城镇工矿企业电气技术工人培训教材 Ⅰ

●基础电工数学
●电路基本原理
●电子技术基础

汪德澍 主编
冯 竞 主审

云南科技出版社

城镇工矿企业电气技术工人培训教材

Ⅰ

汪德澍　主编
冯　竞　主审

基础电工数学
电路基本原理
电子技术基础

云南科技出版社

责任编辑：林德琼
封面设计：袁亚雄

城镇工矿企业电气技术工人培训教材 I

基础电工数学
电路基本原理
电子技术基础

汪德澍　主编
冯　竞　主审

云南科技出版社出版发行　（昆明市书林街100 号）
清　泉　彩　印　厂　印　装
开本：787 ×1092 1 / 16　印张：19.5　字数：499.2 仟字
1990 年 1 月第 1 版　　1990 年 1 月第 1 次印刷
印数：1～5000 册

ISBN 7－5416－0264－7 / TM · 1　　定价：　元

前　　言

为提高电气工人的技术水平，保证电网安全稳定运行，促进我国科学技术现代化的迅速实现，国家标准局将制订颁布《城镇工矿企业电气工人技术标准》（简称“标准”）。作为今后衡量、考核工矿企业电气工人技术水平的主要依据，和进行电工培训、技术定级时的参照标准。

云南省电机工程学会供用电专业委员会和理论电工专业委员会，根据上述“标准”大纲，组织云南大学、昆明工学院、云南工学院、昆明大学等高等院校长期从事有关专业教学和生产实践的教师，编写了这套《城镇工矿企业电气技术工人培训教材》。

教材主要针对“标准”中4—6级电气工人“应知”、“应会”要求的基本技术理论基础和工艺学知识编写。其中有些部分兼顾了“标准”对7、8级电气技术工人的较高要求。全套教材包括：电工数学、电路理论、电子技术、电机变压器、工厂常用电器、电机拖动控制、电工测量仪表，以及有关的电工工艺学等内容。计二卷六篇，共三十五章。第一、二、三篇编为第一卷，第四、五、六篇编为第二卷。其中，第一篇基础电工数学的第1－4章为裴文彩编写，第5—7章为李德明编写，第8章为董振勋编写，全篇由李德明统稿；第二篇电路基本原理的第9章和第11章为范彝陵编写，第10章和第12章为田育慧编写，第13—15章为全正盖编写，全篇由范彝陵统稿；第三篇电子技术基础的第16—18章为童汉涛编写，第19—21章为兰得春编写，全篇由兰得春统稿；第四篇电机与变压器为肖钺编写；第五篇常用电器与控制为管前新编写；第六篇电工测量与仪表为秦光培编写。

全书由汪德澍主编，冯竞主审。

该书取材紧扣“标准”，从电气工人所应具备的电工数学基础开始，结合具体生产实践，循序渐进，从理论到实际讲述电工技术，文中除了列举大量实例之外，章后还附有各类习题，易学易懂，适合具有初中以上文化程度的电气工人自学，及作为电气技术工人培训的系列教材。

