

太奇管理类硕士联考辅导指定用书·联考数学序列3

旅游管理(MTA)、工程管理(MEM)、
图书情报(MLIS)、审计硕士(MAud)联考适用

 赢家图书

2014

MBA、MPA、MPAcc

联考综合能力

数学考前冲刺 (第4版)

考点冲刺预测+解题黄金技巧+全真模拟密训

全国管理类专业学位硕士研究生入学考试命题研究中心 组编

主 编 陈 剑

超级畅销书《MBA、MPA、MPAcc联考综合能力
数学高分指南》(序列1) 姊妹篇

100余种重点题型、**55**种解题思维模式

10大解题黄金技巧暨**14**套模拟密训试卷

买正版图书

赠100元
听课卡



北京航空航天大学出版社
BEIHANG UNIVERSITY PRESS

管理类硕士联考辅导指定用书·联考数学序列3

旅游管理(MTA)、工程管理(MEM)、
图书情报(MLIS)、审计硕士(MAud)联考适用

2014

MBA、MPA、MPAcc

联考综合能力

数学考前冲刺 (第4版)

考点冲刺预测+解题黄金技巧+全真模拟密训

全国管理类专业学位硕士研究生入学考试命题研究中心 组编

主 编 陈 剑



北京航空航天大学出版社
BEIHANG UNIVERSITY PRESS

内容简介

本书紧扣考试大纲,强调解题技巧和全真模拟。全书分为考点题型预测、解题黄金技巧、全真模拟密训三部分。考点题型预测将考纲知识点归纳成 100 余种考试预测题型,精心挑选题目,逐题深度剖析,指导考生把握命题脉搏。解题黄金技巧以提升实战为宗旨,将历年试题解题中用到的技巧系统总结为十大黄金技巧,汇总了 55 种固定解题思维模式,又灵活演变成数十种做题模板和解题套路,无论基础怎样,都能收到“水到渠成”和“润物细无声”之功效。全真模拟密训根据最新考试动态,汇集整理出 14 套模拟试题,让考生在临考前有限的时间里抓住重要考点,通过全真演练,进一步掌握解题的技巧和方法,考场上从容应考,轻取高分。

本书以实用性和技巧性为基础,强调考试方法和做题技巧,立竿见影、快速突破,迅速提高读者的数学解题能力,适合参加管理类专业硕士联考的考生在考前冲刺阶段复习使用。

图书在版编目(CIP)数据

2014MBA、MPA、MPAcc 联考综合能力数学考前冲刺 /
陈剑主编. -- 北京:北京航空航天大学出版社,
2013.9

ISBN 978-7-5124-1257-6

I. ①2… II. ①陈… III. ①高等数学—研究生—入
学考试—习题集 IV. ①O13-44

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2013)第 216715 号

版权所有,侵权必究。

2014MBA、MPA、MPAcc 联考综合能力数学考前冲刺

主 编 陈 剑

策划编辑:沈 涛

责任编辑:郑 方

*

北京航空航天大学出版社出版发行

北京市海淀区学院路 37 号(邮编 100191) <http://www.buaapress.com.cn>

发行部电话:(010)82317024 传真:(010)82328026

读者信箱:bhpress@263.net 邮购电话:(010)82316936

北京时代华都印刷有限公司印装 各地书店经销

*

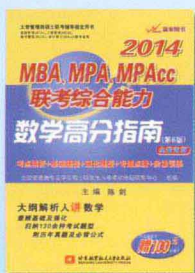
开本:787×1 092 1/16 印张:21.75 字数:571 千字

2013 年 9 月第 4 版 2013 年 9 月第 1 次印刷 印数:10 000 册

ISBN 978-7-5124-1257-6 定价:38.00 元

若本书有倒页、脱页、缺页等印装质量问题,请与本社发行部联系调换。联系电话:(010)82317024

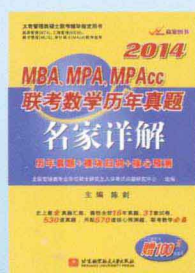
《MBA、MPA、MPAcc 联考综合能力数学高分指南》



2013年3月出版

内容简介：根据最新颁布的考试大纲，精准把握研究生入学考试新动向，每章分为基础考点分析、题型归纳、专题点睛和阶梯化训练四部分，详尽介绍联考数学涉及的知识点，用“举题型讲方法”的方式总结出解题方法与技巧。

