

ffcn 中公教育 直击重点 · 高效提分 · 联考必备

公务员联考提分系列

数量关系必考考点

39个

李永新◎主编

人民日报出版社

公务员联考提分系列教材

- 《逻辑判断必考考点27个》
- 《言语必考成语199条》
- 《图形推理必考规律39个》
- 《数量关系必考考点39个》
- 《资料分析必考考点27个》
- 《常识判断必知288条》
- 《申论必考热点19个》

责任编辑：段亚丽 王 洋

总 策 划：中公教育

封面设计：中公教育设计中心

ISBN 978-7-5115-2366-2



9 787511 523662 >

定价：15.00元

公务员联考提分系列

数量关系必考考点

39个

人民日报出版社

图书在版编目(CIP)数据

公务员联考提分系列·数量关系必考考点 39 个 / 李

永新主编. —北京: 人民日报出版社, 2013.12

ISBN 978-7-5115-2366-2

I. ①公... II. ①李... III. ①公务员-招聘-考试-
中国-自学参考资料②行政管理-能力倾向测验-中国-
自学参考资料 IV. ①D630.3

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2014)第 007410 号

书 名: 公务员联考提分系列·数量关系必考考点 39 个

作 者: 李永新

出 版 人: 董 伟

责任编辑: 段亚丽 王 洋

出版发行: 人民日报出版社

邮政编码: 100733

发行热线: (010) 65369527 65369846 65369509

邮购热线: (010) 65369530 65363527

开 本: 787mm×1092mm 1/32

印 张: 5

书 号: ISBN 978-7-5115-2366-2

社 址: 北京金台西路 2 号

封面设计: 中公教育设计中心

编辑热线: (010) 65369511

网 址: www.peopledaily.com

经 销: 新华书店

印 刷: 三河市中晟雅豪印务有限公司

字 数: 144 千字

印 次: 2014 年 1 月第 1 版 2014 年 1 月第 1 次印刷

定 价: 15.00 元

如有质量或印装问题, 请拨打售后服务电话 010-82838515

目 录

考点一 计算问题	(1)
考点二 等差数列	(4)
考点三 等比数列	(7)
考点四 和差倍比问题	(11)
考点五 整除	(14)
考点六 比例问题	(17)
考点七 尾数法	(20)
考点八 代入排除	(23)
考点九 方程法	(26)

考点十 不定方程	(29)
考点十一 简单行程问题	(32)
考点十二 相遇问题	(36)
考点十三 追及问题	(39)
考点十四 多次相遇问题	(43)
考点十五 流水问题	(47)
考点十六 牛吃草问题	(50)
考点十七 简单工程问题	(53)
考点十八 合作工程问题	(57)
考点十九 排列组合核心原理	(62)
考点二十 排列组合特殊解题方法	(65)
考点二十一 概率问题	(69)

考点二十二 容斥问题	(73)
考点二十三 抽屉问题	(77)
考点二十四 数据分配	(82)
考点二十五 利润问题	(85)
考点二十六 浓度问题	(89)
考点二十七 十字交叉法	(93)
考点二十八 平面几何	(97)
考点二十九 立体几何	(104)
考点三十 年龄问题	(109)
考点三十一 时钟问题	(112)
考点三十二 日期问题	(117)
考点三十三 鸡兔同笼问题	(121)

考点三十四 空瓶换酒	(125)
考点三十五 方阵问题	(128)
考点三十六 植树问题	(132)
考点三十七 常见数列及其变式	(136)
考点三十八 特殊数列	(141)
考点三十九 图形形式数字推理	(145)

考点一

计算问题



披沙拣金

算式计算常用法则及公式

常用法则	具体公式
加法	$a+b=b+a$, $(a+b)+c=a+(b+c)$
乘法	$a \times b = b \times a$, $(a \times b) \times c = a \times (b \times c)$, $(a+b) \times c = a \times c + b \times c$
幂次	$a^m \times a^n = a^m \times a^n = a^{m+n}$, $(a^m)^n = (a^n)^m = a^{mn}$, $(a \times b)^m = a^m \times b^m$, $(\frac{b}{a})^m = \frac{b^m}{a^m}$
完全平方公式	$(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$
平方差公式	$a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$
完全立方公式	$(a \pm b)^3 = a^3 \pm 3a^2b + 3ab^2 \pm b^3$
立方和(差)公式	$a^3 \pm b^3 = (a \pm b)(a^2 \mp ab + b^2)$
阶乘	$n! = 1 \times 2 \times \cdots \times n$, $0! = 1$
裂项公式	$\frac{d}{n(n+d)} = \frac{1}{n} - \frac{1}{n+d}$, 当 $d=1$ 时, $\frac{1}{n(n+1)} = \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}$