该书的编写、出版，得到许多单位和个人的大力支持、关心和帮助，在此一并致谢！

望广大读者在使用过程中提出宝贵意见，以便再版时修订。

编辑委员会

1989年11月于昆明

编辑单位

云南省电机工程学会 理论电工专业委员会
供用电专业委员会

云南省劳动保护宣传教育中心

编辑委员会：

主 任 委 员： 胡景坤

副主任委员： 冯 竞 陈先根 陈绳武

委 员： 胡景坤 冯 竞 陈先根 陈绳武 汪德澍
管前新 李德明 范彝陵 裴文彩 陈济伦
戴开煌 韩 莉

主编： 汪德澍

主审： 冯 竞

编写：

第一卷

基础电工数学：裴文彩 李德明 董振勋
电路基本原理：范彝陵 田育慧 全正盖
电子技术基础：童汉涛 兰得春

第二卷

电机与变压器：肖 钺
常用电器与控制：管前新
电工测量与仪表：秦光培

第一卷　目　录

第一篇　基础电工数学

第二篇　电路基本原理

第三篇　电子技术基础

第一篇　基础电工数学

第一章　函　数

第一节　函数的概念

一、函数的定义

在某一变化过程中，可以取不同数值的量叫做变量，而始终保持相同数值的量叫做常量。常量通常用A、B、C、D等字母表示；变量通常用x、y、z等字母表示。例如：

设物体以速度v作等速直线运动。则物体经过的路程S和时间t成正比，

即　$$S = vt$$

其中v就是常量，S和t是变量。

在电阻R的两端加上电压U，则流过该段电路的电流强度I与电压成正比，

即　$$U = RI$$

其中R是常量，U和I是变量。

电容器充电后，其所贮存的电量q是与电容器两端的电压U成正比，

即　$$q = CU$$

其中C为常量，q和v 是变量

综上所述，在两个变量x和y中，如果对于变量x的每个数值，按照一定对应关系，y都有唯一的值与之相对应，那么y就叫做x的函数。x叫做自变量，y叫做因变量。y是x的函数，表示为$y = f(x)$。字母f称为函数符号，即表示变量x与函数y之间的对应关系。在同时研究两个或两个以上函数时，除了用f以外，还可以用F、Q、G、φ等不同的字母表示不同的函数。在上述例子中，我们分别用字母t、I、v 等表示自变量，而用S、U、q 等字母表示函数。

二、函数的三种表示方法

两个变量之间的函数关系，通常有三种表示方法。

（一）解析法　用等式表示两个变量之间的函数关系叫做解析法。

上述各等式 $S = vt$、$U = RI$、$q = CU$等都是用解析法表示$y = f(x)$函数关系的例子，

（二）列表法　用列表表示两个变量间函数关系的方法，叫列表法。例如$U = RI$是表示函数关系的解析式，用列表法表示如下：

设$R = 100Ω$，不断改变U的数值，可以得到相应的电流数值，如表1—1所示。

表1—1

电压U(伏)	－3	－2	－1	0	1	2	3	4	5
电流I(毫安)	－30	－20	－10	0	10	20	30	40	50

（三）图象法　用图象表示两个变量间函数关系的方法叫做图象法。我们仍以上述

$U=IR$为例，将表1—1的数值描成图象如图1—1。在电工学和电子技术中，一般把表示某两个物理量之间的函数关系的图象叫做特性曲线。上述图象表示出I与U之间的关系，故称为伏安特性曲线。因为$U=RI$的伏安特性曲线为直线，故R为常数称为线性元件。

三、函数的定义域和值域

在函数$y=f(x)$中，自变量x每取一确定值x_0，则称$y_0=f(x_0)$为对应于$x=x_0$时的函数值。自变量x可取值的范围称为函数的定义域，函数y的取值范围称为函数的值域。函数$f(x)=x$的定义域是全体实数，即$(-\infty,\infty)$，它的值域也是全体实数$(-\infty,\infty)$。函数$f(x)=x^2$的定义域是全体实数$(-\infty,\infty)$，但其值域则是$(0,\infty)$。下面，将举例说明，怎样求一个函数的定义域，为此，还将简要地说明区间的概念。

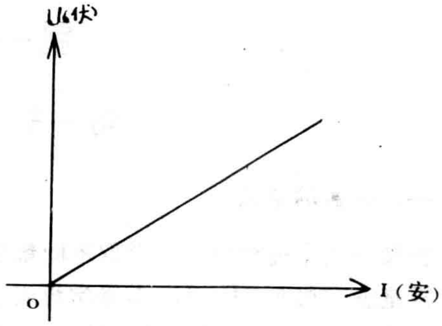

图1—1

所谓区间 是指介于两个实数之间所有实数的集合。这两个实数叫做区间的端点。

设a、b为任意两个实数，且$a<b$，我们规定：

（1）满足不等式$a\leqslant x\leqslant b$的所有实数的集合叫做闭区间，记为$[a,b]$；

（2）满足不等式$a<x<b$的所有实数的集合叫做开区间，记为(a,b)；

（3）满足不等式$a<x\leqslant b$的所有实数的集合叫做左开区间，记为$(a,b]$；

（4）满足不等式$a\leqslant x<b$的所有实数的集合叫做右开区间，记为$[a,b)$。

例1—1 求下列函数的定义域：

（1）$y=x^2+\dfrac{1}{x^2-x-2}$； （2）$y=\sqrt{x}+\sqrt{-x}$。

解：（1）对于$y=x^2+\dfrac{1}{x^2-x-2}$，由于分式的分母不能为零，否则y就变为∞，所以应排除$x=-1$和$x=2$两种情况，即函数的定义域为$x\neq-1$和$x\neq2$的所有实数。用区间表示就是$(-\infty,-1)$，$(-1,2)$，$(2,\infty)$。

