



# 光速 $c$ 是 可以超越的

任绍绪 著



中国科学文献出版社

CHINA SCIENCE LITERATURE PUBLISHING HOUSE



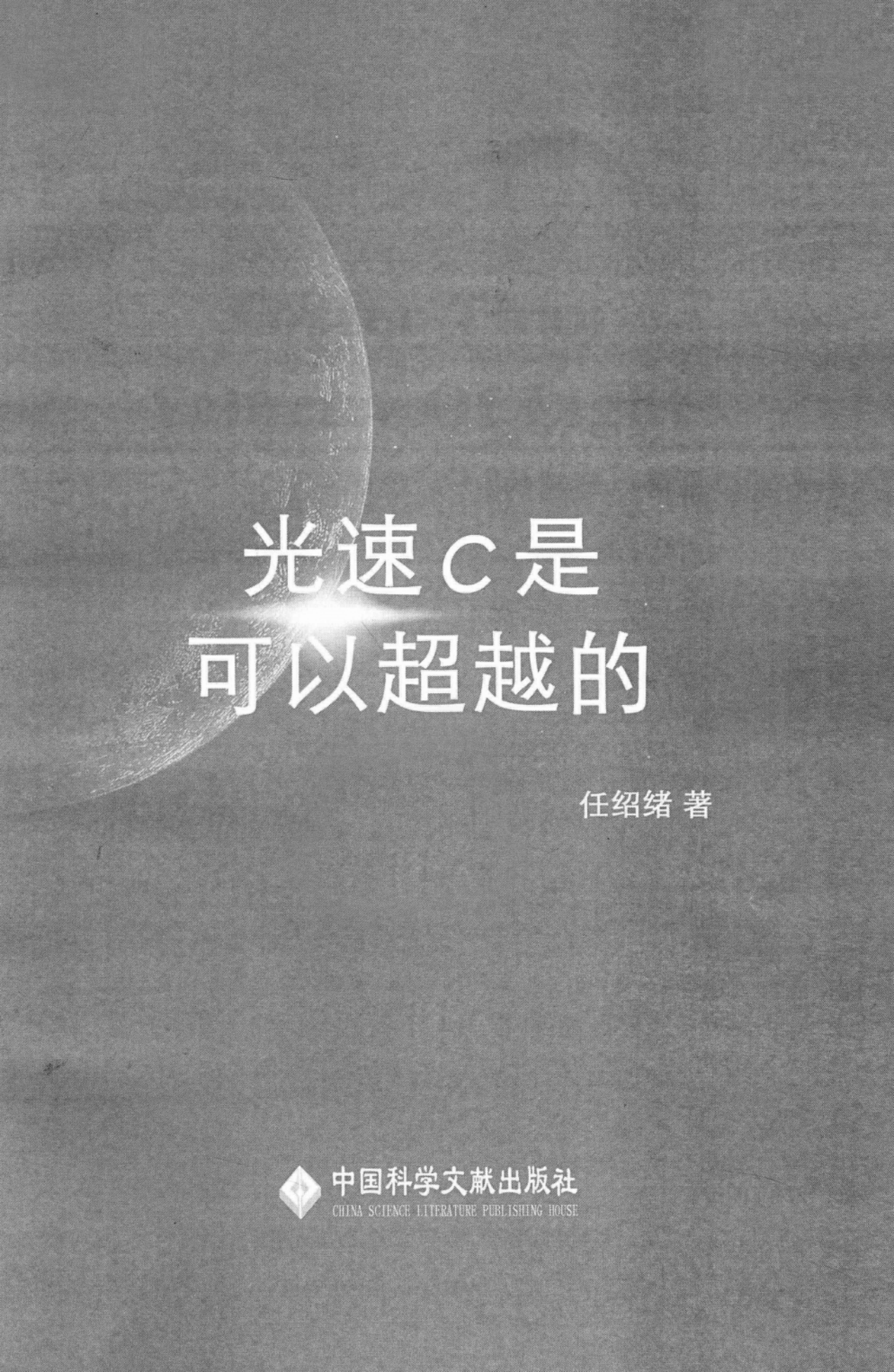
爱因斯坦狭义相对论是由洛伦兹变换公式表达的。洛伦兹变换公式是四维矩阵表示，正好用来反映三个空间坐标 $x_1, x_2, x_3$ 与一个时间坐标 $t$ ，在不同惯性坐标系之间的转换。