引经据典

1. (2008 内蒙古-6) $(1.1)^2 + (1.2)^2 + (1.3)^2 + (1.4)^2$ 的值是:

A.5.04

B.5.49

C.6.06

D.6.30

【答案】D。解析： $(1.1)^2$ 的尾数为 1， $(1.2)^2$ 的尾数为 4， $(1.3)^2$ 的尾数为 9， $(1.4)^2$ 的尾数为 6，各项尾数的和 $1+4+9+6=20$ ，尾数为 0，故正确答案是 D。

2. (2008 河北-46) $41.2 \times 8.1 + 11 \times 9.25 + 537 \times 0.19$ 的值是:

A.527.8

B.536.3

C.537.5

D.539.6

【答案】C。解析：原式 $= 412 \times (1 - 0.19) + (800 + 125) \times 0.11 + 0.19 \times (125 + 412) = 412 + 88 + 125 \times 0.11 + 125 \times 0.19 = 500 + 125 \times 0.3 = 537.5$ 。

3. (2008 江苏 A-11) $\frac{1}{3^2-1} + \frac{1}{5^2-1} + \frac{1}{7^2-1} + \cdots + \frac{1}{(2n+1)^2-1} + \cdots$ 的值是:

A. $\frac{1}{4}$

B. 1

C. $\frac{1}{2}$

D. 无法计算

【答案】A。解析：前 n 项和为 $S_n = \frac{1}{2 \times 4} + \frac{1}{4 \times 6} + \frac{1}{6 \times 8} + \cdots + \frac{1}{2n \times (2n+2)} = \frac{1}{2} \times (\frac{1}{2} - \frac{1}{4} + \frac{1}{4} - \frac{1}{6} + \frac{1}{6} - \frac{1}{8} + \cdots + \frac{1}{2n} - \frac{1}{2n+2}) = \frac{1}{2} \times (\frac{1}{2} - \frac{1}{2n+2}) = \frac{n}{4n+4}$ 。故其极限为 $\frac{1}{4}$ 。

所向披靡

1. $\frac{1}{\sqrt{2} + \sqrt{1}} + \frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{4} + \sqrt{3}} + \cdots + \frac{1}{\sqrt{9} + \sqrt{8}}$ 的值是:

A. $\sqrt{2}$

B. 2

C. $\sqrt{8}$

D. 3

2. 计算 $2005 \times \frac{3}{8} - 0.375 \times 1949 + 3.75 \times 2.4$ 的值为:

A.16

B.30

C.24

D.1500

3. $2001^2 - 2002^2 + 2003^2 - 2004^2 + 2005^2 - 2006^2 + 2007^2 - 2008^2$ 的值是:

A.-16026

B.-16036

C.-16046

D.-16056

参 考 答 案

1.【答案】B。解析:原式= $\sqrt{2} - \sqrt{1} + \sqrt{3} - \sqrt{2} + \sqrt{4} - \sqrt{3} + \cdots + \sqrt{9} - \sqrt{8} = \sqrt{9} - \sqrt{1} = 2$ 。

2.【答案】B。解析: $\frac{3}{8} = 0.375$, 原式= $(2005 - 1949 + 24) \times \frac{3}{8} = 80 \times \frac{3}{8} = 30$, 选择 B。

3.【答案】B。解析:利用平方差公式, 原式= $(2001 - 2002)(2001 + 2002) + \cdots + (2007 - 2008)(2007 + 2008) = -2001 - 2002 - \cdots - 2007 - 2008 = -(2001 + 2008) \times 8 \div 2 = -4009 \times 4 = -16036$ 。最后一步计算时, 可用尾数法确定结果的最后两位数为 $9 \times 4 = 36$, 选定 B。

考点二

等差数列



披沙拣金

等差数列从字面上很好理解,任意相邻两项的差相等,这个差称为公差。自然数列就是一个典型的等差数列。等差数列需要掌握如下计算公式:

● 通项公式 $a_n = a_1 + (n-1)d$ (a_1 是首项, d 是公差)

● 对称公式 $a_m + a_n = a_i + a_j$ (其中 $m+n=i+j$)

证明: $a_m + a_n = a_1 + (m-1)d + a_1 + (n-1)d = 2a_1 + (m+n-2)d$

$$a_i + a_j = a_1 + (i-1)d + a_1 + (j-1)d = 2a_1 + (i+j-2)d$$

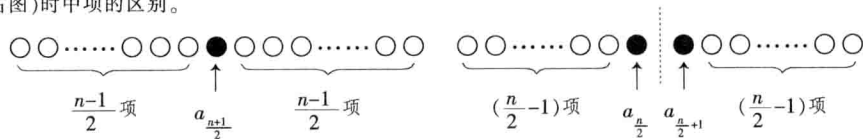
因为 $m+n=i+j$, 所以 $a_m + a_n = a_i + a_j$

