

10年品牌 超实用

2014 百题大过关

修订版

高 考 数 学

第一关

张瑞炳◎主编



上海市
著名商标

华东师范大学出版社

全国百佳图书出版单位

2014 百题大过关

高考数学

第一关 基础题 (修订版)

主 编：张瑞炳

编写者：

吴 迅	张瑞炳	赖平民	邱天文
陈文清	陈海烽	连生核	章少川
李生华	祝国华	杨福能	

图书在版编目(CIP)数据

高考数学百题大过关. 第一关:基础题/张瑞炳主编. —修订版. —上海:华东师范大学出版社,2013. 1

(百题大过关)

ISBN 978 - 7 - 5675 - 0334 - 2

I. ①高… II. ①张… III. ①中学数学课—高中—习题集—升学参考资料 IV. ①G634. 605

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2013)第 029320 号

百题大过关

高考数学·第一关 基础题(修订版)

主 编 张瑞炳
总 策 划 倪 明
项目编辑 舒 刊
审读编辑 武文佳
装帧设计 卢晓红
责任发行 高 峰

出版发行 华东师范大学出版社
社 址 上海市中山北路 3663 号 邮编 200062
网 址 www.ecnupress.com.cn
电 话 021 - 60821666 行政传真 021 - 62572105
客服电话 021 - 62865537 门市(邮购)电话 021 - 62869887
地 址 上海市中山北路 3663 号华东师范大学校内先锋路口
网 店 <http://hdsdcbs.tmall.com>

印 刷 者 常熟市文化印刷有限公司
开 本 787 × 1092 16 开
印 张 14.25
字 数 362 千字
版 次 2013 年 4 月第三版
印 次 2013 年 4 月第一次
印 数 51000
书 号 ISBN 978 - 7 - 5675 - 0334 - 2/G · 6201
定 价 26.00 元

出 版 人 朱杰人

(如发现本版图书有印订质量问题,请寄回本社客服中心调换或电话 021 - 62865537 联系)

丛书前言

图书市场上有关小升初及中、高考的复习用书不胜其多,不少书的训练题或失之偏少,或庞杂无度.同时选择几种作参考,往往重复不少,空白依旧甚多,费时费钱还未必能完全过关.怎样在有限的的时间里得到充分而有效的训练?怎样使训练达到量与质的最完美匹配?依据对小学毕业班、初三和高三优秀教师的调研,总结出“百题过关”的复习理念.为此,我们邀请经验丰富的教师担任作者,每本书或每个考点精心设计一百道互不重复且具有一定梯度的训练题,以求用最快的速度,帮助学生完全过关.

丛书共41种,涵盖小升初语文、数学、英语及中、高考语文、数学、英语、物理、化学、历史、地理的全部题型.

丛书具有四大特点:

一、丰富性.丛书涉及的内容囊括了小升初及中、高考所有知识点,覆盖面广,内容丰富.

二、层次性.题目排列杜绝杂乱无章和随意性,一般分为三个层次:第一,精选历年来的相关考题;第二,难度稍小的训练题;第三,难度稍大的训练题.这样编排既能让读者了解近年来小升初及中、高考的命题特点及其走向,又能得到渐次加深的足够量的训练.

三、指导性.为了方便使用本丛书的老师和同学,对有一定难度的题目,丛书不仅提供参考答案,还力求作最为详尽的解说,目的在于让读者知其然,更知其所以然.同学们有了这套书,就等于请回了随时可以请教的老师.

四、权威性.丛书的编写者都是国内名校骨干教师,有些还是参加国家教育部“名师工程”的著名特级教师,在各地享有盛名.他们丰富的教学实践经验和深厚的理论修养,为本丛书在同类书中胜人一筹打下扎实基础.

愿这套高质量的丛书能帮助考生顺利闯过小升初及中、高考大关,也愿考生以小升初及中、高考为新起点,步入美好的未来.

华东师范大学出版社教辅分社

编写说明

数学是高考学科“含金量”很重的一个学科,必须认真面对数学科高考,勇敢闯过高考数学这个重要的关口。机遇与挑战并存,希望与困难同在。

纵观各地的高考数学卷,满分一般是150分,考试用时大多是2小时,题量(包括解答题中的小题)大概为22题左右,题型有“选择题”、“填空题”、“解答题”三类,题目按难度区分又有“容易题”、“中档题”、“稍难题”三种(整卷“容易题”、“中档题”、“稍难题”的分值之比约为6:3:1)。许多同学的高考成绩不理想,其原因不外有两个,或者因为自身基础知识薄弱,运算、推理、应用能力欠缺;或者由于对高考产生紧张、畏难情绪导致看错、理解错题意,对各种难度题目平均用力导致考试用时不够。为了帮助高中毕业生更好地闯过高考数学这一大关,我们编写了这套《高考数学百题大过关》丛书,目的是让各位读者读完全套丛书,研究、做完书中的例题、练习题后,能了解高考数学卷的结构,发挥自己的最大潜能,顺利解答高考数学试卷,取得好成绩,考上理想的学校。