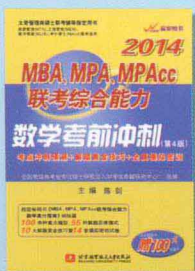
《MBA、MPA、MPAcc 联考数学历年真题名家详解》



2013年5月出版

内容简介：收录了自1997年设立全国考试以来所有符合最新考纲的历年真题。其特色一是目前市面上最全的真题集，对真题进行了科学的分类和精讲，先按模块将知识点“画龙”，随后逐题“解析、点睛、技巧、扩展”分层次深度剖析；二是针对常考题型精心准备了习题，尤其重视解题技巧训练。

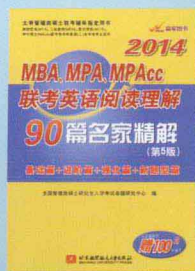
《MBA、MPA、MPAcc 联考综合能力数学考前冲刺》



2013年7月出版

内容简介：本书紧扣大纲，强调解题技巧和全真模拟，分为考点冲刺预测、解题黄金技巧、全真模拟密训三部分。将几十个考纲知识点归纳成百余种预测题型，逐题深度剖析；以提升实战为宗旨，总结出十大黄金技巧；根据最新考试动态，研发大量全真创新考题，帮助考生抓住重点。

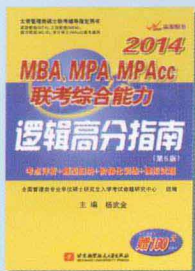
《MBA、MPA、MPAcc 联考英语阅读理解 90 篇名家精解》



2013年9月出版

内容简介：本书精选90篇阅读文章，其中基础篇、进阶篇、强化篇各30篇，对这些文章及阅读理解题目进行解析，包括词汇突破、难句剖析、全文精译和答案解析；从文章阅读中背单词，通过长难句剖析提高解析长难句的功力；精辟到位的解题思路为考生指点迷津。本书另赠送6篇阅读理解新题型的文章，全面满足考生的备考需要。

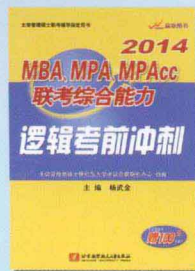
《MBA、MPA、MPAcc 联考综合能力逻辑高分指南》



2013年5月出版

内容简介：本书首先介绍逻辑推理，然后介绍论证推理。每章都围绕某个考点，先介绍逻辑知识和逻辑基本方法，然后对各种类型的逻辑试题进行深入分析和详细讲解，再给出大量同类型的试题进行同步训练。

《MBA、MPA、MPAcc 联考综合能力逻辑考前冲刺》



2013年9月出版

内容简介：本书紧扣MBA、MPA、MPAcc管理类硕士联考考试大纲，强调实战练习和全真模拟，根据考试内容为真题庖丁解牛、模块实战演练、全真模拟密训三部分，收录了历年联考逻辑真题，逐题深度剖析，指导考生把握命题脉搏，赢取高分。

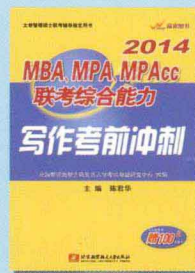
《MBA、MPA、MPAcc 联考综合能力写作高分指南》



2013年5月出版

内容简介：本书分为上、下两篇，上篇“论证有效性分析”分析这种文体的应对策略，独创的“图表”型、填空式分析写作法，帮助读者快速提高寻找、分析逻辑错误的能力。下篇分别探讨联考“论说文”三种可能考试文体——观点分析、材料立意和案例分析的写作技巧。

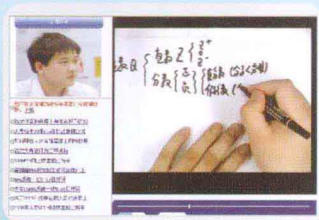
《MBA、MPA、MPAcc 联考综合能力写作考前冲刺》



2013年9月出版

内容简介：本书紧扣MBA、MPA、MPAcc管理类硕士联考考试大纲，强调实战练习和全真模拟，根据考试内容为论证有效性分析和论说文两部分，收录了历年联考写作真题，深入剖析，另外给出了全真模拟试题，指导考生把握命题脉搏，赢取高分。

