

樂思數學

陳夢熊

梁瑞華

郭佩雯

教師版本

適用於 **整體課程** 和 **剪裁課程**

中大出版社

三上

樂思數學

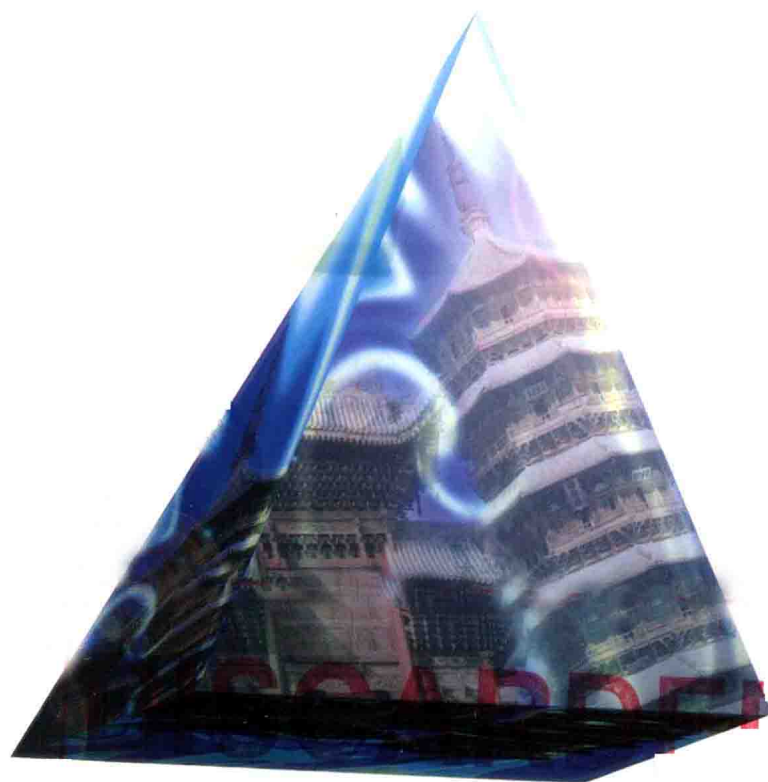
三上

教師版本

陳夢熊 (B. Sc. Hons., Dip. Ed.)

梁瑞華 (B. Sc. Hons., Dip. Ed.)

郭佩雯 (B. A. Hons., Dip. Ed.)



中大出版社

作 編

作者：

陳夢熊 (B.Sc. HONS., DIP. ED.)
梁瑞華 (B.Sc. HONS., DIP. ED.)
郭佩雯 (B.A. HONS., DIP. ED.)

編輯：

彭玉珠 (B. Sc.)
郭可思 (B.A. HONS.)
張冠民 (B. Sc. HONS.)
林舒 (B. Sc. HONS.)

平面設計：

高文灝 (B. Sc. HONS.)
邱順鋒

排版：

陳志華
張惠芳
李國忠
陳珈欣
賴醞行

本書版權屬中大出版社所有。未經本出版社同意，本書所有部分均不可以電子、機械、影印、錄音或其他方式翻印、轉載或儲存於檢索系統之內。

© 中大出版社

出版及發行：中大出版社

香港柴灣祥利街十七號
致高工業大廈七字樓
電話：25582247 (3 線)
傳真：25582240

一九九七年 初版

序言

「樂思數學 一至五冊」是按照香港課程發展議會最新的中學數學科課程綱要以及香港考試局最新制定的考試綱要所編寫的。為了配合最新**剪裁課程**的要求，本書特別將「非剪裁部分」以**紅色框**和**非剪裁部分**或標誌作記，以區分**整體課程**和**剪裁課程**，故本叢書同時適用於這兩個課程。

近年來，大家已經公認了一個「更輕鬆、更有效地學習的課程」是編寫教科書的主要目標，故此我們努力埋首，編寫出一本趣味與知識並重的教科書，以求開拓學習數學的新天地。構思這本書時，我們不但旨在幫助不諳數學的學生學得好，希望他們從而獲得滿足感，還希望令數學天分高的學生，成績更進一步。