延续《第三种粒子》的逻辑思维，作者将洛伦兹变换公式由四维矩阵表示，延拓到无限维矩阵表示。

ISBN 978-988-12266-2-4



定价(RMB): 238.00元



# 光速 $c$ 是 可以超越的

任绍绪 著



中国科学文献出版社  
CHINA SCIENCE LITERATURE PUBLISHING HOUSE

# 《光速 $C$ 是可以超越的》

---

著 者 任绍绪

责任编辑 梁岳中

封面设计 王祖源 胡媛媛

出 版 社 中国科学文献出版社

CHINA SCIENCE LITERATURE PUBLISHING HOUSE

地 址 新界大埔汀角村 307 号 2 楼

2/F., 307 TING KOK TSUEN, TING KOK ROAD, TAI PO, N. T.

承 印 者 上海申光印刷厂

开 本 890×1240 1/16

印 张 15.5

字 数 395 千字

版 次 2013 年 9 月第 1 版

印 次 2013 年 11 月第 1 次印刷

书 号 ISBN 978-988-12266-2-4

定 价 238.00 元

---

版权所有·侵权必究

**Shaoxu Ren**

**Tongji University, Shanghai, China**

# **Faster Than Velocity Of Light**



**中国科学文献出版社**

CHINA SCIENCE LITERATURE PUBLISHING HOUSE

## 绪言

光速 $C$ 是可以超越得吗？ 这个话题太大了，大得可以捅破天；  
太玄乎，玄乎得让人望而却步。

大，源于光速不变原理是爱因斯坦相对论的基石，相对论影响着人类对宇宙世界与宇宙基元的认识。这么气势庄重的学术标题“超越”，你从哪儿入场，才算是位科学态度的严谨报告人呢？

玄乎，物理学由数学的语言叙述而成，“超越”的数学背景是什么？不得而知，如梦境虚幻，而无所适从。尝试着，有条不紊流畅地，陈述你的数理逻辑，讲清楚你的“超越”，那该如何琢磨出一套优美的数学框架，才能留住庭院内的热忱听众？

狭义相对论的数学语言是四维矩阵空间的洛伦兹变换式。洛伦兹变换式的成立需要一个假设：宇宙中存在着一个运动速度的绝对上限，光速。光速现象是由光子运动产生的。问题是：我们不知道为什么光速一定是最快的运动速度，就如不知道为什么光子的静止质量一定就为零那样，也许我们永远也无法知晓。

无法知晓，由于自然界深藏着永恒的秘密，世上存在着智慧不允许越界的戒律。那是世俗对神奇宇宙的敬畏，对伟大造物主的敬仰。

犹如不能控制个人生活的航程方向，心神耗尽，我们而迷茫；  
智慧探究隐藏在图像背后深邃的种种努力，有时因为戒律的存在，我们而止步。

当然，有我们能清楚了解图像周围光影的机会，那可是上天赐予我们的珍贵机会：光子所有物理特性中，光子自旋角动量的数学背景，可能是最不“拖泥带水的”。光子是自旋角动量为一个普朗克常数大小的旋转粒子，这是个不容易撼动的物理学基本概念。

讨论光速，不可避免地要涉及到光子的特性。光子自旋角动量与光速同为公认的自然界最基本物理概念，利用基本概念研究基本现象，这就是理论物理。我们打算从这里入手，感觉上最自然，从四维走向无限维：

建立光子自旋角动量与洛伦兹变换的无限维矩阵空间表示……。  
讨论无限维相对论空间的可能性……。

崇尚数学神秘主义，《光速 $C$ 是可以超越的》是作者《第三种粒子》数理构思的自然延伸。欣赏完美主义，提示作者，不妨尝试着继续写下去。

准备做一件事情，需要十件事情的准备；

探讨光速，乃是物理学世界的“社会生活热门话题”，那可是要准备经受自然哲理追问一百次的科学答辩。

若标题为，“理论物理与趣味数学”的一次系列讲座，报告人与听众的感觉可能都会因此轻松不少。

任绍绪

2013年5月5日，立夏

shaoxu-ren@hotmail.com



# 简介

爱因斯坦狭义相对论是由洛伦兹变换公式表达的。洛伦兹变换公式是四维矩阵表示，正好用来反映三个空间坐标 $x_1, x_2, x_3$ 与一个时间坐标 $t$ ，在不同惯性坐标系之间的转换。