（2）对于函数$y=\sqrt{x}+\sqrt{-x}$，由于$x\geqslant0$时$\sqrt{x}$有意义，当$x\leqslant0$时$\sqrt{-x}$有意义，所以函数$y=\sqrt{x}+\sqrt{-x}$的定义域为$x=0$。

四、反函数

在一个函数关系中，哪个是自变量，哪个是因变量（即自变量的函数），并不是绝对的，可以根据具体情况而加以选择决定。

例如，在函数$y=x^3$中，x为自变量，y为x的函数值，而且函数值与自变量之间为单值关系，即对应于一个x值有唯一的一个y值与之相对应。反之，若有一个y值，也只有唯一的一个x值与之相对应。在这种情况下，如果我们以y为自变量，x为函数值，则可得出一个新的函数$x=\sqrt[3]{y}$，这个新的函数$x=\sqrt[3]{y}$就叫做函数$y=x^3$的反函数。

根据以上分析，对反函数可作如下定义：

设有函数$y=f(x)$，其定义域为D，值域为M，如果对于M中的每一个y值，都可以从关系式$y=f(x)$确定唯一的一个x值与之对应，这样便确定了一个以y为自变量的新函数，$x=\varphi(y)$，这个新函数$x=\varphi(y)$，就叫做函数$y=f(x)$的反函数，记作$x=f^{-1}(y)$，其定义域为M，值域为D。

例 1—2 求下列函数的反函数：

（1） $y=x^3$；　　（2） $y=\dfrac{x-1}{x+1}$ 。

解：（1）因为$y=x^3$的反对应关系是单值，故由$y=x^3$可得，$x=\sqrt[3]{y}$，即函数$y=x^3$的反函数为 $x=\sqrt[3]{y}$。

（2）因为$y=\dfrac{x-1}{x+1}$的反对应关系是单值的，故由$y=\dfrac{x-1}{x+1}$可得 $x=\dfrac{1+y}{1-y}$，即函数

$y=\dfrac{1-x}{1+x}$的反函数为 $x=\dfrac{1+y}{1-y}$ 。

函数$y=f(x)$的反函数$x=f^{-1}(y)$是以y为自变量的、但习惯上都以x为自变量，所以反函数$x=f^{-1}(y)$通常表示为$y=f^{-1}(x)$。虽然在这里改变了表示变量的字母，但其定义域和所表示的函数关系并未改变，因此，在求一给定函数的反函数时，可先由给定函数$y=f(x)$求得$x=f^{-1}(y)$，再将字母x与y互换，就可得到以x为自变量的反函数$y=f^{-1}(x)$。

以后如无特殊说明，函数$y=f(x)$的反函数都是指以x为自变量的反函数$y=f^{-1}(x)$。

第二节　幂函数、指数函数和对数函数

在电工学中，我们经常用到幂函数、指数函数、对数函数、三角函数和反三角函数。后面两种函数第三章单独讲述，本章着重讲幂函数、指数函数和对数函数。

一、幂函数及其图象和性质

（一）幂函数的定义　具有形式$y=x^a$的函数，叫做幂函数，其中指数a为常量，称为幂，它可以是任何实数。例如：$y=x$，$y=x^2$，$y=x^3$，$y=x^{-1}$，$y=x^{-2}$，$y=x^{-3}$，$y=x^{\frac{1}{2}}$，$y=x^{\frac{1}{n}}$，$y=x^{\sqrt{3}}$……都是幂函数。

幂函数的定义域按指数a的值确定。例如$y=x^3$的定义域为$(-\infty,\infty)$；$y=x^{-1}$的定义域是$x\neq 0$的一切实数；$y=x^{\frac{1}{2}}$的定义域是x不为负的一切正实数，可记为$[0,\infty)$；$y=x^{-\frac{1}{2}}$的定义域是$x\neq 0$，x不为负的实数，即$(0,\infty)$。