A. 主要特點（第一、二、三冊）

(1) 形式

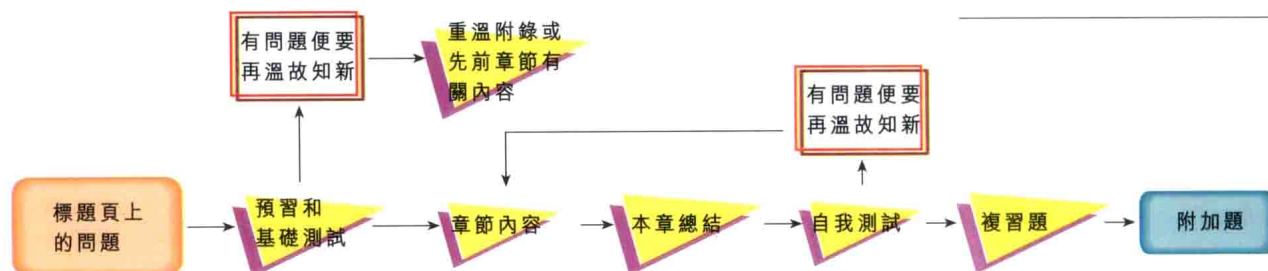
每級的課本共分上、下兩冊，上冊在學年的上學期使用，而下冊則在下學期使用。

(2) 取向

本書採用「啟發式」的教學方法。

書中有多個課堂討論和課堂活動，除增加學生的參與感之外，還可以鼓勵他們主動提出自己的看法，訓練學生的數學思維。我們不但強調學習知識，而且十分重視培養學生的數學思考技能，因此，訓練學生解決數學問題是我們的首要原則，而且我們會將這些技巧應用到日常的問題，令學習數學變得更生活化、更吸引。除此之外，本書更在學習目標和學習方法這兩方面作出周詳的安排，達至兩面兼顧。

(3) 章節結構



- (i) **標題頁上的問題**：將與章節主題有關的問題，以有趣的漫畫形式表達，引起學生的學習興趣；解決這些問題所需的概念和技巧已經滲透在章節內，學生完成該章節後便可立刻活學活用。

- (ii) **預習和基礎測試**：為學生作好充足準備，學習一些新知識。
- (iii) **章節內容**：所需的知識和數學概念均通過「啟發式」的教學方法教授給學生。我們一向提倡以透徹了解取代牢記內容和公式的學習態度，故在篇幅內加插了課堂討論和課堂活動，達至互動教學的目的，令學生積極參與，互相激發出更多靈感。
- (iv) **本章總結**：總結內的簡單配對測驗讓學生重溫有關的數學詞彙、要點和概念，而簡潔的摘要則方便學生記憶。
- (v) **自我測試**：每條問題闡明具體的概念或技巧，鞏固剛學過的知識，讓學生測試自己對新知識的掌握程度。倘若學生在回答題目時遇到困難，則表示有需要複習有關章節。
- (vi) **練習**：本書所有的練習，包括每章結尾的複習題都有助鞏固已經學習過的知識，而所有問題按難度分為程度一和程度二。
- (vii) **附加題**：附加題的練習引導學生加深探討和思考主題的概念。學生必須充分利用新學到的技巧和知識去解決問題，而這些問題可能與日常生活有關，或可能引導學生去欣賞數學有趣和漂亮的一面，也可能是一些著重實踐的小組計劃或遊戲。

B. 其他與眾不同的特點（第一、二、三冊）

(1) 思考方法的介紹

我們對學習目標和學習方法這兩方面同樣重視，故此，在每級的第零章介紹各種數學思考的方法，運用簡單而有力的例子來說明這些抽象但重要的解題技巧，再以明確而簡潔的註引引導學生掌握這些方法。