本着为考生服务的宗旨,丛书的编写顺应高中毕业生的实际学习状况,选题力求全面性与典型性,注意根据高考数学命题的统计分布来确定各知识点、各题型的题量,尽量涵盖多年来高考常见的各种题型;同时注意高考数学命题的变化趋势,尽量选取近年来高考的创新题型。

学生在学习程度上有差异,有好、中、差之分,学习的过程从容易逐渐加大难度。为适合不同学生不同阶段的学习需要,我们按照高考数学试题的难易程度,把这套丛书分为三册书来编写,它们分别为《第一关 基础题》、《第二关 核心题》、《第三关 压轴题》。各册简介如下:

《第一关 基础题》所选的题目为容易题,若按整卷满分150分计,高考容易题分值在90分左右,基础较差的考生认真用好该册书后,能确保拿到容易题(即基础题)的分数,高考成绩便超过90分。该书按知识点来编排,对高中阶段数学科基础知识进行全面的复习,总题量有500题。

《第二关 核心题》所选的题目为中档题,若按整卷满分150分计,高考中档题分值在40分左右,基础一般的考生认真用好该册书后,能确保拿到中档题(即核心题)的分数,高考成绩便可达到130分以上。该书按知识整合和数学思想方法来编排,体现数学的核心本质与应用价值,总题量有300题。

《第三关 压轴题》所选的题目为稍难题,若按整卷满分150分计,高考稍难题分值在15分左右,基础较好的考生认真用好该册书后,能确保拿到稍难题(即压轴题)的分数,高考成绩便可达140分以上。该书按“题型”和能力要求来编排,对每一类型的压轴题作详尽的介绍,总题量有100题。

当然,上述各类同学在用完相应的一本丛书后,可根据自己的具体情况,再选取其他一本或两本丛书来研读,这对进一步夯实基础知识,提高解题能力,取得更好成绩大有裨益。

本书《第一关 基础题》为丛书的第一册。按照考试大纲对各个知识点的要求,对知识点进行适当的整合,本书共十三章。在各章中的评述中,详尽讲解了该章节的基础题所涉及的知识在高考中的表现形式与命题趋势,并通过典型例题加以说明。对各章节内容,本书还选取相应的基础题范题(题型有选择题、填空题、解答题等)让读者练习巩固,以检验自己对该专题知识

掌握的程度.相信大家认真阅读本书并做好相关范题(书末附有答案与提示)后会受益匪浅,特别是基础一般的同学一定会过好“基础”关.

吃透百题,胜券在握.愿读者增强信心,闯过“基础题”、“核心题”、“压轴题”三关,在数学高考中打个漂亮仗!

编者

目录

第一章 集合、常用逻辑用语 / 1

第一节 集合 / 1

第二节 常用逻辑用语 / 3

第二章 函数与导数 / 7

第一节 函数概念及其图象与性质 / 7

第二节 指数函数、对数函数、幂函数 / 11

第三节 函数与方程、函数模型及其应用 / 14

第四节 导数及其应用 / 18

第三章 三角函数 / 24

第一节 三角函数 / 24

第二节 三角恒等变换 / 29

第四章 平面向量、解三角形 / 35

第一节 平面向量 / 35

第二节 解三角形 / 39

第五章 数列 / 44

第一节 等差数列、等比数列 / 44

第二节 数列的简单应用 / 49

第六章 不等式 / 55

第一节 一元二次不等式 / 55

第二节 基本不等式 / 59

第三节 二元一次方程组与简单线性规划问题 / 63

第七章 立体几何初步 / 69

第一节 空间几何体 / 69

第二节 点、直线、平面之间的位置关系 / 75

第八章 平面解析几何 / 81

第一节 直线与方程 / 81

第二节 圆与方程 / 85

第三节 圆锥曲线与方程 / 90

第九章 概率、统计 / 98
 第一节 古典概型、几何概型 / 98
 第二节 统计 / 103

第十章 算法初步、推理与证明、复数 / 112
 第一节 算法初步 / 112
 第二节 推理与证明、复数 / 118

第十一章 空间向量与立体几何 / 123

第十二章 计数原理、概率与统计 / 129
 第一节 计数原理 / 129
 第二节 概率与统计 / 135

第十三章 选考内容 / 144
 第一节 几何证明选讲 / 144
 第二节 矩阵与变换 / 148
 第三节 坐标系与参数方程 / 152
 第四节 不等式选讲 / 157

参考答案 / 161

第一章
 1. 集合 节一第
 2. 集合 节一第
 3. 常用逻辑用语 节二第

第二章
 4. 函数与导数 节一第
 5. 导数及其应用 节一第
 6. 圆锥曲线 节二第
 7. 直线与圆 节二第
 8. 坐标系与参数方程 节四第

第三章
 9. 数列 节一第
 10. 数列 节二第
 11. 数列 节二第

第四章
 12. 三角函数 节一第
 13. 三角函数 节二第
 14. 三角函数 节二第

第五章
 15. 解三角形 节一第
 16. 解三角形 节二第
 17. 解三角形 节二第

第六章
 18. 不等式 节一第
 19. 不等式 节一第
 20. 不等式 节二第
 21. 不等式 节二第

第七章
 22. 复数 节一第
 23. 复数 节一第
 24. 复数 节二第

第八章
 25. 计数原理 节一第
 26. 计数原理 节二第
 27. 计数原理 节二第

第九章
 28. 排列组合 节一第
 29. 排列组合 节二第
 30. 排列组合 节二第

第一章 集合、常用逻辑用语

集合、简易逻辑知识,作为一种数学工具,在函数、方程、不等式、排列组合及曲线与方程等方面都有广泛的运用,高考题中常以上面内容为载体,以集合的语言为表现形式,结合简易逻辑知识考查学生的数学思想、数学方法和数学能力.