延续《第三种粒子》的逻辑思维，作者将洛伦兹变换公式由四维矩阵表示，延拓到无限维矩阵表示。

相应地，爱因斯坦狭义相对论延拓到洛伦兹群的无限维矩阵表示，.....。

引入多级宇宙相对论概念，.....。

爱因斯坦狭义相对论属于零级相对论，.....。

论证一级,二级,三级.....相对论粒子运动速度超越光速 $c$ 的可能性，至少在数学意义上是成立的。

《光速 $c$ 是可以超越的》探讨超光速可能性的潜在理论基础：

第零章 漫谈光速运动与光子旋转。

前三章是本书的数学背景，详细介绍，作者如何想到借用人们熟悉的光子自旋角动量算符的三维矩阵表示形式 $S_1, S_2, S_3$ ，去寻找所谓的洛伦兹变换的六个无限维矩阵表示 $\mathbb{J}_1, \mathbb{J}_2, \mathbb{J}_3, \mathbb{K}_1, \mathbb{K}_2, \mathbb{K}_3$ 的构思经历。

第四章 思索无限维矩阵 $\mathbb{K}_3$ 如何“对接”相对论洛伦兹变换的可能方式。

第五,六章 介绍洛伦兹变换中的数学双曲函数与物理不变量。

第七,八,九章 漫游超光速物理世界。

附录 帮助读者查阅光子的身世。

作者感谢同济大学物理学院 王祖源教授，胡媛媛同学的精美封面设计。

## 第零章 光速运动与光子旋转

系统地涉及光速运动的严密逻辑讨论，好像是从19世纪麦克斯韦方程开始。麦克斯韦是英国物理学家(1831–1879)，生于苏格兰爱丁堡。

麦氏方程确定了电磁波的存在，确认光波也是电磁波的一种存在形式。通过分析麦氏方程的物理学量纲，科学家们在理论上，第一次定量地确定电磁波在真空中的传播速度，每秒30万公里。

但是麦克斯韦方程似乎并没有给出什么确切的理由，断定电磁波的这个理论传播速度就是自然界中，所有物质运动速度的极限。

直到爱因斯坦狭义相对论的出现，才从理论上证明光速是宇宙中所有物质速度的上限。物理学的狭义相对论使用洛伦兹变换数学公式表达。洛伦兹变换中包含一个重要的数学因子， $\gamma$ ：

$$\gamma = 1/\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}。$$

一旦  $\frac{v}{c}$  大于1，或者  $v > c$ ，因子 $\gamma$ 将成为虚数数值。这样会导致许多物理观察量，譬如坐标，时间，动量，能量，质量……的数值为虚数数值，显然不合理。唯一的选择：光速 $C$ 是不可超越的！

那么为什么非要选择这样形式的数学因子 $\gamma$ ？因为： $\gamma$ 在狭义相对论的洛伦兹变换中，扮演着维持四维物理量  $(A, B)$ ，在任何物理惯性参照系，保持代数式平方差  $A^2 - B^2$  为不变量的角色。四维物理量 时间，坐标  $(ct, x)$ ； 能量，动量  $(p_0, p)$  在 $\gamma$ 的作用下，产生的对应不变量，分别为数学表达式  $c^2t^2 - x^2$ ；  $p_0^2 - c^2p^2$ 。

什么是不变量？粗略地讲，数学不变量对应于物理学守恒量。世界千奇万怪，想要完整地研究客观外部世界，物理学家们找到一种聪明讨巧，判断是非的归纳方法：

设立一个相对稳定的对等法理原则。 尽管背景不同，大家还是可以坐下来讨论共同感兴趣的物理现象。

不变量法则是物理世界公认的学术普世标准。 否则身处不同参照系的物理学家之间就无法进行对话与交流。有了这样的价值观念，对于不同参照系下发生的物理现象， 实验物理学家们可以通过当量数据换算，获得正确的结论； 理论物理学家则可以富有信心，完成内心数学符号之间的逻辑运算，理性思索得以提炼升华。