(2) 配合主題的插圖

書中清晰而吸引人的插圖和照片，有助理解數學的概念。

(3) 綜合練習

每一冊的綜合練習一和綜合練習二供學生全面複習各章的內容，讓學生評估自己是否掌握到各種概念和技巧；這些問題一般並不涉及冗長的運算。

(4) 答案

本書為每一章標題頁上的問題、基礎測試、自我測試、練習、附加題和綜合練習提供詳盡的答案。

我們要感謝各位同事，為本書提供寶貴的意見和幫忙。我們特別要感謝杜文江博士，在編寫這套叢書期間，啟發了我們編寫的靈感。

我們亦在此衷心感謝各審稿者：尹志強先生、王美琴女士、石祥明先生、朱日夫先生、吳政亨先生、林耀輝先生、梁仕昌先生和陳森泉先生。

最後，我們還要感謝中大出版社，為了製作本叢書給予我們極大的支持和幫助。

我們歡迎各界對本叢書的指點賜教，這些寶貴的意見將供日後再版參考。

陳夢熊
梁瑞華
郭佩雯

數學思考方法

第10章

關鍵步驟：簡化問題

情況一：有 2 個硬幣，天秤每邊放 1 個硬幣，
∴ 需秤 1 次。

情況二：有 3 個硬幣，天秤每邊放 1 個硬幣，若
兩邊平衡，第 3 個硬幣便是最輕的。
∴ 需秤 1 次。

情況三：有 4 個硬幣，天秤每邊放 2 個硬幣，然後將輕
一邊的 2 個硬幣分別放於天秤兩邊再秤，
∴ 需秤 2 次。

情況四：有 5 個硬幣，天秤每邊放 2 個硬幣，然後將輕一邊的 2 個硬幣分別放於天秤兩邊再秤。
∴ 需秤 2 次。

情況五：有 8 個硬幣，天秤每邊放 3 個硬幣，如果兩邊平衡，秤餘下的 2 個硬幣，否則，再秤輕一邊的 3 個硬幣。
∴ 需秤 2 次。(若開始時每邊都放 4 個硬幣，在秤完一次後則會與情況三相同，這樣便需秤 3 次。)



現有八個外觀一樣的硬幣，其中七個重量相同，只有一個比較輕。若有天秤一個，問最少要秤多少次才保證找出那個較輕的硬幣？

答案：

答案：需秤 2 次。

目 錄

章		頁
0	數學思考方法	
0.1	回顧.....	1
0.2	思考方法.....	2
	本章總結.....	11
1	續百分數	
1.1	百分變化.....	14
1.2	多重百分變化.....	19
1.3	稅收.....	22
1.4	薪俸稅.....	24
1.5	差餉.....	28
 1.6	誤差.....	30
	本章總結.....	35
	複習題一.....	37
2	指數定律	
2.1	複習指數的概念.....	42
2.2	正整數指數的定律.....	42
2.3	以零或負整數作為指數.....	46
2.4	分數指數.....	50
2.5	簡易的指數方程.....	54
2.6	科學記數法.....	56
2.7	使用計算機計算指數數式.....	58
	本章總結.....	60
	複習題二.....	62
 3	常用對數	
3.1	常用對數.....	66
3.2	常用對數的性質.....	68
3.3	常用對數的其他例子.....	73
3.4	逆對數.....	74
3.5	對數方程.....	76
3.6	對數圖像.....	78
3.7	數的估值.....	79
	本章總結.....	81
	複習題三.....	82
	綜合練習一	84



4	續全等、相似和平行	
4.1	全等.....	91
4.2	等腰三角形.....	97
4.3	平行四邊形、長方形、正方形和菱形.....	103
4.4	相似.....	112
4.5	相似圖形的面積比.....	118
4.6	中點定理.....	121
 4.7	截綫定理.....	124
	本章總結.....	130
	複習題四.....	134
5	求積法	
5.1	角錐體.....	144
5.2	圓錐體.....	150
5.3	球體.....	156
 5.4	相似的立體.....	161
	本章總結.....	165
	複習題五.....	167
6	代數不等式	
6.1	數綫上的次序.....	172
6.2	不等式的圖示.....	173
6.3	不等式的基本性質.....	175
6.4	一元一次不等式.....	178
6.5	區間.....	182
6.6	複合不等式.....	184
	本章總結.....	190
	複習題六.....	192
	綜合練習二	194
	答案	198
	索引	206

