21世纪高等院校物理实验教学改革示范教材

总主编　周　进　沙振舜

大学物理实验（理科）

第二册

主编　苏为宁　王思慧　高文莉　潘元胜

南京大学出版社

21世纪高等院校物理实验教学改革示范教材

大学物理实验
（理科）
第二册

总主编　周　进　沙振舜
主　编　苏为宁　王思慧　高文莉　潘元胜

南京大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

大学物理实验:理科.第2册/苏为宁等主编.--南京:南京大学出版社,2014.1

21世纪高等院校物理实验教学改革示范教材

ISBN 978-7-305-12852-3

Ⅰ.①大… Ⅱ.①苏… Ⅲ.①物理学—实验—高等学校—教材 Ⅳ.①04

中国版本图书馆CIP数据核字(2014)第014961号

出版发行 南京大学出版社
社　　址 南京市汉口路22号　　　邮　编 210093
网　　址 http://www.NjupCo.com
出 版 人 左　健

丛 书 名 21世纪高等院校物理实验教学改革示范教材
书　　名 **大学物理实验(理科)第二册**
主　　编 苏为宁　王思慧　高文莉　潘元胜
责任编辑 耿士祥　蔡文彬　　　编辑热线 025-83593962

照　　排 江苏南大印刷厂
印　　刷 南京大众新科技印刷有限公司
开　　本 787×1092　1/16　印张 15.25　字数 372千
版　　次 2014年1月第1版　2014年1月第1次印刷
ISBN 978-7-305-12852-3
定　　价 34.00元

发行热线 025-83594756
电子邮箱 Press@NjupCo.com
Sales@NjupCo.com(市场部)

编　委　会

顾　问　孙尔康

总主编　周　进　沙振舜

编　委　（按姓氏笔画为序）

于　瑶　万春华　王思慧　江兴方

江洪建　刘　平　刘柯林　朱育群

沙振舜　吴志贤　苏为宁　陈秉岩

周　进　周慧君　胡小鹏　郭小建

高惠滨　高文莉　龚国斌　谭伟石

潘元胜　潘永华

前　言

物理学本质上是一门实验科学，所以物理实验是物理学的重要课程，不仅如此，它还体现了大多数科学实验的共性，在实验思想、实验方法以及实验手段等方面是各学科科学实验的基础。因此，教育部高等学校物理学与天文学教学指导委员会在理工科大学物理实验基本要求中提出的任务如下：培养学生的基本科学实验技能，提高学生的科学实验基本素质，使学生初步掌握实验科学的思想和方法；培养学生的科学思维和创新意识，使学生掌握实验研究的基本方法，提高学生的分析能力和创新能力；提高学生的科学素养，培养学生理论联系实际和实事求是的科学作风，认真严谨的科学态度，积极主动的探索精神，遵守纪律、团结协作、爱护公共财产的优良品德。

物理实验课程内容一般包含基础性实验、综合性实验、设计性或研究性实验。基础性实验主要指学习基本物理量的测量、基本实验仪器的使用、基本实验技能和基本测量方法、误差与不确定度及数据处理的理论与方法等。综合性实验指在同一个实验中涉及物理知识的多个领域，综合应用多种方法和技术的实验。设计性实验指给定实验题目、实验要求和实验条件，由学生自己设计方案并基本独立完成全过程的实验。而研究性实验指围绕基础物理实验的课题，由学生以个体或团队的形式，以科研方式进行的实验。该教材的编写体现了这样一个层次和精神，在本系列中，大学物理实验理科（第一册）强调实验的基础性和学生的可操作性，而大学物理实验理科（第二册）在内容编排上突出实验原理和思想方法的介绍，而对实验具体操作进行简化处理，这样可以避免学生在实验过程中按部就班地去完成实验而忽略物理实验能力培养的本质。