（二）幂函数的图象和性质　$y=x^a$的图象和性质与指数a的值有关。下面分别就$a>0$和$a<0$两种情形讨论几个常见的幂函数的图象和性质。

1、$a>0$的情况　设所讨论的幂函数的解析式为$y=x$，$y=x^2$，$y=x^3$和$y=x^{\frac{1}{2}}$。我们给自变量x一系列的数值，分别算出各式中y的数值，如表1—2。

将表1—2的数据在平面坐标上作出图象，分别如图1—2，图1—3，图1—4和图1—5所示。

表 1—2

x	−2	−1.5	−1	−0.5	0	0.5	1	1.5	2	3
$y=x$	−2	−1.5	−1	−0.5	0	0.5	1	1.5	2	3
$y=x^2$	4	2.25	1	0.25	0	0.25	1	2.25	4	9
$y=x^3$	−8	−3.375	−1	−0.125	0	0.125	1	3.375	8	27
$y=x^{\frac{1}{2}}$	—	—	—	—	0	0.707	1	1.225	1.414	1.7

从图1—2～图1—5可以看出，以上四个幂函数都有下列性质：

（1）图象都通过原点和点(1，1)；

（2）在第Ⅰ象限内曲线从左到右逐渐上升，即函数值随 x 的增大而增大，我们称函数在区间（0，+∞）内单调增加；

（3）函数$y=x$和$y=x^3$的图象关于原点对称，我们称其为奇函数；函数$y=x^2$的图象关于y轴对称，称为偶函数；函数$y=x^{\frac{1}{2}}$的图象既不关于原点对称，也不关于 y 轴对称，称为非奇非偶函数。

2、a 0的情形　我们讨论$y=x^{-1}$，$y=x^{-2}$和$y=x^{-\frac{1}{2}}$几个函数。给自变量 x 不同的数值，分别算出各相应的函数值，如表 1—3 所示。

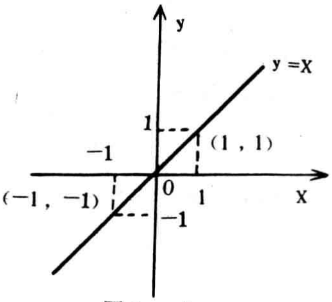

图 1 — 2

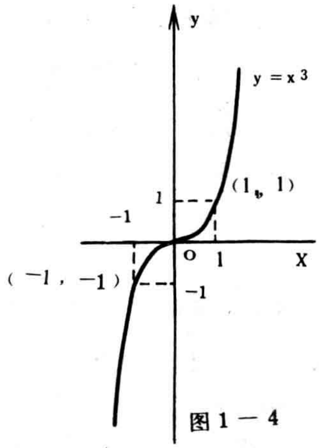

图 1 — 4

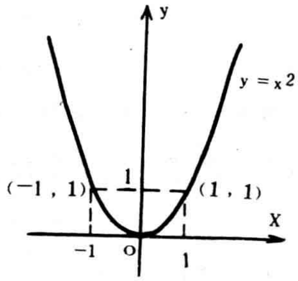

图 1 — 3

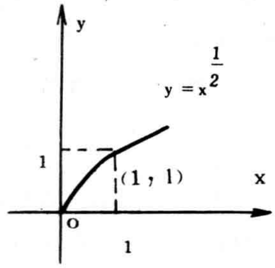

图 1 — 5

表 1 — 3

x	−3	−2	−1	−0.5	−0.25	0.25	0.5	1	2	3
$y=x^{-1}$	−0.33	−0.5	−1	−2	−4	4	2	1	0.5	0.33
$y=x^{-2}$	0.11	0.25	1	4	16	16	4	1	0.25	0.11
$y=x^{-\frac{1}{2}}$	—	—	—	—	—	2	1.414	1	0.707	0.577

将表 1 — 3 的数据在平面坐标上作图，所得$y=x^{-1}$，$y=x^{-2}$和$y=x^{-\frac{1}{2}}$的图象分别如图 1 — 6 、图 1 — 7 和图 1 — 8 所示。从图中可以看出，以上各函数都具有下列性质：