● 利用通项求和 $S_n = \frac{n(a_1 + a_n)}{2} = na_1 + \frac{1}{2}n(n-1)d$

这个求和公式看似复杂,其实只需明确其算法——(首项+末项) $\times$ 项数 $\div 2$ 。该算法通常被认为是高斯在上小学的时候发明的。高斯的老师在课堂上要求学生们计算 $1+2+3+\cdots+100$ 的值。高斯意识到 $1+100=2+99=\cdots=50+51=101$ (这正是对称公式的内容),所以很快算出 1 加到 100 实际是 50 对 101, $50 \times 101 = 5050$ 。

● 利用中项求和 $S_n = \begin{cases} na_{\frac{n+1}{2}}, & n \text{ 为奇数} \\ \frac{n}{2} (a_{\frac{n}{2}} + a_{\frac{n}{2}+1}), & n \text{ 为偶数} \end{cases}$

这个利用中项求和的公式利用的依然是对称公式,只需要理解 $a_{\frac{n+1}{2}}$ 是最中间的项,因为 n 为奇数时有这个唯一的“中间项”。 $a_{\frac{n}{2}} + a_{\frac{n}{2}+1}$ 是中间两项的和,因为 n 为偶数时不存在所谓的“中间项”。下图表示了项数是奇数(左图)或偶数(右图)时中项的区别。



注:上图中的中间项又称“中位数”,是该组等差数列的平均数。

引经据典

1. (2008 吉林乙-6) $2+4+6+8+10+\cdots+50$ 的值是:

A. 640

B. 650

C. 660

D. 670

【答案】B。解析:用等差数列求和公式, $2+4+6+8+10+\cdots+50 = (2+50) \times 25 \div 2 = 26 \times 25 = 13 \times 50$, 选项中只有 650 是 50 的倍数, 故选 B。

2. (2008 山东-36) 1992 是 24 个连续偶数的和, 这 24 个连续偶数中最小的一个是:

A. 58

B. 60

C. 82

D. 106

【答案】B。解析:24 个连续偶数的平均值为 $1992 \div 24 = 83$, 则第 12 项为 82, 故最小的偶数即第 1 项为 $82 - 11 \times 2 = 60$ 。

3.(2008 浙江-13) 在自然数 1 至 50 中,将所有不能被 3 除尽的数相加,所得的和是:

A.865

B.866

C.867

D.868

【答案】C。解析:能被 3 整除的数为等差数列 3、6、9、……、48,和为 $(3+48) \times 16 \div 2 = 408$,1 至 50 的和为 $(1+50) \times 50 \div 2 = 1275$,故所求为 $1275 - 408 = 867$ 。



所向披靡

1.有一堆粗细均匀的圆木最上面一层有 6 根,每向下一层增加一根,共堆了 25 层。这堆圆木共有多少根?

A.175

B.200

C.375

D.450

2.有一堆钢管,最下面一层有 30 根,逐层向上递减一根,这堆钢管最多有多少根?

A.450

B.455

C.460

D.465

3.某工厂 11 月份工作忙,星期日不休息,而且从第一天开始,每天都从总厂陆续派相同人数的工人到分厂工作,直到月底,总厂还剩工人 240 人。如果月底统计总厂工人的工作量是 8070 个工作日(一人工作一天为 1 个工作日),且无人缺勤,那么,这月由总厂派到分厂工作的工人共多少人?

A.2

B.60

C.240

D.298

参考答案

1.【答案】D。解析:本题实质是一个公差为 1 的等差数列求和问题。第一层有 6 根,最下面一层有 $6+25-1=30$ 根,共有 $(6+30) \times 25 \div 2 = 450$ 根。

2.【答案】D。解析:根据等差数列求和公式得出这堆钢管最多有 $(1+30) \times 30 \div 2 = 465$ 根。

3.【答案】B。解析:本质上是数列问题,可看成首项为 240,公差为 d 的等差数列,共有 30 个数,其和为 8070。

由等差数列求和公式得: $(240+240+29d) \times 30 \div 2 = 8070$,解得 $d=2$,即每天派到分厂 2 人,这月一共派了 $2 \times 30 = 60$ 人。

考点三

等比数列

拔沙拣金

等比数列是从第二项起每一项与前一项的比都是一个常数的数列,相邻两项间固定的比例称为公比。细胞分裂(1个变2个,2个变4个,4个变8个……)在整个时间序列上就可视为一个简单的等比数列。