# 目录

|                                                                             |      |
|-----------------------------------------------------------------------------|------|
| 第零章 光速运动与光子旋转                                                               | [0]  |
| 关于光子.....; 画像                                                               | [2]  |
| 关于光速.....; 基因                                                               | [4]  |
| "画像"、“基因”与“内禀自旋角动量 $S_{3,+1}$ ”之间的数学变换                                      | [6]  |
| 第一章 光子的自旋                                                                   | [11] |
| §1.1 光子自旋角动量 $S_j$                                                          | [11] |
| §1.2 角动量 $1\hbar$ 自旋粒子 $S_{j,+1\hbar}$ 与光子自旋角动量 $S_j$<br>之间的相似变换: 三维 $V$ 变换 | [18] |
| 1.2.1. 三维 $V$ 变换                                                            | [18] |
| 1.2.2. 三维 $U$ 变换                                                            | [20] |
| §1.3 角动量 $1\hbar$ 自旋粒子 $\Omega_{j,+1}$ 的两个无限维相似变换:<br>无限维 $X$ 变换与无限维 $Y$ 变换 | [23] |
| 1.3.1. 无限维相似 $X$ 变换与无限维相似 $Y$ 变换                                            | [26] |
| 1.3.2. 无限维光子自旋算符 $S_1, S_2, S_3$ 满足角动量对易关系                                  | [48] |
| 第二章 内禀角动量 $\Lambda$ 与背景角动量 $\Gamma$                                         | [59] |
| §2.1 内禀角动量 $\Lambda$ 与 背景角动量 $\Gamma$                                       | [59] |
| §2.2 $X, Y, W$ 相似变换与 $\Lambda$ 型矩阵, $\Gamma$ 型矩阵                            | [61] |
| 第三章 洛伦兹群的无限维矩阵表示                                                            | [65] |
| §3.1 洛伦兹群算符                                                                 | [66] |
| 3.1.1 洛伦兹群的四维无穷小转动算符表示 $J_i, K_i$                                           | [66] |
| 3.1.2 洛伦兹群的四维自旋角动量算符表示 $f_i, g_i$                                           | [75] |
| 3.1.3 四维相似 $W$ 变换                                                           | [76] |
| §3.2 第三种粒子的无限维洛伦兹群                                                          | [85] |
| 3.2.1 模拟无限维相似变换 $Y$ , 建立无限维相似矩阵 $W$                                         | [85] |
| 3.2.2 模拟 $S_3 \Rightarrow J_3, K_3$                                         | [88] |
| 3.2.3 利用内禀角动量 $\Lambda$ 与背景角动量 $\Gamma$ 的通式, 直接获得 $J_3, K_3$                | [91] |
| 3.2.4 $J_1, J_2, J_3, K_1, K_2, K_3$ 之间的对易关系                                | [93] |
| §3.3 小结: 洛伦兹群的第三种粒子算符表示                                                     | [98] |

## 第四章 狭义相对论，从四维空间到无限维空间 [107]

§4.1 四维空间： $K_3, L_3^0(\delta\eta_3), L_3^0(\eta_3)$  [108]

§4.2 无限维空间： $\mathbb{K}_3, \mathbb{L}_3^0(\delta\lambda_j), \mathbb{L}_3^0(\lambda_j)$  [113]

## 第五章 坐标转换因子 $\gamma$ 与不变量 $x^2 \pm y^2$ [123]

§5.1 坐标的厄米线性变换 [123]

§5.2 坐标的反厄米线性变换 [126]

§5.3 因子  $\beta$ , 因子  $\gamma$  与坐标不变量  $x^2 \pm y^2$  [130]

## 第六章 双曲函数与不变量 $x_0^2 \pm x_3^2$ [133]

§6.1 双曲函数与不变量  $x_0^2 - x_3^2$  [133]

§6.2 双曲函数与不变量  $x_0^2 + x_3^2$  [135]