太奇网上课堂经过精心准备，总结连续十三年举办网上辅导的成功经验，现隆重推出 2013 年网上课堂辅导班。太奇网上课堂采用的是纯视频课件，课件与现场同步，只需拥有一台可以上网的电脑，无论您身处何方，只要登录太奇网站，点击网上课堂，足不出户您就可以接受北大、清华、人大等名校一流师资的权威备考辅导。多媒体的教学效果让你身临其境，身同亲受，节约了往返课堂所用的时间，达到与实地参加辅导班同样的气氛和效果。



第一家进行网上教学的机构 - 太奇 MBA 网

第一家实现全视频授课的网上课堂，与现场相同

第一家专业人员制作的网上课堂，专家 24 小时答疑

第一家招生机构给学员邮件讲义，讲义与太奇面授现场同步

第一家采用全名师阵容的网上课堂

第一家承诺远程学员可以在太奇全国 40 多家分校现场听 10 次课程

2013 年太奇联考远程网络课堂

让您足不出户享受名师辅导

	班 次	辅导时间	课时与学费	教学目标
基础阶段	词汇班	1月8日—随报随学 课件保留到考试	40 课时, 收费 600 元	快速提高词汇量
	基础班	2月26日—随报随学 课件保留到考试	数学 60 课时, 2280 元 英语 64 课时, 2280 元 写作逻辑 8 课时, 400 元 全科联报 132 课时, 3580 元	从零起步, 对考试内容作全面细致的讲解, 温故知新, 循序渐进, 打好基础, 为系统提高阶段的学习作好充分的准备, 期末基本达到联考要求的水平。
	长期强化班 (B1 班)	5月27日—随报随学 课件保留到考试	数学 72 课时, 2480 元 英语 76 课时, 2480 元 写作逻辑 40 课时, 1580 元 全科联报 188 课时, 4680 元	全面复习, 侧重于重点、难点的突破, 对所学知识进行归纳的整理, 使之系统化, 期末确保达到联考优良水平。
	系统强化班 (B2 班)	6月24日—随报随学 课件保留到考试	数学 64 课时, 2480 元 英语 68 课时, 2480 元 写作逻辑 40 课时, 1580 元 全科联报 172 课时, 4580 元	
区别如下: 长期强化班(B1): 节选面授长期强化班 系统 1 班的系统 2 班名师课程, 课时稍多, 讲解更细致; 系统强化班(B2): 节选面授系统强化班 系统 3/4/5 班的名师课程, 系统 A 班=(B1+B2) 班, 本班学员可以听系统 B1 和 B2 全部老师的课程, 收费 5680 元。 远程网络系统班优势: 节选的课程全部为名师课程, 系统班后期会针对性赠送部分课程, 相比面授班有更大的优势。B1 和 B2 班选择一个听就可以, 学有余力的可以考虑选择 A 班。				
模考串讲阶段	模考串讲班	11月17日—随报随学 课件保留到考试	模考 96 课时, 3580 元 串讲 48 课时, 1980 元 全科联报 144 课时, 4580 元	把握和研究命题者意图, 琢磨命题思路, 模仿便答案答题方式, 运用于考试, 有重点地学习, 查漏补缺, 加深理解记忆。期末确保达到考入名校优秀水平。
VIP 班	保过 A 班 国家线保过班 (确保过线)	随报随学 课件保留到考试	包括词汇班+基础班+系统 A 班+模考串讲班+保过班小班课程+保过班内部资料 收费 15800 元	签订协议, 不过免费重读
	保过 B 班 (国家线+15) 保过班(确保超过国家线 15 分)	随报随学 课件保留到考试		

学员须知:

1.本卡仅供注册一次，以后作废。本卡密码一经刮出，即不得以任何理由退款：

2.使用说明:

● 登录太奇 MBA/MPA/MPAcc 网或太奇
远程教育 yuancheng.tqedu.com/tqmba

● 注册用户名, 密码, 安装播放器 (7Eplayer)

●学习卡充值（输入学习卡卡号密码）

●充值成功，到听课中心听课

3. 本卡最终解释权属北京三民太奇教育科技有限公司所有，有效期到当年考试结束。

相关课程网址:

www.tqmba.com www.mba.org.cn
www.tqmpa.com www.tqmpacc.com

卡号: 14BHYSKLP023182

密码:

★太奇十三周年校庆优惠大礼包★

方案(一): 基础+B1+模拟串讲=9860元(原价12840元)

方案(二): 基础+B2+模拟串讲=9760元(原价12740元)

方案(三): 基础+A班(B1+B2)+模拟串讲=10880元(原价16640元)

注册 → 登陆 → 充值 → 购买课程 → 学习

详情请点击 <http://yuancheng.tqedu.com/tqmba>

远程问题热线: 010-82664956、82660425

Email: tpedu@126.com

远程学习论坛: <http://lkbbs.mba.org.cn>

太奇网址

www.tgmba.com

www.mba.org.cn

www.tgmpa.com

www.tqmpacc.com

SMBA 项目介绍

专科、本科免试直读 MBA; 转户口、调档案、拿双证、有保障; 可边学边考, 边考边学!

北京航空航天大学：双导师制让课程与社会发展同步，就业服务让学员轻松进入大企业，十大核心课程全面的管理课程助我成功；

北京理工大学：中国第一个 MBA 主题创业园，规范管理、严谨治学，雄厚的师资力量、广泛的国际交流、出色的同学团队；

中国政法大学：市场经济就是法治经济，“法商互动，知行合一”，打造法商特色的 MBA 教育！

中国农业大学：国内著名的讲师常清教授亲自授课，超强师资、实盘模拟、结交天下期货、证券之友，气期货和证券精英的诞生地！

此为试读, 需要完整PDF请访问: www.ciftongbook.com 网址: www.smba.com.cn 咨询电话: 010-52859352

网址: www.smba.com.cn 咨询电话: 010-52859352

太奇管理类数学备考丛书序列

- 序列 1:《数 学 高 分 指 南》 { 定位: 第一轮复习, 夯实基础
特色: 考点、题型、点睛
- 序列 2:《数学真题名家详解》 { 定位: 第二轮复习, 强化拔高
特色: 真题、考向、精练
- 序列 3:《数 学 考 前 冲 刺》 { 定位: 最后一轮复习, 决胜冲刺
特色: 预测、技巧、模拟

太奇管理类硕士联考丛书数学编委会

主 编: 陈 剑

编 委: 陈 剑 王 洋 姚柯炜 冀 韬
杨静桦 桂国祥 杨 晶 孔孟林
赵志刚 李 岩 张 俭 程 刚

本书特色

- 深度:** 针对联考题型, 深入分析探究, 用“举题型讲方法”的格式, 总结出解题方法、技巧, 便于考生掌握和应用。
- 高度:** 居高临下, 逐题深度剖析, 洞察命题新动向, 指导考生把握命题脉搏, 赢取高分。
- 精度:** 精品模拟试卷, 全真演练, 提升实战技巧, 便于考生有的放矢, 查缺补漏, 以求做到触类旁通, 从容应考。
- 速度:** 考试中取胜的关键是速度, 提高速度依赖于技巧, 通过举一反三阐明解题思路, 全面展现题型变化, 使考生掌握考试做题技巧。
- 角度:** 针对考试题型, 多角度把握命题思路、方法和原则, 为考生提供准确领航和理性分析。

前言

为了帮助报考管理类专业硕士学位的考生更好地做好考前冲刺,笔者按照最新考试大纲精心编写本书。全书按照考试要求分为考点题型预测、解题黄金技巧、全真模拟密训三部分。

考点题型预测将几十个考纲知识点归纳成百余种考试预测题型,对各类基本命题类型、考试经常出题点进行系统的分析,以便考生在最短的时间内对联考数学试题的形貌、内容、特点有充分的认识;精心挑选题目,逐题深度剖析,将知识点和解题方法无缝对接,建立了完整、科学的备考链条和考点层级网络体系。此外,在讲解时将题目涉及的知识点、考点和方法技巧有机联系,辅以一定的口诀记忆,以利于考生更系统、更宏观地掌握数学的本质,赢取高分。

解题黄金技巧是本书的最大特色。制约数学成绩的最大障碍不是难度,而是速度。本书以提升实战能力为宗旨,将历年试题解题中用到的技巧系统地总结为十大黄金技巧,涵盖了百余种方法和技巧,汇总了55种固定解题思维模式,又灵活演变成数十种做题模板和解题套路,让考生在上考场前对试卷便能了如指掌,无论基础怎样,在考场上都能做到游刃有余,所向披靡。