第0章

本節主旨

- 重溫解題步驟。

✿ 教學技巧 ✿

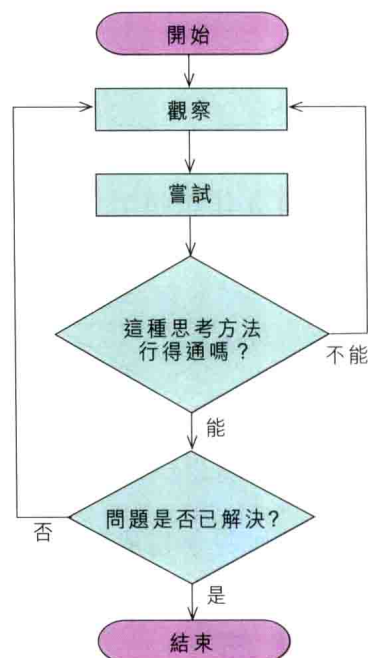
- 以流圖顯示解題步驟。

0.1 回顧

我們每天都需要面對不同的問題，有時憑經驗便可輕易把問題解決，但有時候卻會困難重重，而解決問題的竅門就是要多花時間思考，永不言棄。本章我們將多學習一種思考方法—消去法，現在讓我們先重溫一些解決問題的思考方法。

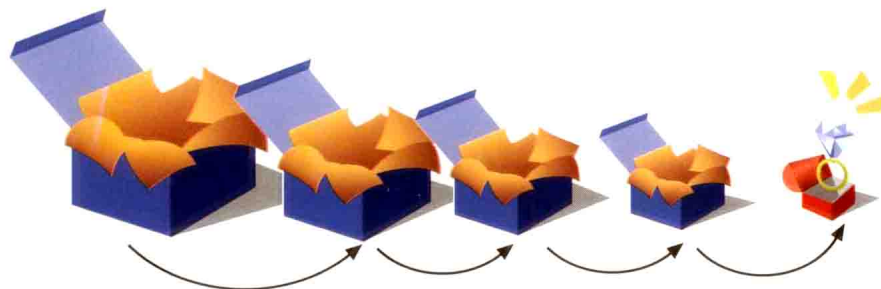
解決問題的步驟：

1. 瞭解問題（觀察）
 - (a) 小心閱讀問題
 - (b) 找出重要的資料
(為重要字詞及數字加上底綫)
 - (c) 知道要找尋甚麼
2. 找尋答案（嘗試）
 - (a) 集齊有用的資料
 - (b) 選擇以下一種或多種思考方法解決問題：
 - (i) 實行
 - (ii) 反覆試驗法
 - (iii) 簡化問題
 - (iv) 表列法
 - (v) 找尋模式、規律或關係
 - (vi) 繪畫圖像
 - (vii) 倒行法
 - (viii) 運用方程
 - (c) 如有需要，再思考或改變思考方法
 - (d) 檢討所做的工作
 - (e) 寫下答案
3. 驗算答案（驗證）
 - (a) 答案是否滿足問題的所有要求？
 - (b) 答案是否合理？
 - (c) 其他人明白你的答案嗎？



0.2 思考方法

A 實行



本節主旨

- 通過例子重溫不同的思考方法。
- 為日後的數學運算打好穩健的基礎。

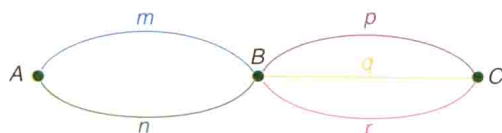
✿ 教學技巧 ✿

- 要求學生上課前先細閱例子，提高課堂討論的效率。

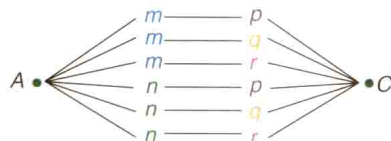
✧ 教學要點 ✧

- 這個方法強調嘗試時寫下心目中的想法。

例一 根據下圖，由市鎮 A 往市鎮 B 共有 2 條路 m 和 n ，由市鎮 B 往市鎮 C 共有 3 條路 p 、 q 、 r ，問由市鎮 A 經過市鎮 B 往市鎮 C 共有多少條路徑？ **相關題** → 練習 0 #1, 4