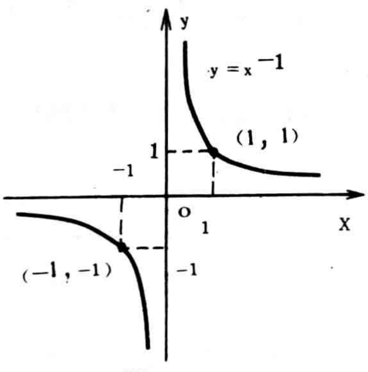

图 1 — 6

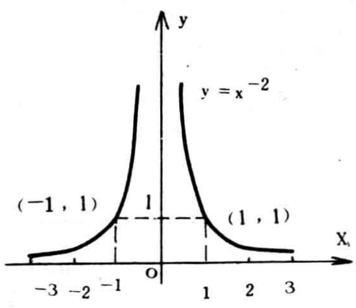

图1 —7

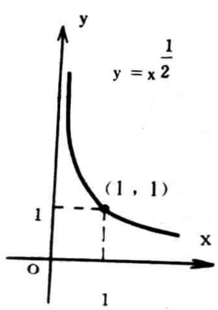

图1 —8

（1）图象都通过点（1，1）；

（2）在第Ⅰ象限内曲线从左到右逐渐下降，即函数值随x的增大而减小，称这种函数为在区间（0，+∞）内单调减小；

（3）$y=x^{-1}$的图象关于原点对称，为奇函数；$y=x^{-2}$的图象关于y轴对称，为偶函数；$y=x^{-\frac{1}{2}}$的图象既不关于原点对称，也不关于y轴对称，为非奇非偶函数。

二、指数函数及其性质

（一）指数与指数计算　　对于n个a相乘，我们记为：

$$a^n=\underbrace{a\cdot a\cdot a\cdots\cdots a}_{n个} \tag{1—1}$$

其中a为给定正数，称为底数，n称为指数。

指数有下列运算规则：

（1）同底相乘等于指数相加，即

$$a^m\cdot a^n=a^{m+n}。 \tag{1—2}$$

（2）指数的乘方等于其指数相乘。

$$(a^m)^n=a^{mn}。 \tag{1—3}$$

（3）同底数相除等于被除数的指数减去除数的指数（$a\neq 0$）

$$\frac{a^m}{a^n}=a^{m-n}。 \tag{1—4}$$

当$m=n$时

$$\frac{a^m}{a^n}=a^0=1。 \tag{1—5}$$

（4）两数积的n次方等于两数分别n次方之积，即

$$(a\ b)^n=a^n\cdot b^n。 \tag{1—6}$$

（5）两数商的n次方等于两数分别n次方后再求商，即

$$(\frac{a}{b})^n=\frac{a^n}{b^n}。 \tag{1—7}$$

（6）负指数为正指数的倒数。

$$\because\ a^n\cdot a^{-n}=a^{n-n}=a^0=1$$

$$\therefore\ a^{-n}=\frac{1}{a^n}。 \tag{1—8}$$

（二）指数函数的定义　　具有形式：$y=a^x$（$a>0$，$a\neq1$）　　(1—9)

的函数叫做指数函数。例如$y=2^x$，$y=(\frac{1}{2})^x$，$y=10^x$和$y=e^x$〔$e=2.7182\cdots\cdots$〕等函数都是指数函数。指数函数的定义域为（$-\infty$，$+\infty$）。

（三）指数函数的图象和性质　　设有指数函数$y=2^x$，$y=(\frac{1}{2})^x$、$y=10^x$和$y=e^x$，给自变量x一系列数值，分别算出上述各式中相应的函数值y，列表1—4。

表1—4

x	−3	−2	−1	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{4}$	1	2	3
$y=2^x$	0.125	0.25	0.5	0.707	1	1.189	1.414	1.682	2	4	8
$y=(\frac{1}{2})^x$	8	4	2	1.414	1	0.841	0.707	0.595	0.5	0.25	0.125
$y=10^x$	0.001	0.01	0.1	0.316	1	1.778	3.162	5.623	10	100	1000
$y=e^x$	0.050	0.135	0.368	0.606	1	1.284	1.649	2.117	2.718	7.389	20.085

用表1—4的数据，在同一坐标上作出 $y=2^x$，$y=(\frac{1}{2})^x$和$y=10^x$的图象，如图1—9所示。$y=e^x$的图象与$y=2^x$十分接近。