全真模拟密训根据最新考试动态,蕴含无数创新考题,不仅让考生能够找到身临其境的感觉,在有限的时间内抓住重点,而且通过全真演练,掌握考试的技巧和方法,有的放矢,查漏补缺,考场上从容应考,轻取高分。全真模拟建议考生先按规定在1个小时左右时间内完成,然后对照答案,将自己做错的题再做一遍。尽管本书每题均有详尽的解析,但希望考生不要輕易去查看详解,先培养自己独立思考能力,做完题目后,再去看详解,仔细回顾、研究一下自己的解答过程与书中有什么异同,如果存在疑问,应尽早查清原因。注意,归纳总结过程是必不可少的,是提高成绩的必经途径,其重要性远超过做题本身。

本书是《数学高分指南》的姊妹书,以实用性和技巧性为基点,以强调考试方法和做题技巧为宗旨,以快速提高和立竿见影为核心,达到在解题中总结套路,在套路中提高能力,最后形成一套灵活应试的战略战术的备考目标,对典型考题从多侧面、多视角进行讲解,注重对多解法、多类型题目的训练,培养发散思维和技巧应用能力,实现学习效果的加倍提高和考分的快速突破,因而本书是数学考前过关冲刺的必备辅导书。

在编写过程中,得到了广大教师同仁的大力支持,特此感谢。同时参阅了众多有关的教材和复习指导书,引用了一些例子,恕不一一提及,谨对所有相关的作者表示真诚的谢意。由于编者水平有限,兼之时间仓促,错误和疏漏之

处难免，恳请读者批评指正。

欢迎大家通过作者博客(<http://www.chenjian.cc>, <http://chenjian.mba.net.cn>)、YY 万人学习群(7201531)、YY 在线学习频道(16386652)及邮箱(myofficer@sina.com)等网络平台在线交流，答疑解惑、获得最新信息，互动学习经验，最大程度地利用好本书。

编 者

2013 年 9 月

目 录

第一部分 考点题型预测

第 1 章 算术与代数	3
1.1 考纲要点梳理	3
1.2 重点题型预测	5
1.3 创新题型	16
第 2 章 应用题	23
2.1 考纲要点梳理	23
2.2 重点题型预测	27
2.3 创新题型	49
第 3 章 方程和不等式	62
3.1 考纲要点梳理	62
3.2 重点题型预测	66
3.3 创新题型	86
第 4 章 数 列	106
4.1 考纲要点梳理	106
4.2 重点题型预测	107
4.3 创新题型	121
第 5 章 几 何	131
5.1 考纲要点梳理	131
5.2 重点题型预测	135
5.3 创新题型	155
第 6 章 数据分析	171
6.1 考纲要点梳理	171
6.2 重点题型预测	174
6.3 创新题型	203

第二部分 解题黄金技巧

第 1 章 数学固定思维模式	211
1.1 初等数学	212
1.2 几何	213
1.3 数据分析	213

第2章 核心专题	215
2.1 配方变形专题	215
2.2 换元专题	218
2.3 整体思想应用	220
2.4 绝对值图像汇总	224
2.5 杠杆原理(交叉法)	225
2.6 平均值定理专题	226
2.7 数列求和专题	229
2.8 概率做题模板	232
第3章 常用黄金技巧	237
3.1 巧用特值法	238
3.2 根据表达式符号定性判断	240
3.3 数字特征分析法	241
3.4 估算及经验分析法	241
3.5 比例统一法	243
3.6 几何中对称巧解	244
3.7 充分性判断题	245
第4章 考场增分策略	249
4.1 备考运筹帷幄	249
4.2 进考场	253
4.3 拆卷子	254
4.4 开始答题	255
4.5 难题及不会题	257
4.6 交卷前	257
4.7 答题经验教训	258
4.8 常见问题	259

第三部分 全真模拟密训

全真模拟一	263
全真模拟二	266
全真模拟三	269
全真模拟四	273
全真模拟五	276
全真模拟六	279
全真模拟七	282
全真模拟八	285
全真模拟九	288
全真模拟十	291
全真模拟十一	294