解： 下列為由市鎮 A 往市鎮 C 之路徑：



∴ 由市鎮 A 經過市鎮 B 往市鎮 C 共有 6 條路徑。

備註： 一些實質活動如數手指或移動實物有助靈活地思考。

B 反覆試驗法



✧ 教學要點 ✧

- 這個方法強調估計的重要性，因為我們日常生活中都經常作出猜測，估計答案。

例二 在一次數學測驗中，每答對 1 題得 2 分，每答錯 1 題扣 1 分。永康答了 10 題共得 14 分，問他答對多少題？ **相關題** → 練習 0 #2, 9

解： **猜想一：** 假設永康答對 5 題，他的得分是：
 $5 \times 2 + 5(-1) = 5$
 由於此分數遠低於 14 分，故此他應答對多些。

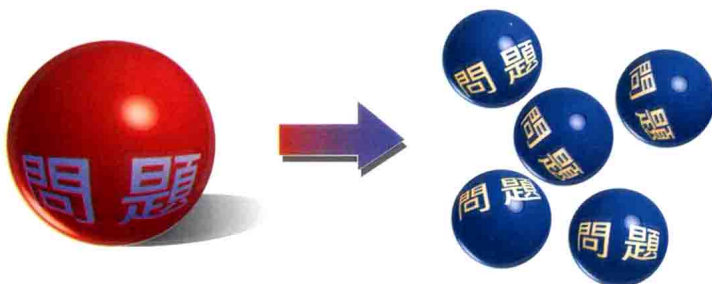
猜想二： 假設永康答對 7 題，他的得分是：
 $7 \times 2 + 3(-1) = 11$
 現在較接近 14 分了，但答對的題目應再多些。

猜想三： 假設永康答對 8 題，他的得分是：
 $8 \times 2 + 2(-1) = 14$ 。

∴ 永康共答對了 8 題。

備註： 解決日常生活中不涉及太大數值的問題時，反覆試驗法是很常用的。

C 簡化問題



✧ 教學要點 ✧

- 這個方法強調簡化問題，以助學生看清解題的竅門。

例三 4 隊球隊參加籃球比賽，每隊需輪流對賽一次，那麼共需比賽多少場？ **相關題** → 練習 0 #3

解： 想像一些較簡單的情況：

情況一： 第 1 隊與第 2 隊比賽，即 1 場。

情況二： 第 3 隊分別與前 2 隊各比賽 1 場，即 2 場。

情況三： 第 4 隊分別與前 3 隊各比賽 1 場，即 3 場。

∴ 4 隊參賽共比賽 6 場。

備註： 將複雜的問題抽絲剝繭，化簡成多個獨立的問題，逐步解決。

D 表列法

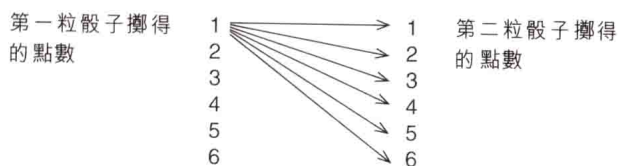
×	5	10
2	10	20
3	15	5

✧ 教學要點 ✧

- 將問題的資料以表排列，有助學生透過演繹法得到個整體概念。

例四 擲兩粒骰子，問有多少個不同的和？哪個和出現的次數最多？ **相關題** → 練習0 #13

解： 每擲一粒骰子，都會有可能出現 6 種點數，計有 1、2、3、4、5 或 6。



我們可列表顯示可能出現不同的和：

		第一粒骰的點數					
+)		1	2	3	4	5	6
第二粒骰的點數	1	2	3	4	5	6	7
	2	3	4	5	6	7	8
	3	4	5	6	7	8	9
	4	5	6	7	8	9	10
	5	6	7	8	9	10	11
	6	7	8	9	10	11	12