实验教学是一项集体协同性的教学活动，教材也是许多老师和实验技术人员辛勤工作的成果，本教材是在南京大学出版社潘元胜等编写的大学物理实验（第二册）基础上编写而成的，参加本次编写的有苏为宁、王思慧、高文莉、胡小鹏、周进、陈延彬、潘永华、龚国斌、周慧君、江洪建等，最后统稿分工为苏为宁负责基础性物理实验部分、王思慧负责综合性物理实验部分、高文莉负责课题性物理实验部分和周进负责自主研究性实验案例。此外，本教材还参考了一些实验仪器提供厂家的相关仪器资料。

需要指出的是，物理实验课程主要是一个通过物理实验项目使得学生能够通过阅读实验教材、查询有关文献资料，正确使用仪器及辅助设备，完成实验及相应实验报告的过程，培养学生独立实验的能力，分析与研究的能力，理论联系实际的能力以及创新能力。因此，实验教材的作用仅提供实验项目的参考资料，学生完成一个实验还应该通过其他途径进行一些资料查询。

编者

2013 年 12 月

目　　录

第四章　课题性实验

第五章　自主研究性物理实验(案例)

第一章　实验误差与数据处理的基本理论

第一节　物理测量的随机性与随机变量的分布

一、物理测量的随机性

物理实验离不开对物理量的测量，但是，由于测量技术和测量方法的限制，总存在测量误差.

例如，测量一个物体的长度，当用米尺测量时，测量值为 8.6 mm，得到两位有效数字的测量值；改用游标卡尺测量，测量值为 8.64 mm，得到三位有效数字的测量值. 这些测量值都不是真值，而是真值的估值. 只要选择合适的测量仪器，我们的测量就能逼近这个物体长度的真值. 在测量中，如果测量仪器和测量过程足够灵敏，即使用同一仪器，在同一时间，对同一物理量进行多次测量，所得到的各测量值也都不尽相同. 这是因为总存在我们不能控制的偶然因素，加上观察者本身分辨本领的限制，致使各个测量值之间出现差异，使测量值存在着不能预知的测量误差，称为随机误差.

既然测量结果存在随机误差，为了得到合理的结论，并探讨结论的可靠程度，就应用概率论和数理统计学来研究和表达测量结果.

二、随机变量与分布函数

通常将在一定条件下，可能发生也可能不发生或者可能出现多种结果的偶然现象，称为**随机现象**. 在一定条件下，随机现象的演变过程，称为**随机事件**. 描述随机事件的变量称为**随机变量**.

1. 分布函数

要完全描述一个随机变量，必须给出随机变量的全部可能取值和各种可能取值的概率. 随机变量的概率分布常用**分布函数**（又称**概率密度函数**）$f(x)$来描述，而随机变量取值落入区间$[a,b]$的概率为

$$P_r = \int_a^b f(x)\mathrm{d}x.$$

分布函数满足归一化条件：

$$P_r = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x)\mathrm{d}x = 1.$$

2. 随机变量的数字特征

在实际工作中，有时不需要了解随机变量分布的全貌，而是用几个与随机变量分布全貌

有关的数值加以描述,这就是随机变量的数字特征量——数学期望、方差、协方差、相关系数等.我们这里只介绍在物理测量中常用到的数学期望和方差.

(1) 数学期望(均值、期待值)

定义**数学期望** $E(x)$ 为

$$E(x)=\int_{-\infty}^{\infty}xf(x)\mathrm{d}x.$$

从定义不难看出,随机变量的数学期望,实际上是它的各种可能取值的加权平均.权重系数为可能取值出现的概率.某个值出现的概率大,对数学期望的贡献就大;相反,某个值不常出现,它对数学期望的贡献就小.数学期望反映了随机变量的共性,但它不能反映各种取值的差异性.

(2) 总体方差

总体方差是反映随机变量各种取值离散性的指标,定义**总体方差** $D(x)$ 为

$$D(x)=\int_{-\infty}^{\infty}[x-E(x)]^2f(x)\mathrm{d}x,$$

$$D(x)=E(x^2)-[E(x)]^2.$$

通常人们称总体方差的平方根为均方根差,即用 σ_i 表示,$\sigma_i^2=D(x)$.而 σ_i 的估值 S_i 称为**标准偏差**.