第一节 集 合

集合是每年高考必考的知识点之一.题型一般是选择和填空的形式,主要考查集合间的基本关系、集合的基本运算,近年试题加强了对集合的计算化简的考查,并向无限集发展,考查抽象思维能力,在解决这些问题时,要注意利用几何的直观性,注意运用 Venn 图解题方法的训练,注意利用特殊值法解题,加强集合表示方法的转换和化简的训练.考试形式多以客观题为主,有时也会渗透在解答题的表达之中.

考点诠释

下面根据考纲的要求,结合具体的案例,对集合的含义与表示、集合间的基本关系和集合的基本运算进行诠释.

1 集合的含义与表示

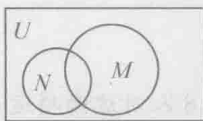
- (1) 了解集合的含义、元素与集合的“属于”关系;
- (2) 能用自然语言、图形语言、集合语言(列举法或描述法)描述不同的具体问题.

例 1 已知 $A = \{1, 2\}$, $B = \{x \mid x \in A\}$, 则集合 A 与 B 的关系为_____.

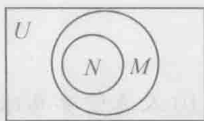
解析 因为 $A = \{1, 2\}$, 所以 $B = \{x \mid x \in A\} = \{1, 2\}$, 故 $A = B$.

要点诠释 了解集合 B 的含义.

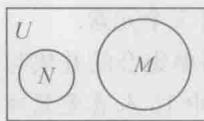
例 2 已知全集 $U = \mathbf{R}$, 则正确表示集合 $M = \{-1, 0, 1\}$ 和 $N = \{x \mid x^2 + x = 0\}$ 关系的韦恩(Venn)图是_____.



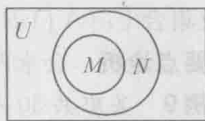
①



②



③



④

解析 由 $N = \{x \mid x^2 + x = 0\}$, 得 $N = \{-1, 0\}$, 又因为 $M = \{-1, 0, 1\}$, 所以 $N \subsetneq M$. 故选②.

要点诠释 能用自然语言、图形语言、集合语言(列举法或描述法)描述不同的具体问题.

例3 已知集合 $A = \{x | x > 5\}$, 集合 $B = \{x | x > a\}$, 若命题“ $x \in A$ ”是命题“ $x \in B$ ”的充分不必要条件, 则实数 a 的取值范围是_____.

解析 因为命题“ $x \in A$ ”是命题“ $x \in B$ ”的充分不必要条件, 所以 $A \subsetneq B$, 故 $a < 5$.

要点诠释 能用图形语言(如数轴等)描述不同的具体问题.

2 集合间的基本关系

(1) 理解集合之间包含与相等的含义, 能识别给定集合的子集.

(2) 在具体情境中, 了解全集与空集的含义.

例4 若 $\emptyset \subsetneq \{x | x^2 \leq a, a \in \mathbf{R}\}$, 则实数 a 的取值范围是_____.

解析 由题意知, $x^2 \leq a$ 有解, 故 $a \geq 0$.

要点诠释 在具体情境中, 了解全集与空集的含义.

例5 已知集合 $A = \{y | y = x^2 - 2x - 1, x \in \mathbf{R}\}$, 集合 $B = \{x | -2 \leq x < 8\}$, 则集合 A 与 B 的关系是_____.

解析 因为 $y = x^2 - 2x - 1 = (x-1)^2 - 2 \geq -2$, 所以 $A = \{y | y \geq -2\}$.

又因为 $B = \{x | -2 \leq x < 8\}$, 所以 $B \subsetneq A$.

要点诠释 理解集合之间包含与相等的含义, 能识别给定集合的子集.

例6 已知集合 $A = \{x, xy, \lg(xy)\}$, $B = \{0, |x|, y\}$, 且 $A = B$, 试求 x, y 的值.

解 由 $\lg(xy)$ 知 $xy > 0$, 故 $x \neq 0, xy \neq 0$, 于是由 $A = B$, 得 $\lg(xy) = 0$, 即 $xy = 1$.

所以 $A = \{x, 1, 0\}, B = \{0, |x|, \frac{1}{x}\}$, 于是必有 $|x| = 1, \frac{1}{x} = x \neq 1$, 故 $x = -1$,

从而 $y = -1$.

要点诠释 理解集合相等的含义.