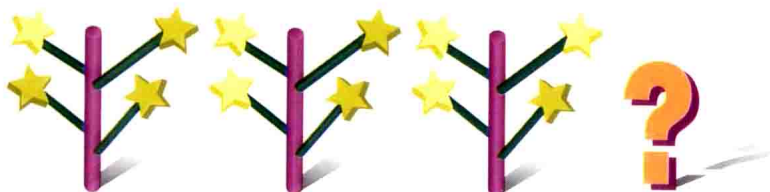
重組以上資料於另一表內：

擲得點數之和	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
出現次數	1	2	3	4	5	6	5	4	3	2	1

不同的和共有 11 個，而出現次數最多的和是 7。

備註： 表列法可把複雜的問題以有系統的方式表達，方便作進一步的分析和計算。

E 找尋模式



✧ 教學要點 ✧

- 將問題的資料以表排列，有助學生透過歸納法得到一個整體概念。

例五 在一個舞會中，錦成需要表演砌杯陣，他打算砌一個金字塔形杯陣，底部為一個 10 隻杯乘 10 隻杯的正方形，問這個表演需要多少隻杯？ **相關題** → 練習 0 #5

解： 第一層杯的數量是 1。

第二層杯的數量是 $2 \times 2 = 4$ 。

第三層杯的數量是 $3 \times 3 = 9$ 。

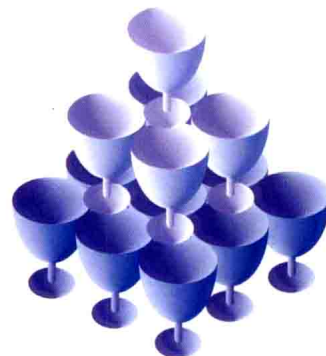
第四層杯的數量是 $4 \times 4 = 16$ 。

⋮

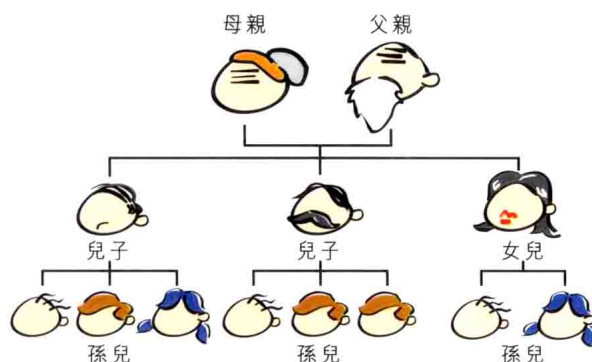
第十層杯的數量是 $10 \times 10 = 100$

$$\therefore \text{所需杯的總數} = 1 + 4 + 9 + 16 + 25 + 36 + 49 + 64 + 81 + 100 \\ = \underline{\underline{385}}$$