全真模拟十二	297
全真模拟十三	300
全真模拟十四	303
答案及详解	306
全真模拟一答案及详解	306
全真模拟二答案及详解	308
全真模拟三答案及详解	310
全真模拟四答案及详解	312
全真模拟五答案及详解	313
全真模拟六答案及详解	314
全真模拟七答案及详解	317
全真模拟八答案及详解	319
全真模拟九答案及详解	321
全真模拟十答案及详解	323
全真模拟十一答案及详解	326
全真模拟十二答案及详解	328
全真模拟十三答案及详解	331
全真模拟十四答案及详解	333

第一部分

考点题型预测

第1章 算术与代数

1.1 考纲要点梳理

1.1.1 重要的概念和性质

1. 最小的自然数为 0, 最小的质数为 2, 最小的合数为 4. 1 既不是质数也不是合数.

2. 常用 20 以内的质数: 2、3、5、7、11、13、17、19. (2 为质数中唯一的偶数)

3. 整除的特点:

能被 2 整除的数: 个位为 0, 2, 4, 6, 8;

能被 3 整除的数: 各数位数字之和必能被 3 整除;

能被 5 整除的数: 个位为 0 或 5;

能被 9 整除的数: 各数位数字之和必能被 9 整除.

4. 公倍数与公约数

对于两个正整数, 两数之积等于最小公倍数乘以最大公约数.

5. 奇数偶数

相邻两整数必有一奇一偶. 在一个加(减)算式中, 判断其结果的奇偶性, 只取决于奇数的个数(奇数个奇数为奇, 其余均为偶).

1.1.2 重要的运算公式

$$1. (a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$$

$$\text{【扩展】} \left(a \pm \frac{1}{a}\right)^2 = a^2 + \frac{1}{a^2} \pm 2 \quad \text{或} \quad a^2 + \frac{1}{a^2} = \left(a \pm \frac{1}{a}\right)^2 \mp 2$$

$$2. (a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ac$$

$$\text{【注意】} a^2 + b^2 + c^2 \pm ab \pm bc \pm ac = \frac{1}{2}(a \pm b)^2 + \frac{1}{2}(b \pm c)^2 + \frac{1}{2}(a \pm c)^2$$

$$3. (a \pm b)^3 = a^3 \pm 3a^2b + 3ab^2 \pm b^3$$

$$4. a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$$

$$\text{【扩展】} \frac{1}{\sqrt{n} + \sqrt{n-1}} = \frac{\sqrt{n} \mp \sqrt{n-1}}{(\sqrt{n} \pm \sqrt{n-1})(\sqrt{n} \mp \sqrt{n-1})} = \sqrt{n} \mp \sqrt{n-1}$$

$$5. a^3 \pm b^3 = (a \pm b)(a^2 \mp ab + b^2)$$

$$6. a^0 = 1(a \neq 0), 1^x = 1(x \in \mathbf{R}), 0^x = 0(x > 0)$$

$$7. a^{-n} = \frac{1}{a^n}; a^{\frac{n}{m}} = \sqrt[m]{a^n}$$

1.1.3 绝对值

1. 定义: 正数和零的绝对值还是其本身, 负数的绝对值为其相反数.

2. 本质: 绝对值起着控制一个数字符号的作用; 绝对值对于正数和零没有影响; 绝对值只对于负数起着改变符号的作用.

3. 几何意义:

实数 a 的绝对值 $|a|$ 表示数轴上坐标为 a 的点 A 到坐标原点的距离, 如图 1.1-1(a) 所示.

$|a-b|$ 的几何意义表示它们在数轴上对应的点之间的距离, 如图 1.1-1(b) 所示.



图 1.1-1

1.1.4 平均值

1. n 个数的算术平均值为: $\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \cdots + x_n}{n}$;

2. n 个正数的几何平均值为: $G = \sqrt[n]{x_1 \cdot x_2 \cdot \cdots \cdot x_n}$;

3. 平均值定理

当 $x_1, x_2, \cdots, x_n$ 为 n 个正数时, 算术平均值不小于几何平均值, 即

$$\frac{x_1 + x_2 + \cdots + x_n}{n} \geq \sqrt[n]{x_1 \cdot x_2 \cdot \cdots \cdot x_n} \quad (x_1, x_2, \cdots, x_n > 0)$$

当且仅当 $x_1 = x_2 = \cdots = x_n$ 时, 等号成立.