从图1—9的图象可以看出，上述指数函数具有如下的性质：

（1）图象都在x轴的上方；

（2）图象都通过点（0、1）；

（3）当$a>1$时，曲线从左到右逐渐上升；当$0<a<1$时，曲线从左到右逐渐下降；

（4）当$a>1$时，曲线的右端向上无限伸展，左端无限地逼近x轴，但与x轴不相交；当$0<a<1$时，曲线的左端向上无限伸展，右端无限地逼近x轴，但与x轴不相交。

三、对数函数及其图象和性质

（一）指数与对数的关系　　指数函数$y=a^x$中，x为自变量，给x一系列数值，可以算出一系列的y值。反之，若将y视为自变量，给y一系列数值，也可求出一系列的x值，这时，称x为以a为底y的对数，并记作

$$x=\log_a y \tag{1—10}$$

通常总是以x作自变量，y作函数。故上式常记为

$$y=\log_a x \tag{1—11}$$

称y为以a为底x的对数，其中$a>0$，$a\neq1$，它的定义域为（0，$+\infty$）。

（二）对数的计算　　由于对数函数是指数函数的反函数，对数计算可由指数计算推导出来。

由$a^1=a$，可得$\log_a a=1$　　(1—12)

因为$a^0=1$　所以有$\log_a 1=0$　　(1—13)

因为$a^x\cdot a^y=a^{x+y}$，经过简单的推导可得

$$\log_a(mn)=\log_a m+\log_a n \tag{1—14}$$

同理

$$\log_a\left(\frac{m}{n}\right)=\log_a m-\log_a n \tag{1—15}$$

$$\log_a(m)^n=n\log_a m \tag{1—16}$$

$$\log_a\sqrt[n]{m}=\log_a m^{\frac{1}{n}}=\frac{1}{n}\log_a m \tag{1—17}$$

对数的底a可以是$a>0$和$a\neq1$的任意数值，但其中最常用的是以10为底和以e为底的对数，分别记作

$$\log_{10}m=\lg m\text{或}\log_{10}x=\lg x \tag{1—18}$$

$$\log_e m=\ln m\text{或}\log_e x=\ln x \tag{1—19}$$

在电工技术中，表达式几乎都是以e为底的，叫做自然对数。为了计算的方便，需把它换成以10为底的对数。为此，给出如下的换底公式：

$$\log_a x=\frac{\log_b x}{\log_b a} \tag{1—20}$$

若取　$a=e$，$b=10$，则得

$$\log_e{}^x=\frac{\log_{10}{}^x}{\log_{10}e}$$

或简写为：　　$\ln x=\frac{\lg x}{\lg e}$　　(1—21)

（三）对数函数的定义　　具有形式

$$y=\log_a x \qquad (1—22)$$

的函数叫做对数函数，其中底数$a>0$且$a\neq1$，其定义域为正实数。

（四）对数函数的图象和性质　　对数函数的图象和性质也可用与指数函数相同的方法讨论。但由于其图象在电工技术中用得不多，这里不作介绍。

（五）对数在电工学中的应用　　在电工学中放大器的电压放大倍数，功率放大倍数和噪声系数等，经常用分贝（dB）来表示。dB是一个对数单位，它表示的是输出量P_2与输入量P_1比值的对数。

当用自然对数表示时，称为奈培，记为

$$\ln\frac{P_2}{P_1}\ \text{（奈培）} \qquad (1—23)$$

当用10为底的对数表示时，称为贝尔，记为

$$\lg\frac{P_2}{P_1}\ \text{（贝尔）} \qquad (1—24)$$

由于贝尔的数值太小，常用贝尔的10倍表示，叫做分贝，记为

$$10\lg\frac{P_2}{P_1}\ \text{（分贝）或（dB）} \qquad (1—25)$$

若输入功率为P_1，输出功率为P_2，则$P_2>P_1$时，分贝数为正，表示信号通过放大网络；若$P_2<P_1$，分贝数为负，表示信号通过衰减网络。

若需用电压或电流表示时，应进行简单的变换：

$$\text{因为 } P=\frac{U^2}{R}=I^2R \qquad (1—26)$$

$$\text{所以网络增益（G）}=10\lg\frac{P_2}{P_1}=10\lg\frac{U_2{}^2/R_2}{U_1{}^2/R_1}\ \text{（dB）}$$