備註： 模式是經常存在的，假如我們有條理地排列資料，隱藏着的模式便很易看得到，答案亦呼之欲出。



F 繪畫圖像

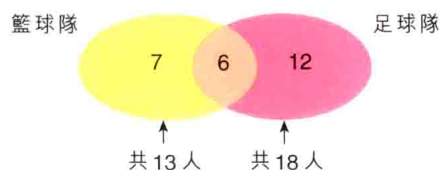


✧ 教學要點 ✧

- 繪圖有助學生將整個問題清晰地展現眼前。

例六 某校籃球隊有隊員 13 人，足球隊有隊員 18 人，其中 6 人同時是兩隊的隊員，問籃球隊和足球隊共有多少人？ **相關題** → 練習 0 #6, 7

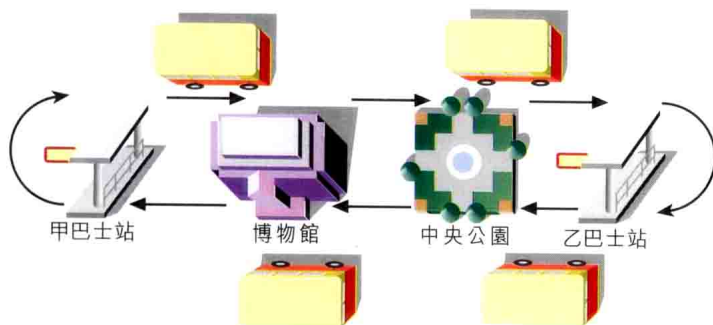
解： 繪畫圖像：



$$\therefore 7 + 6 + 12 = \underline{\underline{25}}$$

備註： 此類圖稱為溫氏圖。

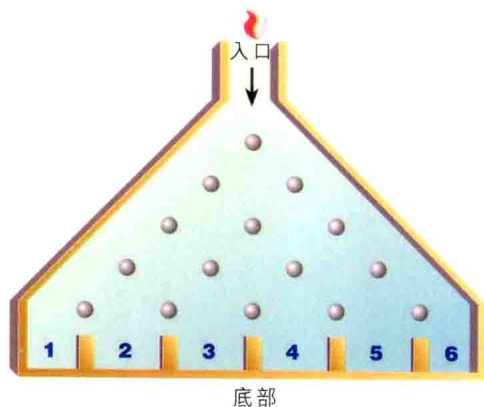
G 倒行法



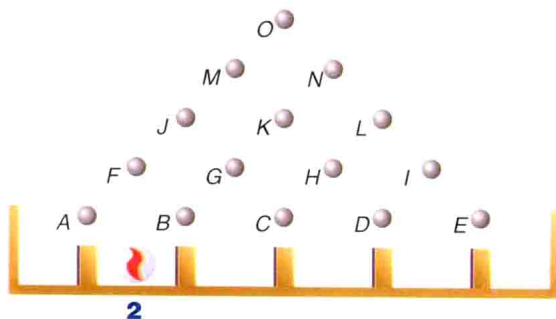
✧ 教學要點 ✧

- 由結果再推回問題給出的條件，可助學生將問題原原本本地展示出來。

例七 有一粒波子從一傾斜釘板的入口滾到釘板的底部，問該波子可通過多少條不同通道到達釘板底部之空格(2)呢？ **相關題** → 練習0 #8



解： 波子要到達空格 (2)，就必需先到達 A 或 B 的位置，要到達 B 就必需先到達 F 或 G 的位置，用同樣道理推論，我們可得出下列 5 種可能性。



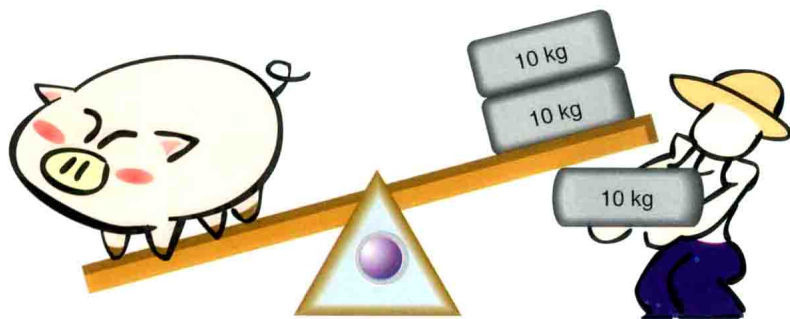
分別為：

$$\begin{aligned}
 &O \rightarrow M \rightarrow J \rightarrow F \rightarrow A \rightarrow (2) \\
 &O \rightarrow M \rightarrow J \rightarrow F \rightarrow B \rightarrow (2) \\
 &O \rightarrow M \rightarrow J \rightarrow G \rightarrow B \rightarrow (2) \\
 &O \rightarrow M \rightarrow K \rightarrow G \rightarrow B \rightarrow (2) \\
 &O \rightarrow N \rightarrow K \rightarrow G \rightarrow B \rightarrow (2)
 \end{aligned}$$

