt{x^0 - \frac{1}{2}|x|}$ 有意义, 必须使

$$\begin{cases} 1 - \frac{1}{2}|x| \geq 0 \\ x \neq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -2 \leq x \leq 2 \\ x \neq 0 \end{cases}$$

所以函数 $y = \sqrt{x^0 - \frac{1}{2}|x|}$ 的定义域为 $[-2, 0) \cup (0, 2]$.

注意: 函数的定义域必须用区间或集合或邻域表示!

二、函数的四个特性

1. 奇偶性

定义 1.2 设函数 $y = f(x)$ 的定义域为对称区间 $[-l, l]$,

(1) 如果对 $\forall x \in [-l, l]$, 都有 $f(-x) = f(x)$, 则称 $f(x)$ 为**偶函数**.

(2) 如果对 $\forall x \in [-l, l]$, 都有 $f(-x) = -f(x)$, 则称 $f(x)$ 为**奇函数**.

注意: (1) 奇、偶函数的定义域是对称于原点的集合; 奇函数的图形关于原点对称, 偶函数的图形关于 y 轴对称.

(2) 两个奇函数的和(差)为奇函数, 两个偶函数的和(差)为偶函数, 一个奇函数与一个偶函数的和(差)为非奇偶函数; 两个奇函数的积(商)是偶函数, 两个偶函数的积(商)是偶函数, 一个奇函数与一个偶函数的积(商)是奇函数.

例 1.2 判定函数 $f(x) = \frac{1-2^x}{1+2^x}$ 的奇偶性.

解 首先函数 $f(x)$ 的定义域为 $(-\infty, +\infty)$, 关于原点对称, 并且对于 $\forall x \in (-\infty, +\infty)$, 有

$$f(-x) = \frac{1-2^{-x}}{1+2^{-x}} = \frac{2^x-1}{2^x+1} = -\frac{1-2^x}{1+2^x} = -f(x)$$

所以 $f(x) = \frac{1-2^x}{1+2^x}$ 是奇函数.

2. 单调性

定义 1.3 如果对于函数 $y = f(x)$ 定义域 D 的某个子集 I 的任意两点 x_1, x_2 , 只要 $x_1 < x_2$ 时都有

$$f(x_1) < f(x_2)$$

则称函数 $y = f(x)$ 在集合 I 中**单调递增**; 如果对于函数 $y = f(x)$ 定义域 D 的某个子集 I 的任意两点 x_1, x_2 , 只要 $x_1 < x_2$ 时都有

$$f(x_1) > f(x_2)$$

则称函数 $y = f(x)$ 在集合 I 中**单调递减**.

3. 周期性

定义 1.4 设函数 $y = f(x)$ 的定义域为 D , 如果存在一个非零实数 T , 对任意的 $x, x \pm T \in D$, 都有

$$f(x+T) = f(x)$$

成立, 则称 $y = f(x)$ 为**周期函数**, T 为函数的**周期**.

注意: 周期函数的周期有无穷多个; 周期函数的周期可以为正数, 也可以为负数; 但我们通常说的函数的周期是指函数的最小正周期.

4. 有界性

定义 1.5 设函数 $y = f(x)$ 的定义域为 D , 如果存在一个正数 M , 对 $\forall x \in D$, 都有

$$|f(x)| \leq M$$

成立, 则称函数 $f(x)$ 有界.

例如, 因为 $\left| \frac{2x}{1+x^2} \right| \leq 1$, $|\sin x| \leq 1$, $|\cos x| \leq 1$, 所以 $\frac{2x}{1+x^2}$, $\sin x$, $\cos x$ 都是有界函数.

三、分段函数

定义 1.6 在定义域的不同范围内有不同解析式的函数称为**分段函数**. 分段函数的一般形式为

$$f(x) = \begin{cases} f_1(x), & x \in D_1 \\ f_2(x), & x \in D_2 \\ \vdots \\ f_n(x), & x \in D_n \end{cases}$$

这里 $Df = D_1 \cup D_2 \cup \cdots \cup D_n$, $D_i \cap D_j = \emptyset (i \neq j)$.

下面给出几个常见的分段函数:

(1) 绝对值函数:

$$f(x) = \sqrt{x^2} = \begin{cases} x, & x \geq 0 \\ -x, & x < 0 \end{cases}$$

(2) 取整函数:

$$g(x) = [x]$$

其中 $[x]$ 表示不超过实数 x 的最大的整数.

(3) 符号函数:

$$\operatorname{sgn}(x) = \begin{cases} 1, & x > 0 \\ 0, & x = 0 \\ -1, & x < 0 \end{cases}$$

四、反函数

定义 1.7 设函数 $y = f(x)$ 的定义域为 Df , 值域为 Rf , 如果对于 $\forall y \in Rf$, 在 Df 中都有唯一的满足条件 $f(x) = y$ 的数 x 与它对应, 于是 x 就是 y 的函数, 称为函数 $y = f(x)$ 的**反函数**, 记为 $x = f^{-1}(y)$.

注意: (1) $x = f^{-1}(y) \Leftrightarrow y = f(x)$, 也就是说在同一直角坐标系下, 函数 $y = f(x)$ 与 $x = f^{-1}(y)$ 的图像重合.