当$R_1=R_2$时，用电压表示的网络增益：

$$G=10\lg\frac{U_2{}^2}{U_1{}^2}=20\lg\frac{U_2}{U_1}\ \text{（dB）} \qquad (1—27)$$

同理，用电流表示的网络增益：

$$20\lg\frac{I_2}{I_1}\ \text{（dB）} \qquad (1-28)$$

例1—3　设有一放大器的放大倍数为$A_v=1000$，试用分贝表示之

解：$\because A_v=\frac{U_2}{U_1}=1000$

$\therefore$用分贝表示时，$A_v=20\lg\frac{U_2}{U_1}=20\lg1000=60\text{dB}$。

例1—4　我们常说，电视信号电平在57dB—83dB范围内，接收效果最好。试算出此电

平电压数值范围。

解：平时表示信号电平的单位准确地说是dBμv，即

$$信号电平〔dB〕=20\lg\frac{U}{1\mu v}$$

所以，由$57=20\lg\frac{U}{1\mu v}$ 得 $U=707.9\mu v$； 由$83=20\lg\frac{U}{1\mu v}$ 得 $U=14125.3\mu v$

故得，信号电平的电压数值范围是： 707.9微伏～14125.3微伏。

习 题 一

1—1 求下列函数的定义域：

（1） $y=2x^2+x+4$； （2） $y=\frac{1}{x^2-2x+1}$。

1—2 试用列表法和图象法表示下列函数中两个变量x和y的关系。

（1） $y=2x$； （2） $y=2x^2$。

1—3 确定下列函数中，哪些是奇函数？哪些是偶函数？哪些是非奇非偶函数？

（1） $f(x)=2^x$； （2） $f(x)=\frac{1}{x}$； （3） $f(x)=x+\frac{1}{x}$。

1—4 求下列函数的反函数

（1） $y=2x$； （2） $y=\frac{1+x}{1-x}$； （3） $y=a^x$。

1—5 设有一放大器的电压增益为40〔dB〕，将它与衰减器相串联，衰减器的增益为－10〔dB〕，若对该系统输入500mv的电压信号，求系统的输出电压。

1—6 在同一坐标系中，作出下列各函数的图象：

（1） $y=3^x$； （2） $y=(\frac{1}{3})^x$； （3） $y=e^x$； （4） $y=e^{-x}$。

第二章 代数方程

第一节 代数方程的一般概念

一、代数方程的定义

（一）等式 用以表达相等量的数学语言称为等式。例如

$$4x+y=2x-3y+8$$

是一个等式，因为它告诉我们：（$4x+y$）等于（$2x-3y+8$）。（$4x+y$）称为等式的左边，（$2x-3y+8$）称为等式的右边。

（二）恒等式 对未知数的任意值都能成立的等式叫做恒等式。例如

$$(x+2)^2=x^2+4x+4$$

对x的一切值都成立，为一恒等式。

（三）方程式　　等式中的未知数仅限定为某些数值时，才能成立的等式叫做条件等式或方程式。例如$2x-7=x+5$就是一个方程式。

（四）方程组　　由几个方程式组成的一组方程叫做方程组，例如

$$\begin{cases} x+y=4 \\ x-y=2 \end{cases}$$

就是一个方程组，并称为二元一次联立方程组因该方程组中包含有二个未知数x、y称为二元，且均为一次方幂。

二、方程的解和解方程

（一）方程的解　　能够使方程左右两边相等的未知数的值，叫做方程的解。例如，方程$x-2=3$的解是5，因为$x=5$时，方程左右两边的值相等。在方程$x^2=9$中，当$x=+3$和$x=-3$时方程左右两边的值都相等，所以$x=3$和$x=-3$都是方程$x^2=9$的解。方程的解也常称为方程的根。如上述例中，5是方程$x-2=3$的根。3和-3是方程$x^2=9$的根。