【注意】对于两个数, 有 $a + b \geq 2\sqrt{ab} (a, b > 0)$; $a + \frac{1}{a} \geq 2 (a > 0)$

① $4ab \leq (a+b)^2 \leq 2(a^2 + b^2)$, $a, b \in \mathbf{R}$ (当且仅当 $a = b$ 时等号成立)

② $a^2 + b^2 + c^2 \geq ab + bc + ca$, $a, b, c \in \mathbf{R}$ (当且仅当 $a = b = c$ 时等号成立)

③ $a^2 + b^2 + c^2 \geq \frac{1}{3}(a+b+c)^2 \geq ab + bc + ca$, $a, b, c \in \mathbf{R}$ (当且仅当 $a = b = c$ 时等号成立)

立)

④ $\left| \frac{b}{a} + \frac{a}{b} \right| \geq 2$ (当且仅当 $|a| = |b|$ 时取“=”号)

⑤ $a > 0, b > 0, a + b = 1$, 则 $ab \leq \frac{1}{4}$.

1.1.5 除法及因式定理

1. 除法

设 $F(x)$ 除以 $f(x)$, 商为 $g(x)$, 余式为 $r(x)$, 则有 $F(x) = f(x)g(x) + r(x)$, 且 $r(x)$ 的最高次方数小于 $f(x)$ 的最高次方数. 当 $r(x) = 0$, 则 $F(x)$ 可以被 $f(x)$ 整除.

2. 因式定理

多项式 $f(x)$ 含有因式 $(ax - b) \Leftrightarrow f(x)$ 能被 $(ax - b)$ 整除 $\Leftrightarrow f\left(\frac{b}{a}\right) = 0$

【注意】多项式 $f(x)$ 含有因式 $(x - a) \Leftrightarrow f(x)$ 能被 $(x - a)$ 整除 $\Leftrightarrow f(a) = 0$.

1.2 重点题型预测

【预测 1】整除

【解题思路】首先要记住被常见数字如 2、3、5、9 整除的特点；另外，整除经常与约数联合命题，尤其寻找多个数的约数。

1. 设 a 为正整数，且 $\frac{48}{a}, \frac{72}{a}$ 也为正整数，则符合条件的 a 值有()个。

- A. 4 B. 6 C. 8 D. 10 E. 12

【答案】C

【解析】48 与 72 的最大公约数为 24，所以 24 是它们的一个因子，故 24 可以整除它们，又 24 的所有因子都可以整除 48 和 72，所以可以整除它们的数为：1、2、3、4、6、8、12、24，共 8 个。

【点拨】如果一个分数为整数，则分母是分子的约数。

2. 介于 300 到 400 之间，恰有三个因数的整数，共有()个。

- A. 0 B. 1 C. 2 D. 4 E. 7

【答案】B

【解析】每一个数都至少有两个因子，1 与它本身，那么有三个因数的数，另外一个因数一定不能再分解，所以要是质数，为了保证只有三个因数，此数一定可以分解为某一个质数的平方的形式，在 300 到 400 之间可以分解为某质数平方的形式的数只有 $19^2 = 361$ ，故只有 1 个数。

【点拨】本题结合因数来分析整除，主要考查一个数约数的个数。

3. 设有六位数 $\overline{abcde1}$ ，乘以 3 以后，变为 $\overline{abcde1}$ ，那么这个六位数的各个数位之和为()。

- A. 27 B. 21 C. 25 D. 32 E. 29

【答案】A

【解析】欲求这个六位数，只要求出五位数 $\overline{abcde} = x$ 就可以了，则六位数 $\overline{1abcde} = 10^5 + x$ ，六位数 $\overline{abcde1} = 10x + 1$ ，从而有 $3 \times (10^5 + x) = 10x + 1$ ， $7x = 299\,999$ ， $x = 42\,857$ 。

【点拨】解法的关键有两点：(1) 抓住等量关系： $\overline{abcde1}$ 是 $\overline{1abcde}$ 的三倍；(2) 采用“整体”设元的方法很有特色，将一般语言与数学的形式语言之间的相互关系进行转化。