§6.3 洛伦兹双曲函数厄米变换与洛伦兹双曲函数反厄米变换 [137]

## 第七章 超光速洛伦兹变换 [141]

§7.1 无限维洛伦兹变换方程组  $x' = \mathbb{L}_3^0(\lambda)x$  的具体表达式 [142]

§7.2 含有“超光速性格”的洛伦兹转换因子  $\gamma_j$  ( $j=1, 2, 3, \dots$ ) [146]

§7.3 多级宇宙狭义相对论 [147]

7.3.1 零级宇宙世界的速度叠加原理 [148]

7.3.2 一级, 二级, 三级, ..... 宇宙世界的速度叠加原理

7.3.3 一级宇宙世界中不同惯性参照系之间的速度变换现象 [151]

§7.4 多级宇宙世界普适恒等式： $Sh(j+1)\lambda = 1$  [157]

## 第八章 无题 [163]

§8.1 新概念下的 空间间隔、原长  $\Delta l$  与 时间间隔、原时  $\Delta\tau$  [163]

§8.2 新概念下的 能量、动量 与 质量 [166]

§8.3 光子有了自己的洛伦兹变换式 [174]

## 第九章 Tachyon, 快子 [175]

## 附录 Appendix [180]

# Contents

|           |                                                                                                                                                        |      |
|-----------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------|
| Chapter 0 | Velocity of Light and Rotation of Photon                                                                                                               | (0)  |
|           | About Photon ..... ; "Portrait"                                                                                                                        | (2)  |
|           | About Velocity of Light ..... ; "Gene"                                                                                                                 | (4)  |
|           | Math Relationship between<br>"Portrait", "Gene" and Intrinsic Spin Angular Momentum $S_{3,+1}$                                                         | (6)  |
| Chapter 1 | Photon Spin                                                                                                                                            | (11) |
| 1.1       | Photon Spin Angular Momentum $S_j$                                                                                                                     | (11) |
| 1.2       | Similarity Transformation between Angular Momentum $1\hbar$ Particle $S_{j,+1\hbar}$<br>and Photon Spin Angular Momentum $S_j$ in Three Dimensions     | (18) |
| 1.3       | Two Similarity Transformations of Angular Momentum $1\hbar$ Particle $\Omega_{j,+1\hbar}$ ;<br>$X, Y$ Similarity Transformations in Infinite Dimension | (23) |
| Chapter 2 | Intrinsic Angular Momentum<br>and Background Angular Momentum                                                                                          | (59) |
| 2.1       | Intrinsic Angular Momentum $\Lambda$<br>and Background Angular Momentum $\Gamma$                                                                       | (59) |
| 2.2       | $X, Y, \mathbb{W}$ Similarity Transformations and $\Lambda$ Matrix, $\Gamma$ Matrix                                                                    | (61) |
| Chapter 3 | Infinite Dimensional Matrix of Lorentz Group                                                                                                           | (65) |
| 3.1       | Lorentz Group Operator                                                                                                                                 | (66) |
| 3.2       | Infinite Dimensional Lorentz Group of TKP                                                                                                              | (85) |
| 3.3       | Summary                                                                                                                                                | (98) |