(2) 习惯上把 x 看成自变量, y 看成函数, 所以通常将 $y = f^{-1}(x)$ 称为函数 $y = f(x)$ 的反函数.

(3) 求函数 $y = f(x)$ 的反函数的步骤是: 第一步, 从 $y = f(x)$ 中解出 $x = f^{-1}(y)$; 第二步, 交换 $x = f^{-1}(y)$ 中 x, y 的位置, 得到 $y = f^{-1}(x)$, 并指出这个函数的定义域.

例 1.3 求函数 $y = x^3 - 1$ 的反函数.

解 先从 $y = x^3 - 1$ 解出

$$x = \sqrt[3]{y+1}$$

交换 x, y 的位置得到

$$y = \sqrt[3]{x+1}$$

其定义域为实数集 $\mathbf{R}$.

五、复合函数

定义 1.8 设 $y = f(u), u = \varphi(x)$ 是两个已知函数, 如果对于函数 $\varphi(x)$ 定义域中的 x , 其函数值 $\varphi(x)$ 在函数 $f(u)$ 的定义域中, 则称函数 $y = f(\varphi(x))$ 为函数 $y = f(u), u = \varphi(x)$ 的**复合函数**.

注意: (1) 函数的复合就是将若干简单函数组合成较为复杂的函数, 它的逆向过程就是将复杂的函数分解为若干简单函数.

(2) 简单函数包括基本初等函数, 有理函数, 两个基本初等函数的和、差、积、商.

(3) 函数的复合与分解同等重要, 不可偏废.

例 1.4 如果 $f(x) = x^2 + 1, g(x) = 2x + 3$, 求 $f(g(x)), g(f(x))$.

解 $f(g(x)) = f(2x+3) = (2x+3)^2 + 1 = 4x^2 + 12x + 10$.

$$g(f(x)) = g(x^2 + 1) = 2(x^2 + 1) + 3 = 2x^2 + 5.$$

例 1.5 将下列函数分解为简单函数.

$$(1) y = e^{\sin^2 x}; \quad (2) y = \sqrt{\ln(\sin 2x + 2)}; \quad (3) y = \ln(\sin \sqrt{x^2 - 2x + 3}).$$

解 (1) $y = e^{\sin^2 x}$ 可分解为

$$y = e^u, u = v^2, v = \sin x$$

(2) $y = \sqrt{\ln(\sin 2x + 2)}$ 可以分解成

$$y = \sqrt{u}, u = \ln v, v = t + 2, t = \sin w, w = 2x$$

(3) $y = \ln(\sin \sqrt{x^2 - 2x + 3})$ 可分解成

$$y = \ln u, u = \sin v, v = \sqrt{w}, w = x^2 - 2x + 3$$

六、基本初等函数

1. 常数函数

$$y = C \quad (C \text{ 为常数})$$

2. 幂函数

$$y = x^\alpha \quad (\alpha \text{ 为常数})$$

对于幂函数 $y = x^\alpha$ ，需要记住其性质：当 $\alpha > 0$ 时，函数图像经过 $(0,0), (1,1)$ 两点，在第一象限内单调递增；当 $\alpha < 0$ 时，函数图像经过 $(1,1)$ 点，在第一象限内单调递减。

3. 指数函数

$$y = a^x \quad (a > 0, a \neq 1)$$

对于指数函数，只要记住两个图形（见图 1.2），就可以按照看图说话的方式得到指数函数的性质。

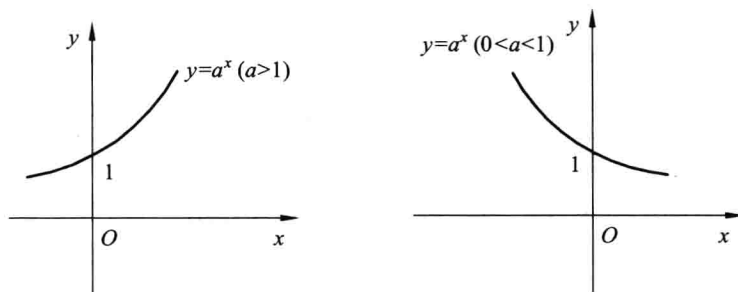


图 1.2

4. 对数函数

$$y = \log_a x \quad (a > 0, a \neq 1) \quad x \in (0, +\infty)$$

对于对数函数，只要记住两个图形（见图 1.3），就可以按照看图说话的方式得到指数函数的性质。

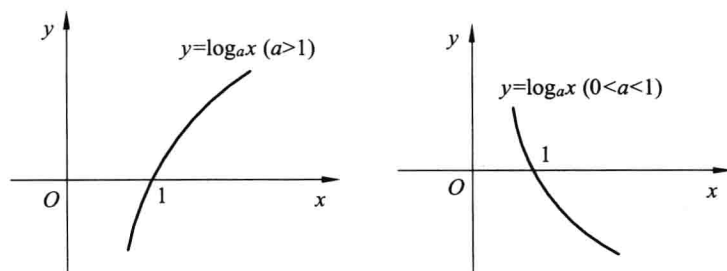


图 1.3