3 集合的基本运算

(1) 理解两个集合的并集与交集的含义, 会求两个简单集合的并集与交集.

(2) 理解在给定集合中一个子集的补集的含义, 会求给定子集的补集.

(3) 能使用韦恩图表达集合的关系及运算.

例7 设集合 $A = \{x | -3 \leq 2x - 1 \leq 3\}$, 集合 B 是函数 $y = \lg(x-1)$ 的定义域, 则 $A \cap B =$ _____.

解析 因为 $A = \{x | -3 \leq 2x - 1 \leq 3\} = \{x | -1 \leq x \leq 2\}$, $B = \{x | x - 1 > 0\} = \{x | x > 1\}$, 所以 $A \cap B = \{x | 1 < x \leq 2\}$.

要点诠释 在含对数的表达式中, 其真数要大于零, 底数大于零且不等于 1.

例8 设集合 $A = \{4, 5, 7, 9\}, B = \{3, 4, 7, 8, 9\}$, 全集 $U = A \cup B$, 则集合 $\complement_U(A \cap B)$ 中的元素共有_____个.

解析 因为 $A \cap B = \{4, 7, 9\}, A \cup B = \{3, 4, 5, 7, 8, 9\}$, 所以 $\complement_U(A \cap B) = \{3, 5, 8\}$, 故集合 $\complement_U(A \cap B)$ 中有 3 个元素.

要点诠释 会求两个简单集合的并集与交集.

例9 某班共 30 人, 其中 15 人喜爱篮球运动, 10 人喜爱乒乓球运动, 8 人对这两项运动都不喜爱, 则喜爱篮球运动但不喜爱乒乓球运动的人数为_____.

解析 设两项运动都喜欢的人数为 x , 画出韦恩图(如图 1-1)得到方程 $15 - x + x + 10 - x + 8 = 30 \Rightarrow x = 3$, 所以喜爱篮球运动但不喜爱乒乓球运动的人数为 $15 - 3 = 12$ (人).

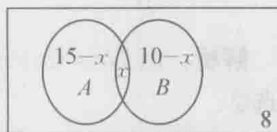


图 1-1

要点论析 能使用韦恩图表达集合的关系及运算.

过关演练

001. 设集合 $M = \{x \mid x^2 + x - 6 < 0\}$, $N = \{x \mid 1 \leq x \leq 3\}$, 则 $M \cap N =$ ().
 (A) $[1, 2)$ (B) $[1, 2]$ (C) $(2, 3]$ (D) $[2, 3]$
002. 已知 M, N 为集合 I 的非空真子集, 且 M, N 不相等, 若 $N \cap \complement_I M = \emptyset$, 则 $M \cup N =$ ().
 (A) M (B) N (C) I (D) \emptyset
003. 已知集合 $A = \{(x, y) \mid x, y \text{ 为实数, 且 } x^2 + y^2 = 1\}$, $B = \{(x, y) \mid x, y \text{ 为实数, 且 } y = x\}$, 则 $A \cap B$ 的元素个数为 ().
 (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3
004. 设集合 $U = \{y \mid y = \log_2 x, x > 1\}$, $P = \left\{y \mid y = \frac{1}{x}, x > 2\right\}$, 则 $\complement_U P =$ ().
 (A) $\left(0, \frac{1}{2}\right)$ (B) $\left[\frac{1}{2}, +\infty\right)$
 (C) $(0, +\infty)$ (D) $(-\infty, 0] \cup \left[\frac{1}{2}, +\infty\right)$
005. 已知集合 $M = \{0, 1, 2\}$, $N = \{x \mid x = 2a, a \in M\}$, 则集合 $M \cap N =$ _____.
006. 设 A, B 是非空集合, 定义 $A \textcircled{A} B = \{x \mid x \in A \cup B \text{ 且 } x \notin A \cap B\}$, 已知 $A = \{x \mid 0 \leq x \leq 2\}$, $B = \{y \mid y \geq 0\}$, 则 $A \textcircled{A} B =$ _____.
007. 已知集合 $A = \{-1, 3, 2m - 1\}$, 集合 $B = \{3, m^2\}$. 若 $B \subseteq A$, 则实数 $m =$ _____.
008. 设 P, Q 为两个非空实数集合, 定义集合 $P + Q = \{a + b \mid a \in P, b \in Q\}$, 若 $P = \{0, 2, 5\}$, $Q = \{1, 2, 6\}$, 则 $P + Q$ 中元素的个数是 _____ 个.
009. 已知集合 $M = \{x \mid x^2 = 1\}$, 集合 $N = \{x \mid ax = 1\}$, 若 $N \subsetneq M$, 则 a 的值组成的集合是 _____.
010. 满足 $\{1\} \subsetneq A \subseteq \{1, 2, 3\}$ 的集合 A 的个数是 _____ 个.
011. 集合 $M = \{x \mid \lg x > 0\}$, $N = \{x \mid x^2 \leq 4\}$, 则 $M \cap N =$ _____.
012. 设集合 $M = \{m \mid m = 2^n, n \in \mathbf{N}, \text{ 且 } m < 500\}$, 则 M 中所有元素的和为 _____.
013. 已知集合 $A = \{x \mid x > 1\}$, 集合 $B = \{x \mid m \leq x \leq m + 3\}$.
 (1) 当 $m = -1$ 时, 求 $A \cap B, A \cup B$;
 (2) 若 $B \subseteq A$, 求 m 的取值范围.