|           |                                                                                               |       |
|-----------|-----------------------------------------------------------------------------------------------|-------|
| Chapter 4 | Special Relativity                                                                            |       |
|           | from Four Dimensions to Infinite Dimension                                                    | (107) |
| 4.1       | Four Dimensions $K_3, L_3^0(\delta\eta_3), L_3^0(\eta_3)$                                     | (108) |
| 4.2       | Infinite Dimension $\mathbb{K}_3, \mathbb{L}_3^0(\delta\lambda_j), \mathbb{L}_3^0(\lambda_j)$ | (113) |
| Chapter 5 | Coordinate Transformation Factor $\gamma$ and Invariances $x^2 \pm y^2$                       | (123) |
| 5.1       | Coordinate Hermitian linear Transformation                                                    | (123) |
| 5.2       | Coordinate Anti-Hermitian linear Transformation                                               | (126) |
| 5.3       | Factors $\beta, \gamma$ and Invariances $x^2 \pm y^2$                                         | (130) |
| Chapter 6 | Hyperbolic Function and Invariances $x_0^2 \pm x_3^2$                                         | (133) |
| 6.1       | Hyperbolic Function and Invariance $x_0^2 - x_3^2$                                            | (133) |
| 6.2       | Hyperbolic Function and Invariance $x_0^2 + x_3^2$                                            | (135) |
| 6.3       | Hermitian Transformation and Anti-Hermitian Transformation<br>of Lorentz Hyperbolic Function  | (137) |
| Chapter 7 | Superluminal Lorentz Transformation                                                           | (141) |
| 7.1       | Infinite Dimensional Lorentz Transformation Equation $x' = \mathbb{L}_3^{0j}(\lambda) x$      | (142) |
| 7.2       | Superluminal Lorentz Transformational Factors $\gamma_j (j = 1, 2, 3, \dots)$                 | (146) |
| 7.3       | Multi-Universe Special Relativity                                                             | (147) |
| 7.4       | Multi-Universe Fundamental Constant $Sh(j+1)\lambda = 1$                                      | (157) |
| Chapter 8 | No Title                                                                                      | (163) |
| 8.1       | Proper Length $\Delta l$ and Proper Time $\Delta\tau$                                         | (163) |
| 8.2       | Energy, Momentum and Mass                                                                     | (166) |
| 8.3       | Photon Has its Lorentz Transformation Expression                                              | (174) |
| Chapter 9 | Tachyon                                                                                       | (175) |
| Appendix  |                                                                                               | (180) |

哪么为什么非要选择代数式平方差  $A^2 - B^2$  为狭义相对论的不变量？

这就要问问洛伦兹与爱因斯坦了。他们当初绘制这么一套坚固的物理语言模式：不变量  $A^2 - B^2$ ，因子  $\gamma$ ，“不可超越”；三者联盟组成狭义相对论的内循环语句。

当然更重要的原因是当今物理学的所有实验结果，都建立在光速 $C$ 是不可超越的假设之上，并且非常地符合。

探索者该如何跳出程序语句设定的内循环，去寻找迷宫的出口呢？

无休止的探究欲望，冥思四十九天。无人知晓，是否真的存在着出口，以及出口的方位，尽管你曾经学业功底扎实，泛读全新的前沿文献。

选题前景的判断，几乎无关于勤奋与运气；在智慧决意落笔，行动计算之前，戒律已经决定了你，究竟能够走多远.....

究竟能够走多远，璨烂明亮的北斗七星在穹苍夜幕中闪烁着！.....

困惑降临，领悟也会降临；

光速运动与光子旋转的物理图像与数学表达，似乎正在聚集着某些有趣而简洁的对称相似性，划分于创世时代的朦胧水面之上；

如果世上存在悟性，那么为什么不去祈祷灵验：

报告人试图连接、沟通于光速运动与光子旋转之间的因果纽带，准备两个“关于”，作为《光速 $C$ 是可以超越的》讲座切入话题的开场白。

## 关于光子，我们知道些什么？

♠♠ 现代物理学认为，光子是旋转飞行的微粒。是量子化的电磁波。♠♠

♠光子的“飞行能力”：为光速 $C$ 。光子运动的速度只能小于,等于光速。在真空中等于 $C$ ，约每秒30万公里。

♠光子的“旋转能力”：为1个普朗克常数 $h$ 。光子的身份由三维空间算符  $S_1, S_2, S_3$  鉴定，这三个算符的旋转能力都等于1个普朗克常数 $h$ 大小。

...全球的物理实验室，遥远庞大的宇宙星系...，人们至今：  
还没有真正观察到 飞行能力超越光速 $C$ 的传播现象，也没有测量到 旋转能力偏离1个普朗克常数 $h$ 的光子。