在描述增长幅度时,有时会强调是“几何级”增长而非“算术级”增长,以突出增长的迅速。“算术级”增长指的是等差数列那种等间隔的增长,“几何级”增长则是等比数列这种按比例의递增。下表对比了首项是0.5公差为2的等差数列与首项是0.5公比为2的等比数列的增速。

通项/项数	1	2	3	4	5	6	7	8
$a_n=0.5+2(n-1)$	0.5	2.5	4.5	6.5	8.5	10.5	12.5	14.5
$a_n=0.5 \times 2^{n-1}$	0.5	1	2	4	8	16	32	64

显然,到第8项时下面以“几何级”增长的等比数列已经远远大过上面以“算术级”增长的等差数列。

● 通项公式 $a_n = a_1 \times q^{n-1}$, 其中 a_1 是首项, q 是公比

● 对称公式 $a_m \times a_n = a_i \times a_j$, 其中 $m+n=i+j$

● 求和公式 $S_n = \begin{cases} \frac{a_1(1-q^n)}{1-q}, & q \neq 1 \\ na_1, & q = 1 \end{cases}$

与等差数列求和重在理解求法一样,等比数列的求和若理解其求法,也不需要背公式。设 S_n 是等比数列前 n 项的和,把 S_n 乘以公比 q ,然后两式相减即可得到求和公式:

$$\begin{aligned} S_n &= a_1 + a_1q + a_1q^2 + a_1q^3 + \cdots + a_1q^{n-2} + a_1q^{n-1} \\ q \times S_n &= a_1q + a_1q^2 + a_1q^3 + a_1q^4 + \cdots + a_1q^{n-1} + a_1q^n \end{aligned}$$

$$(1-q)S_n = a_1 - a_1q^n \Rightarrow S_n = \frac{a_1(1-q^n)}{1-q}$$

引经据典

1.(2013 四川下半年-56) 假期里,王老师有一个紧急通知要用电话通知到 50 位同学。假如每通知一位同学需要 1 分钟,同学接到电话后也可以互相通知,要使所有同学都接到通知至少需要几分钟?

A.5

B.6

C.7

D.8

【答案】B。解析:第一分钟后有王老师和一个同学一共 2 个人接到通知,第二分钟后有王老师和 3 个同学一共 4 个人接到通知;按照这个规律第三分钟后一共有 8 个人接到通知;第四分钟有 16 个人接到通知,第五分钟有 32 个人接到通知,第六分钟一共有 64 个人接到通知。所以需要 6 分钟。

2.(2013 江苏 A-31) 一个公比为 2 的等比数列,第 n 项与前 $n-1$ 项和的差等于 5,则此数列前 4 项之和为:

A.70

B.85

C.80

D.75

【答案】D。解析:设首项为 a_1 ,则第 n 项为 $a_1 \times 2^{n-1}$,前 $n-1$ 项和为 $a_1 \times \frac{1-2^{n-1}}{1-2} = a_1 \times (2^{n-1}-1)$ 。两式相减得到 $a_1=5$ 。因此数列前 4 项之和为 $5 \times (2^4-1)=75$ 。

3.(2009 山东-120) 现分多次用等量清水去冲洗一件衣服,每次均可冲洗掉上次所残留污垢的 $\frac{3}{4}$,则至少需要冲洗几次才可使得最终残留的污垢不超过初始时污垢的 1%?

A.3 次

B.4 次

C.5 次

D.6 次

【答案】B。解析:设至少需要冲洗 n 次才可使得污垢不超过初始的 1%,则 $(1-\frac{3}{4})^n \leq \frac{1}{100}$,解得 $n \geq 4$,取 $n=4$ 即可满足需求。



所向披靡

1.“火树银花楼七层,层层红灯倍加增,共有红灯三八一,试问四层几红灯?”

A.24

B.28

C.36

D.37

2. $\frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \frac{1}{27} + \dots + \frac{1}{3^n} + \dots$ 的值是:

A.1

B.0.5

C.2

D.1.5

3.有一种细菌,经过 1 分钟,分裂成 2 个,再过 1 分钟,变成 4 个,这样把一个细菌放在瓶子里到充满为止,用了 2 个小时,如果一开始时,将 2 个这种细菌放入瓶子里,那么充满瓶子要多长时间?

A.30 分钟

B.59 分钟

C.119 分钟

D.60 分钟

4.一只蚂蚁发现了一只死螳螂,立刻回洞找来 10 只蚂蚁搬,搬不动;然后每只蚂蚁回去各找来 10 只蚂蚁,还是搬不动;于是每只蚂蚁又回去找来 10 个伙伴,大家齐心协力,终于把死螳螂拖回洞里。问一共有多少只蚂蚁参加了搬运?

A.1210

B.1257

C.1331

D.1441