三、正态分布

例如,测量一个由 3 秒电脉冲控制的发光体发光时间,测量 50 次,所得测量结果如表 1-1.

表 1-1 灯泡发光时间 T 的测量值

T_i/s	2.6	2.7	2.8	2.9	3.0	3.1
出现次数 n	1	3	6	9	11	10
$\Delta T_i=T_i-\overline{T}$	−0.4	−0.3	−0.2	−0.1	0	0.1
T_i/s	3.2	3.3	3.4	3.5		
出现次数 n	6	2	1	1		
$\Delta T_i=T_i-\overline{T}$	0.2	0.3	0.4	0.5		

平均发光时间: $\overline{T}=3.0\ \mathrm{s}$.

作图,横轴表示发光时间相对平均值的偏差 $\Delta T_i=T_i-\overline{T}$,纵轴表示对应的次数,作图 1-1,图中 ΔT_i 是测量值的随机误差,它有下述特点:

(1) 随机误差有大有小,小误差出现的概率(次数)比大误差大,超过一定范围的大误差出现的概率趋近于零.$f(\Delta T)$ 只有一个峰值,常称此性质为随机误差的单峰性.

(2) 随机误差可正可负,当测量次数足够多时($n\to\infty$),出现同样大小的正误差和负误差的概率相等,通常称为随机误差的对称性.对测量结果显然有 $\sum_i \Delta T_i\approx 0$,所以也称为随机误差的抵偿性.这种曲线称为正态分布曲线,又称为高斯分布曲线,其函数形式可表述为

$$f(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_x}\exp\left[-\frac{(x-a)^2}{2\sigma_x^2}\right],(-\infty<x<+\infty)$$

其中 a 为物理量的真值.

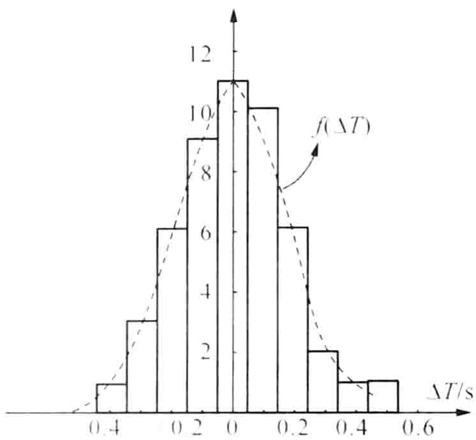

图 1-1　发光时间与相应几率的关系

均方根差：
$$\sigma_x=\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i-a)^2}{n}}.$$

正态分布的数字期望：
$$E(x)=a.$$

曲线呈正态分布，是对称的单峰，而峰值 $f(a)=1/(\sqrt{2\pi}\sigma_x)$.

可见参数 σ_x 直接反映了峰值的大小. σ_x 愈小，$f(a)$ 愈大，曲线愈陡，数据愈集中，重复性愈好，σ_x 直接反映了分布的离散性. 而由 $f(x)$ 的二阶导数为 0，可以求出 $x=a\pm\sigma_x$，可见 $x=a\pm\sigma_x$ 处是分布曲线的两个拐点.

正态随机变量在区间 $(a-\sigma_x,\ a+\sigma_x)$ 的概率 P_x 为

$$P_x=\int_{a-\sigma_x}^{a+\sigma_x}\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_x}\exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{x-a}{\sigma_x}\right)^2\right]\mathrm{d}x=0.683.$$

在区间 $(a-2\sigma_x,a+2\sigma_x)$ 和 $(a-3\sigma_x,a+3\sigma_x)$ 的概率分别是 0.954 和 0.997. 在物理测量中，$3\sigma_x$ 常被称为极限误差，常作为测量中坏值剔除的判据.