♠♠ 实验物理学家探索世界，通过“观察”与“测量”；

理论物理学家思索世界，在意的是如何描述事物变化的“过程”。♠♠

♠光子的飞行过程，是在三维物理空间完成的。飞行过程是要涉及到时间因素。

★如果光子的飞行过程添加第四维坐标：时间  $x_0=ct$

在“飞行能力”底线，“不能超越光速 $C$ ”的前提假定下，诞生爱因斯坦狭义相对论。

♠光子的旋转过程，是在三维内禀空间完成的。旋转过程涉及到三个空间轴之间的无穷小转动  $S_1, S_2, S_3$ ，数学语言叫  $SO(3)$ 群。

物理学是讲究美学对称的，从空间维度的角度鉴赏，旋转过程与飞行过程的画面应该肌理相似。

★如果光子的旋转过程也要添加第四维坐标，

就会涉及到三个空间轴与一个时间轴之间的旋转因素：无穷小转动  $K_1, K_2, K_3$ 。

这样，光子的整个旋转过程是由：三个空间之间的转动算符  $S_1, S_2, S_3$  与三个空间、一个时间之间的转动算符  $K_1, K_2, K_3$  共同描述。

新成员算符  $K_1, K_2, K_3$  与算符  $S_1, S_2, S_3$  ( $S_1, S_2, S_3$  同时也使用新番号  $J_1, J_2, J_3$ ) 合并，组成一个更庞大的光子的旋转群体：数学语言叫洛伦兹群 (Lorentz Group) 的无穷小转动算符。

洛伦兹群无穷小转动算符由六个四维矩阵组成：算符  $J_1, J_2, J_3$  与算符  $K_1, K_2, K_3$ 。(其中四维算符  $J_1, J_2, J_3$  包含了光子三维空间转动  $S_1, S_2, S_3$ )

# 光子自旋画像

♠♠ 光子旋转的原始三维画像：♠♠

$$S_1 = \hbar \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -i \\ 0 & i & 0 \end{bmatrix}, \quad S_2 = \hbar \begin{bmatrix} 0 & 0 & i \\ 0 & 0 & 0 \\ -i & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad S_3 = \hbar \begin{bmatrix} 0 & -i & 0 \\ i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

光子围绕三维矩阵  $S_1, S_2, S_3$  对角线做无限小转动。

算符  $S_1, S_2, S_3$  都是厄米矩阵，彼此之间满足对易关系  $[S_j, S_k]_- = i\hbar S_l$

♠♠ 光子旋转的洛伦兹四维画像：♠♠

$$J_1 = \hbar \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & & & \\ 0 & S_1 & & \\ 0 & & & \end{bmatrix}, \quad J_2 = \hbar \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & & & \\ 0 & S_2 & & \\ 0 & & & \end{bmatrix}, \quad J_3 = \hbar \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & & & \\ 0 & S_3 & & \\ 0 & & & \end{bmatrix}$$

光子围绕四维矩阵  $J_1, J_2, J_3$  对角线做无限小转动

算符  $J_1, J_2, J_3$  都是厄米矩阵，彼此之间满足对易关系  $[J_j, J_k]_- = +i\hbar J_l$

$J_i$  实际上是三维光子自旋  $S_i$  在洛伦兹四维空间的直接扩充， $J_i$  是洛伦兹群的一部分，洛伦兹群是爱因斯坦狭义相对论的数学基石。

$$J_i \Rightarrow \mathbb{J}_i$$

♠♠♠ 思索之中的，光子旋转的无限维画像：??? ♠♠♠

$$\mathbb{J}_i = \hbar \begin{bmatrix} \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & ? & ? & ? & ? & ? & ? & ? & \cdot \\ \cdot & ? & ? & ? & ? & ? & ? & ? & \cdot \\ \cdot & ? & ? & ? & ? & ? & ? & ? & \cdot \\ \cdot & ? & ? & ? & J_i & ? & ? & ? & \cdot \\ \cdot & ? & ? & ? & ? & ? & ? & ? & \cdot \\ \cdot & ? & ? & ? & ? & ? & ? & ? & \cdot \\ \cdot & ? & ? & ? & ? & ? & ? & ? & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \end{bmatrix} \quad i = 1, 2, 3$$

光子围绕无限维矩阵  $\mathbb{J}_1, \mathbb{J}_2, \mathbb{J}_3$  对角线做无限小转动

算符  $\mathbb{J}_1, \mathbb{J}_2, \mathbb{J}_3$  必须也满足无限维矩阵之间的对易关系  $[\mathbb{J}_j, \mathbb{J}_k]_- = +i\hbar \mathbb{J}_l$