第二节 常用逻辑用语

简易逻辑考查重点是命题的真假情况、全称量词与存在量词、充要条件. 充要条件是近几年高考的重点内容, 它可与三角、立体几何、解析几何, 不等式等知识联系起来综合考查. 处理

充分、必要条件问题时,首先要分清条件与结论,然后才能进行推理和判断.不仅要深刻理解充分、必要条件的概念,而且要熟知问题中所涉及的知识点和有关概念.确定条件为不充分或不必要的条件时,常用构造反例的方法来说明.等价变换是判断充分、必要条件的重要手段之一,特别是对于以否定形式出现的命题,常通过它的等价命题,即逆否命题来考查条件与结论间的充分、必要关系.

考点诠释

下面根据考纲的要求,结合具体的案例,对命题及其关系、简单的逻辑联结词和全称量词与存在量词进行诠释.

1 了解命题的概念;了解“若 p ,则 q ”形式的命题的逆命题、否命题与逆否命题,会分析四种命题的相互关系;理解必要条件、充分条件与充要条件的意义

例 1 命题“若一个数是负数,则它的平方是正数”的逆命题是().

- (A) “若一个数是负数,则它的平方不是正数”
 (B) “若一个数的平方是正数,则它是负数”
 (C) “若一个数不是负数,则它的平方不是正数”
 (D) “若一个数的平方不是正数,则它不是负数”

解析 因为一个命题的逆命题是将原命题的条件与结论进行交换,因此逆命题为“若一个数的平方是正数,则它是负数”.故选 B.

要点诠释 了解“若 p ,则 q ”形式的命题的逆命题、否命题与逆否命题;会分析四种命题的相互关系.

例 2 命题:“若 $x^2 < 1$,则 $-1 < x < 1$ ”的逆否命题是().

- (A) 若 $x^2 \geq 1$,则 $x \geq 1$ 或 $x \leq -1$
 (B) 若 $-1 < x < 1$,则 $x^2 < 1$
 (C) 若 $x > 1$ 或 $x < -1$,则 $x^2 > 1$
 (D) 若 $x \geq 1$ 或 $x \leq -1$,则 $x^2 \geq 1$

解析 根据逆否命题与原命题的关系,可得答案 D.

例 3 命题“若 $a > b$,则 $2^a > 2^b - 1$ ”的否命题为_____.

解析 根据否命题与原命题的关系,可得否命题是:若 $a \leq b$,则 $2^a \leq 2^b - 1$.

例 4 下列选项中, p 是 q 的必要不充分条件的是().

- (A) $p: a+c > b+d$, $q: a > b$ 且 $c > d$
 (B) $p: a > 1, b > 1$, q : 函数 $f(x) = a^x - b$ ($a > 0$,且 $a \neq 1$)的图象不过第二象限
 (C) $p: x = 1$, $q: x^2 = x$
 (D) $p: a > 1$, q : 函数 $f(x) = \log_a x$ ($a > 0$,且 $a \neq 1$)在 $(0, +\infty)$ 上为增函数

解析 要判断A是B的什么条件,只要判断由A能否推出B和由B能否推出A即可.由 $a > b$ 且 $c > d$ 可以得到 $a+c > b+d$,可举反例说明由 $a+c > b+d$ 不能推出 $a > b$ 且 $c > d$,因此, p 是 q 的必要不充分条件;D中 p 是 q 的充要条件;B、C中 p 是 q 的充分不必要条件;故选 A.

要点诠释 理解必要条件、充分条件与充要条件的意义.

2 了解逻辑联结词“或”、“且”、“非”的含义

例 5 已知命题 p :所有有理数都是实数,命题 q :正数的对数都是负数,则下列命题中为

真命题的是().

(A) $(\neg p) \vee q$

(B) $p \wedge q$

(C) $(\neg p) \wedge (\neg q)$

(D) $(\neg p) \vee (\neg q)$

解析 不难判断命题 p 为真命题, 命题 q 为假命题, 从而上述叙述中只有 $(\neg p) \vee (\neg q)$ 为真命题. 故选 D.

要点诠释 能根据真值表判断含有逻辑联结词命题的真假.

3 理解全称量词与存在量词的意义;能正确地对含有一个量词的命题进行否定

例 6 已知命题 $p: \forall x_1, x_2 \in \mathbf{R}, (f(x_2) - f(x_1))(x_2 - x_1) \geq 0$, 则 $\neg p$ 是().