【预测 2】公倍数、公约数

【解题思路】在处理涉及两数的最大公约数或者最小公倍数的很多问题中，经常用到的基本关系是：若两数为 a, b ，那么 $a = a_1d, b = b_1d$ ，其中 $d = (a, b)$ ， $(a_1, b_1) = 1$ ，因此 $[a, b] = da_1b_1$ 。有时为了确定起见，可设 $a \leq b$ 。对于很多情形，可以排除 $a = b$ 的情形，而只假设 $a < b$ ，其中 (a_1, b_1) 表示两数的最大公约数， $[a, b]$ 表示两数的最小公倍数。

1. 有一个三角形的公园,各边的长分别是 150 m,180 m,300 m. 今在周围种树,相邻两棵树之间的距离相等,且在三角形的顶点各种一棵,最少要种()棵树.

- A. 21 B. 22 C. 20 D. 19 E. 23

【答案】A

【解析】首先求出最大公约数: $(150, 180, 300) = 30$, 则每个边种树之和为 $5 + 6 + 10 = 21$.

【点拨】本题主要考查最大公约数的应用,若出现等距离问题,可采取最大公约数求解.

2. 老师将 100 名学生分别抽签编号,依序分别是 1、2、…、100,已知编号为 5 或 7 的倍数者可以获得免费的图书礼券一张,老师共送出()图书礼券.

- A. 30 B. 31 C. 32 D. 33 E. 34

【答案】C

【解析】 $\frac{100}{5} = 20$, 故编号为 5 的倍数有 20 个, $\frac{100}{7} \approx 14.3$, 编号为 7 的倍数为 14 个; 共有 $20 + 14 = 34$, 又 5 和 7 共同的倍数有 35 和 70, 所以总共发出的礼券数为 $34 - 2 = 32$.

【点拨】分别求出 5 的倍数和 7 的倍数,再减去 5 和 7 的共同倍数.

3. 甲数是 36, 甲、乙两数的最大公约数是 4, 最小公倍数是 288, 乙数的各个数位和为().

- A. 9 B. 8 C. 7 D. 6 E. 5

【答案】E

【解析】方法一: 由甲数 $\times$ 乙数 = 甲、乙两数的最大公约数 $\times$ 两数的最小公倍数, 可得 $36 \times$ 乙数 = 4×288 , 乙数 = $4 \times 288 \div 36$, 解出乙数 = 32.

方法二: 因为甲、乙两数的最大公约数为 4, 则甲数 = 4×9 , 设乙数 = $4 \times b_1$, 且 $(b_1, 9) = 1$.

因为甲、乙两数的最小公倍数是 288, 则 $288 = 4 \times 9 \times b_1$, $b_1 = 288 \div 36$, 解出 $b_1 = 8$, 所以, 乙数 = $4 \times 8 = 32$.

【点拨】本题方法一是采用定理求解的, 方法二是根据定义求解的.

4. 已知两数的最大公约数是 21, 最小公倍数是 126, 这两个数的和有()种取值情况.

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4 E. 5

【答案】B

【解析】要求这两个数的和, 可以先求出这两个数各是多少. 设这两个数为 $a, b, a < b$.

因为这两个数的最大公约数是 21, 故设 $a = 21a_1, b = 21b_1$, 且 $(a_1, b_1) = 1$.

因为这两个数的最小公倍数是 126, 所以 $126 = 21 \times a_1 \times b_1$, 于是 $a_1 \times b_1 = 6$.

解得 $\begin{cases} a_1 = 1 \\ b_1 = 6 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} a_1 = 2 \\ b_1 = 3 \end{cases}$, 则 $\begin{cases} a = 21 \times 1 = 21 \\ b = 21 \times 6 = 126 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} a = 21 \times 2 = 42 \\ b = 21 \times 3 = 63 \end{cases}$.

因此, 这两个数的和为 $21 + 126 = 147$, 或 $42 + 63 = 105$, 有两种情况.

【点拨】本题主要考查已知最大公约数和最小公倍数, 反求两个数.

5. 已知两个自然数的和是 50, 它们的最大公约数是 5, 这两个自然数的乘积一定是().

- A. 9 的倍数 B. 7 的倍数 C. 45 的倍数 D. 75 的倍数 E. 18 的倍数

【答案】D

【解析】设这两个自然数分别为 a 与 $b, a < b$.