∴ 共有 5 條通道。

備註： 尋找某些問題的答案時，由問題的最後部分出發向前推論是較易得到答案的。

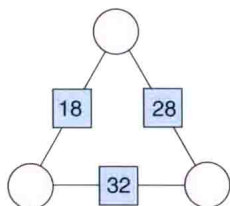
H 運用方程



✧ 教學要點 ✧

- 重點是著重引入未知數以方程解決問題。

例八 下圖正方形內的數是兩邊圓形內數的和，試找出每個圓形內所欠缺的數。 **相關題** → 練習0 #8, 9



解： 設 a 、 b 、 c 為該三個數。運用方程，我們可得：

$$a + b = 18 \quad \dots\dots\dots(1)$$

$$b + c = 32 \quad \dots\dots\dots(2)$$

$$a + c = 28 \quad \dots\dots\dots(3)$$

$$(1) + (2), \quad a + 2b + c = 18 + 32$$

$$(a + c) + 2b = 50$$

$$\text{根據 (3),} \quad 28 + 2b = 50$$

$$2b = 50 - 28$$

$$= 22$$

$$b = 11$$

$$\therefore \quad a = 18 - 11 = 7$$

$$c = 32 - 11 = 21$$

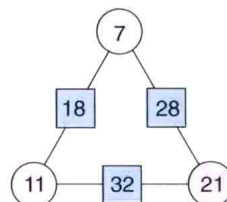
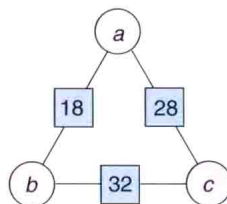
$$\text{驗算：} \quad 7 + 11 = 18$$

$$11 + 21 = 32$$

$$7 + 21 = 28$$

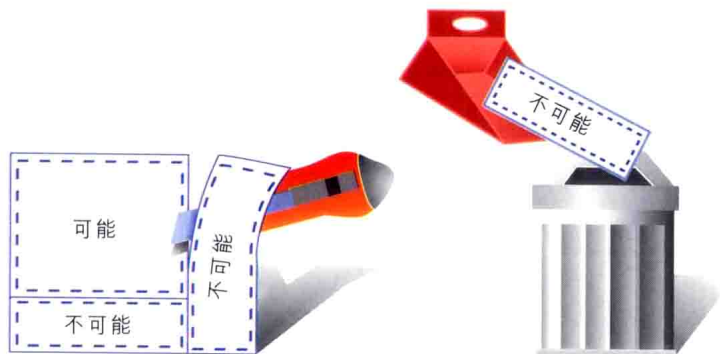
答案正確。

$\therefore$ 該三個數是 7、11 和 21。



備註： 運用方程即是將問題中所求的數以未知數表示，把問題化為方程，以便計算。

I 消去法

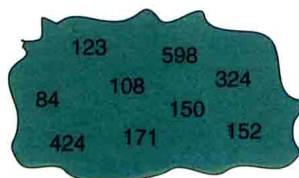


✧ 教學要點 ✧

- 這方法強調除去不合適的項目。

例九 下列哪些數能同時滿足以下五個條件？

相關題 → 練習0 #11, 12



- (1) 該數是偶數。
- (2) 該數小於 200。
- (3) 該數大於 100。
- (4) 該數是 3 的倍數。
- (5) 該數的數字之和是 9。

解： 根據 (1) 所示，該數是偶數，故此刪去所有奇數。

∴ 餘下之可能性是 84、108、150、152、324、424 和 598。

根據 (2) 和 (3) 所示，該數介乎 100 與 200 之間，故此刪去這個範圍以外的數。

∴ 餘下之可能性是 108、150 和 152。

根據 (4) 所示，該數是 3 的倍數，於是餘下 108 和 150。

根據 (5) 所示，該數的數字之和是 9，故此只餘下 108。

∴ 只有 108 滿足所有五個條件。

備註： 解答問題時常常會使用消去法，而回答多項選擇題時，消去法是一個頗實用的方法。