(A) $\exists x_1, x_2 \in \mathbf{R}, (f(x_2) - f(x_1))(x_2 - x_1) \leq 0$

(B) $\forall x_1, x_2 \in \mathbf{R}, (f(x_2) - f(x_1))(x_2 - x_1) \leq 0$

(C) $\exists x_1, x_2 \in \mathbf{R}, (f(x_2) - f(x_1))(x_2 - x_1) < 0$

(D) $\forall x_1, x_2 \in \mathbf{R}, (f(x_2) - f(x_1))(x_2 - x_1) < 0$

解析 全称命题的否定形式为将“ \forall ”改为“ \exists ”, 后面的加以否定, 即将“ $(f(x_2) - f(x_1))(x_2 - x_1) \geq 0$ ”改为“ $(f(x_2) - f(x_1))(x_2 - x_1) < 0$ ”, 故选 C.

过关演练

014. 已知 α, β 表示两个不同的平面, m 为平面 α 内的一条直线, 则“ $\alpha \perp \beta$ ”是“ $m \perp \beta$ ”的().
 (A) 充分不必要条件 (B) 必要不充分条件
 (C) 充要条件 (D) 既不充分也不必要条件
015. “ $a = 1$ ”是“函数 $f(x) = |x - a|$ 在区间 $[1, +\infty)$ 上为增函数”的().
 (A) 充分不必要条件 (B) 必要不充分条件
 (C) 充要条件 (D) 既不充分也不必要条件
016. 设集合 $M = \{x \mid 0 < x \leq 3\}$, $N = \{x \mid 0 < x \leq 2\}$, 那么“ $a \in M$ ”是“ $a \in N$ ”的().
 (A) 充分而不必要条件 (B) 必要而不充分条件
 (C) 充分必要条件 (D) 既不充分也不必要条件
017. 已知 p 是 r 的充分条件而不是必要条件, q 是 r 的充分条件, s 是 r 的必要条件, q 是 s 的必要条件. 现有下列命题: ① s 是 q 的充要条件; ② p 是 q 的充分条件而不是必要条件; ③ r 是 q 的必要条件而不是充分条件; ④ $\neg p$ 是 $\neg s$ 的必要条件而不是充分条件; ⑤ r 是 s 的充分条件而不是必要条件, 则正确命题序号是().
 (A) ①④⑤ (B) ①②④ (C) ②③⑤ (D) ②④⑤
018. 下列各小题中, p 是 q 的充要条件的是().
 ① $p: m < -2$, 或 $m > 6$; $q: y = x^2 + mx + m + 3$ 有两个不同的零点
 ② $p: \frac{f(-x)}{f(x)} = 1$; $q: y = f(x)$ 是偶函数
 ③ $p: \cos \alpha = \cos \beta$; $q: \tan \alpha = \tan \beta$
 ④ $p: A \cap B = A$; $q: \complement_U B \subseteq \complement_U A$
 (A) ①② (B) ②③ (C) ③④ (D) ①④
019. “ $\tan \alpha = 1$ ”是“ $\alpha = \frac{\pi}{4}$ ”的().
 (A) 充分而不必要条件 (B) 必要而不充分条件

- (C) 充要条件 (D) 既不充分也不必要条件
020. 设 $a \in \mathbf{R}$, 则“ $a = -2$ ”是“直线 $l_1: ax + 2y + 4 = 0$ 与直线 $l_2: x + (a+1)y + 4 = 0$ 平行”的().
- (A) 充分不必要条件 (B) 必要不充分条件
 (C) 充分必要条件 (D) 既不充分也不必要条件
021. 已知命题 $p: \forall x \in \mathbf{R}, \sin x \leq 1$, 则().
- (A) $\neg p: \exists x \in \mathbf{R}, \sin x \geq 1$ (B) $\neg p: \forall x \in \mathbf{R}, \sin x \geq 1$
 (C) $\neg p: \exists x \in \mathbf{R}, \sin x > 1$ (D) $\neg p: \forall x \in \mathbf{R}, \sin x > 1$
022. 下列命题是真命题的为().
- (A) 若 $\frac{1}{x} = \frac{1}{y}$, 则 $x = y$ (B) 若 $x^2 = 1$, 则 $x = 1$
 (C) 若 $x = y$, 则 $\sqrt{x} = \sqrt{y}$ (D) 若 $x < y$, 则 $x^2 < y^2$
023. 设集合 $M = \{1, 2\}$, $N = \{a^2\}$, 则“ $a = 1$ ”是“ $N \subseteq M$ ”的().
- (A) 充分不必要条件 (B) 必要不充分条件
 (C) 充分必要条件 (D) 既不充分又不必要条件
024. 命题“所有能被 2 整除的数都是偶数”的否定是().
- (A) 所有不能被 2 整除的数都是偶数
 (B) 所有能被 2 整除的数都不是偶数
 (C) 存在一个不能被 2 整除的数都是偶数
 (D) 存在一个能被 2 整除的数不是偶数
025. 设 $n \in \mathbf{N}_+$, 一元二次方程 $x^2 - 4x + n = 0$ 有整数根的充要条件是 $n =$ _____.