在方程组中，各个方程的公共解，称为方程组的解。例如，方程组

$$\begin{cases} x+y=4 \\ x-y=2 \end{cases}$$

的解是　$x=3$，$y=1$。

（二）解方程　　求解方程的过程叫做解方程，如果两个方程的根均相等，称为同解方程。例如，　$3x-2=4$　与　$3x=6$是同解方程，

方程有以下两个基本性质

（1）方程的两边同加或同减一个数，所得的方程与原方程同解；

（2）方程的两边同乘或同除一个不等于零的数，所得的方程与原方程同解。

当方程的两边同乘一个数时，有可能把不是原方程的解引入结果方程，即产生增根，所以，在解方程过程中所得的每一个根都应代回原方程检验。不适合方程的根应舍去。

上述两个性质，对解方程提供了正确的方法与步骤。我们将在下面几节中讨论。

第二节　一元一次方程和一元二次方程

一、一元一次方程及其解法

在一个方程中，只含有一个未知数，并且未知数的方次是一次的方程叫做一元一次方程。例如　$2x+1=0$是一个一元一次方程。未知数是x的一元一次方程的一般形式是

$$mx+b=0$$

式中m和b代表任意常数，且$m\neq 0$。方程的解是：$x=-\dfrac{b}{m}$

对于任意的一元一次方程，必须先将所有含有未知数的项和常数项分别合并，整理成一元一次方程的一般形式，然后即可求解。

例2—1解方程$3x-2+2x=4x+3$。

解：　由 $3x-2+2x=4x+3$ 　得　 $3x-2+2x-4x-3=0$

即　 $x-5=0$ 　　∴　 $x=5$

二、一元二次方程及其解法

（一）一元二次方程的定义　只含有一个未知数x，但未知数的最高次数为二次方的方程，叫做一元二次方程，其一般形式为

$$ax^2+bx+c=0 \qquad (2-1)$$

（二）一元二次方程的解法　遇到任意的一元二次方程时，必须先将各二次项、一次项和常数项分别合并，整理成一元二次方程的一般形式（2—1）。而求方程（2—1）的解有因式分解法、配方法、公式法和图象法等四种方法。现分别介绍如下：

（1）因式分解法　这种方法的要点是：将方程化为一般形式的方程，当方程的左边能分解因式时，就将左边的二次三项式分解为两个一次因式的积。因为方程的右边等于零，因而这两个因式的积是零，所以至少有一个因式是零或者两个因式都是零。于是，我们令每一个一次因式等于零，并求出x的值，即得原方程的根。

例2—2　解方程 $x^2+x-6=0$

解：将左边分解因式，得　 $x^2+x-6=(x+3)(x-2)$

即　 $(x+3)(x-2)=0$

令 $x+3=0$ 得 $x=-3$ 　　令 $x-2=0$ 得 $x=2$

（2）配方法　此法的要点是：将方程变形配成完全平方，然后取平方根，变成易解的一次方程。

例2—3　解方程　 $2x^2-2x-1=0$。

解：将1移至方程的右边，得

$$2x^2-2x=1$$

方程两边都除以 x^2 的系数，得　 $x^2-x=\frac{1}{2}$

为了将方程的左边配成完全平方，须在左边加上x的系数一半的平方。但是，为了维持等式的平衡，右边也需加上x的系数一半的平方，得

$$x^2-x+\left(\frac{1}{2}\right)^2=\frac{1}{2}+\left(\frac{1}{2}\right)^2$$

即　 $\left(x-\frac{1}{2}\right)^2=\frac{3}{4}$

求上式的平方根得： $x-\frac{1}{2}=\pm\frac{\sqrt{3}}{2}$

由此得： $x=\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}$ 　； $x=\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}$

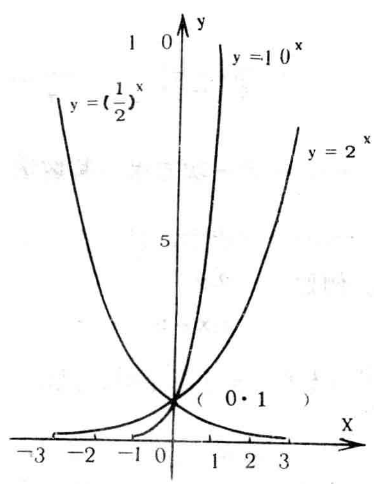

图1—9

（3）公式法　设一元二次方程为一般形式

$$ax^2+bx+c=0 \qquad (a\neq 0)$$

用二次项的系数a除方程的两边各项得

$$x^2+\frac{b}{a}x+\frac{c}{a}=0$$

将常数项移到方程的右边，得