函数是高中数学中十分重要的内容,函数思想是思考与解决数学问题的重要思想,是初等数学与高等数学的主要衔接部分,同时也是贯穿整个中学数学的一根主线,具有概念性强,内容丰富,与其他知识(特别是方程、不等式、导数等知识)联系广泛等特点,对函数怎么重视都不过分.函数的性质、函数的图象和函数的综合应用每年都炙手可热,特别是二次函数已经成为高考永恒的主题,涉及的题型有选择题、填空题和解答题.近年来高考试题对函数的考查更加灵活,函数与不等式、函数与数列、函数与解析几何、函数与三角,甚至是函数与向量相结合的问题层出不穷,除了传统考查形式外,花样还不断翻新,已经发展到了挖掘函数本质、活用性质、新定义和新情境等高层次水平上.

导数是高等数学的最为基础的内容,是中学必选的重要知识之一.由于导数应用的广泛性,可为解决所学过的函数问题提供更有效的工具或更一般性的方法,导数方法与初等方法相比对技巧性的要求有所降低,因此运用导数方法可以简捷地解决相关问题.有时就好比杀鸡用牛刀,不费吹灰之力即可解决以往非常复杂的问题.可以说导数的加入使函数这部分内容更加充盈,也显得更加重要.

第一节 函数概念及其图象与性质

本节主要考查函数的定义域、值域、表示法、函数的图象与性质等内容.命题形式上看,以客观题为主,对数学思想的考查渐成趋势;从能力要求来看,重点还是各种性质的灵活运用.

考点诠释

下面根据考纲的要求,结合具体的案例,对函数进行诠释.

1 了解构成函数的要素,会求一些简单函数的定义域和值域;了解映射的概念

例 1 已知函数 $f(x) = \frac{1}{\sqrt{1-x}}$ 的定义域为 M , $g(x) = \ln(1+x)$ 的定义域为 N , 则 $M \cap N =$

().

(A) $\{x \mid x > -1\}$

(B) $\{x \mid -1 < x < 1\}$

(C) $\{x \mid x < 1\}$

(D) \emptyset

解析 $M = \{x \mid x < 1\}$, $N = \{x \mid x > -1\}$, 所以 $M \cap N = \{x \mid -1 < x < 1\}$, 故选 B.

要点诠释 会求一些简单函数的定义域.

例 2 函数 $f(x) = \log_2(3^x + 1)$ 的值域为().

(A) $(0, +\infty)$

(B) $[0, +\infty)$

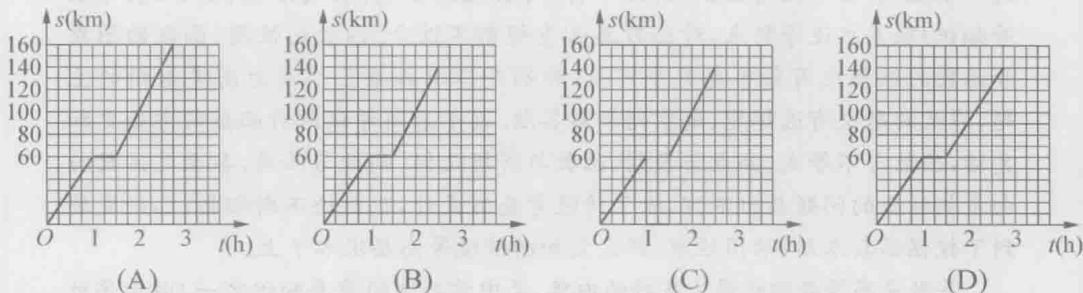
(C) $(1, +\infty)$

(D) $[1, +\infty)$

解析 函数 $f(x) = \log_2(3^x + 1)$ 的定义域为 \mathbf{R} , 因为 $3^x + 1 > 1$, 所以 $\log_2(3^x + 1) > 0$, 故选 A.

2 在实际情境中, 会根据不同的需要选择恰当的方法(如图象法、列表法、解析法)表示函数

例 3 客车从甲地以 60 km/h 的速度匀速行驶 1 小时到达乙地, 在乙地停留了半小时, 然后以 80 km/h 的速度匀速行驶 1 小时到达丙地, 下列描述客车从甲地出发经过乙地, 最后到达丙地所经过的路程 s 与时间 t 之间关系的图象中, 正确的是().



解析 由选项知横轴为时间轴, 纵轴为路程, 两次路程共 $60 + 80 = 140$ km, 因此 A 是错误的; 当 $t \in [1, 1.5]$ 时, 路程为 60, 不能为 0, C 是错误的; D 中总用时大于 2.5 小时, 故选 B.

要点诠释 本题考查阅读理解和用图象描述变量之间的依赖关系, 这是新课程加强的部分.

例 4 已知函数 $f(x)$ 、 $g(x)$ 分别由下表给出:

x	1	2	3
$f(x)$	1	3	1

x	1	2	3
$g(x)$	3	2	1

则 $f[g(1)]$ 的值 _____; 满足 $f[g(x)] > g[f(x)]$ 的 x 的值 _____.

解析 $f[g(1)] = f(3) = 1$, 由 $f[g(x)] > g[f(x)]$, 对 $x = 1, x = 2, x = 3$ 进行验证, 易得 $x = 2$ 满足要求.

要点诠释 读懂用列表法描述变量之间的依赖关系.

3 了解简单的分段函数, 并能简单应用

例 5 已知函数 $f(x) = \begin{cases} x^2, & x \in (-\infty, 0], \\ 2\cos x, & x \in (0, \pi). \end{cases}$ 若 $f[f(x_0)] = 2$, 则 $x_0 =$ _____.

解析 依题意, 当 $x_0 \in (0, \pi)$ 时, $-2 < f(x_0) < 2$, 又因为 $f[f(x_0)] = 2$, 所以 $f(x_0) \leq 0$. 所以 $2 = f[f(x_0)] = f^2(x_0)$, 即 $f(x_0) = -\sqrt{2}$. 于是由 $2\cos x_0 = -\sqrt{2}$ 及 $x_0 \in (0, \pi)$, 解得 $x_0 = \frac{3\pi}{4}$.

当 $x_0 \in (-\infty, 0]$ 时, $f(x_0) = x_0^2$. 若 $x_0^2 \geq \pi$, 则 $f[f(x_0)]$ 无意义; 若 $0 < x_0^2 < \pi$, 则 $f[f(x_0)] = 2\cos x_0^2 < 2$.

综上, $x_0 = \frac{3}{4}\pi$.

要点诠释 审视解析式, 整体把握分段函数的意义.

4 理解函数的单调性、最大值、最小值及其几何意义; 结合具体函数, 了解函数奇偶性的含义

例 6 设函数 $f(x) = \frac{(x+1)(x+a)}{x}$ 为奇函数, 则 $a =$ _____.

解析 由 $f(-x) = -f(x)$, 可解得 $a = -1$.

要点诠释 考查对函数奇偶性的了解水平及运算能力.

例7 下列函数 $f(x)$ 中, 满足“对任意 $x_1, x_2 \in (0, +\infty)$, 当 $x_1 < x_2$ 时, 都有 $f(x_1) > f(x_2)$ ”的是().

(A) $f(x) = \frac{1}{x}$

(B) $f(x) = (x-1)^2$

(C) $f(x) = e^x$

(D) $f(x) = \ln(x+1)$

解析 依题意可得函数应在 $x \in (0, +\infty)$ 上单调递减, 故由选项可得 A 正确.

要点诠释 除了考查函数单调性的定义外, 兼顾考查幂、指数、对数函数的图象.

例8 如果奇函数 $f(x)$ 在区间 $[3, 7]$ 上是增函数且最小值为 5, 那么 $f(x)$ 在区间 $[-7, -3]$ 上是().

(A) 增函数且最小值为 -5

(B) 增函数且最大值为 -5

(C) 减函数且最小值为 -5

(D) 减函数且最大值为 -5

解析 依题意, 由于奇函数的图象关于原点中心对称, 所以 $f(x)$ 在区间 $[-7, -3]$ 上也是增函数且最大值为 -5, 故选 B.

要点诠释 本题主要考查利用函数的奇偶性、单调性求函数的最值.

5 会运用函数图象理解和研究函数的性质

例9 已知函数 $f(x) = \begin{cases} x^2 + 4x, & x \geq 0, \\ 4x - x^2, & x < 0, \end{cases}$ 若 $f(2-a^2) > f(a)$, 则实数 a 的取值范围是

().

(A) $(-\infty, -1) \cup (2, +\infty)$

(B) $(-1, 2)$

(C) $(-2, 1)$

(D) $(-\infty, -2) \cup (1, +\infty)$

解析 由题知 $f(x)$ 在 \mathbf{R} 上是增函数, 由题得 $2-a^2 > a$, 解得 $-2 < a < 1$, 故选 C.

要点诠释 本小题以分段函数为背景, 通过函数图象来研究函数的单调性.

例10 设 $f(x)$ 是 $(-\infty, +\infty)$ 上的奇函数, $f(x+2) = -f(x)$, 当 $0 \leq x \leq 1$ 时, $f(x) = x$, 则 $f(7.5)$ 等于().

(A) 0.5

(B) -0.5

(C) 1.5

(D) -1.5

解析 $\because f(x+2) = -f(x), \therefore f(x+4) = f(x), \therefore f(7.5) = f(7.5-8) = f(-0.5)$.

又 $f(x)$ 为奇函数, $\therefore f(-0.5) = -f(0.5) = -0.5$, 故选 B.

要点诠释 本小题通过函数图象研究函数的周期变化规律.

过关演练

026. 下列各组函数中, 表示同一函数的是().

(A) $f(x) = 1, g(x) = x^0$

(B) $f(x) = x+2, g(x) = \frac{x^2-4}{x-2}$

(C) $f(x) = |x|, g(x) = \begin{cases} x, & x \geq 0, \\ -x, & x < 0 \end{cases}$

(D) $f(x) = x, g(x) = (\sqrt{x})^2$

027. 某厂日产手套总成本 y (元)与手套日产量 x (双)的关系式为 $y = 5x + 4000$, 而手套出厂价格为每双 10 元, 则该厂为了不亏本, 日产手套至少为().

(A) 200 双

(B) 400 双

(C) 600 双

(D) 800 双