第二节　等精度测量下随机误差的估算

一、等精度测量和不等精度测量

先介绍等精度测量和不等精度测量这两个概念. 我们每次测量得到一个具体的测量值，而每一个测量值都和相应的分布相联系，分布的方差则说明了测量值的离散程度. 显然，方差取决于测量方法和所使用仪器的精度. 等精度测量就是指，当进行一系列测量时，与各个测量值相应的分布有相同的方差. 在相同的条件下，用相同的仪器和方法进行测量的测量值

自然是等精度的. 不等精度的测量值就是指,与各测量值相应的分布有不同的方差. 一般地说,在不同测量条件下或用不同精度的仪器和测量方法,所得到的测量值是不等精度的.

在物理测量中,待测的物理量如长度、时间、质量、电压、波长等,在一定条件下,它们本身都有一个确定的值,称为真值. 测量值 x_i 和真值 a 之间的差称为误差 Δx_i,即

$$\Delta x_i = x_i - a,$$

测量误差通常包括系统误差和随机误差两大类. 本节主要讨论等精度测量下随机误差的估算.

系统误差的出现都是有规律的,可以通过技术途径来减小和消除. 通常系统误差的影响远大于随机误差. 本节用代数的方法推导方差的估算公式.

从上节可知:

$$\sigma_i^2 = \frac{\sum\limits_{i=1}^{n}(x_i - a)^2}{n},$$

但上式中真值 a 是不知道的,显然利用上式无法计算 σ_i. 但我们知道:$\Delta x_i = x_i - a$,对 i 组数据进行累加,得

$$\sum_{i=1}^{n}\Delta x_i = \sum_{i=1}^{n}x_i - na,$$

即

$$\frac{\sum\limits_{i=1}^{n}\Delta x_i}{n} = \frac{\sum\limits_{i=1}^{n}x_i}{n} - a,$$

$$\frac{\sum\limits_{i=1}^{n}\Delta x_i}{n} = \bar{x} - a.$$

利用正态分布的对称性,当 $n \to \infty$ 时,$\frac{\sum\limits_{i=1}^{n}\Delta x_i}{n} \to 0$,则

$$\bar{x} - a \to 0,\ 即\ \bar{x} \to a.$$

可见 $\bar{x}$ 是 a 的最佳代表. 在方差的估算中,如用 $\bar{x}$ 取代 a 会有什么样的结果?

如对一个物理量进行 n 次独立的重复测量,测量值为 $x_1, x_2, \cdots, x_n$,算术平均值为 $\bar{x}$,则

$$\begin{aligned}
\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2 &= \sum_{i=1}^{n}[(x_i - a) - (\bar{x} - a)]^2 \\
&= \sum_{i=1}^{n}(x_i - a)^2 - 2\sum_{i=1}^{n}(x_i - a)(\bar{x} - a) + n(\bar{x} - a)^2 \\
&= \sum_{i=1}^{n}(x_i - a)^2 - n(\bar{x} - a)^2
\end{aligned}$$

$$= \sum_{i=1}^{n}(x_i - a)^2 - n\left[\frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n} - \frac{na}{n}\right]^2$$

$$= \sum_{i=1}^{n}(x_i - a)^2 - \frac{1}{n}\left[\sum_{i=1}^{n}(x_i - a)\right]^2,$$

$$\left[\sum_{i=1}^{n}(x_i - a)\right]^2 = \sum_{i=1}^{n}(x_i - a)^2 + \sum_{i \neq j}(x_i - a)(x_j - a).$$

由于正态分布的对称性，当 $n \to \infty$ 时

$$\sum_{i \neq j}(x_i - a)(x_j - a) = 0,$$

则有

$$\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2 = \sum_{i=1}^{n}(x_i - a)^2 - \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i - a)^2,$$

$$\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i - a)^2,$$

$$\sigma_x^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - a)^2}{n} = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}{n-1} = S_x^2.$$

这是 n 个单次测量值 x_i 的标准偏差的平方. 而算术平均值的标准偏差该如何计算呢?

把 $\bar{x}$ 代入公式有

$$\sigma_{\bar{x}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(\bar{x} - a)^2}{n}},$$

$$\sigma_{\bar{x}}^2 = \frac{n(\bar{x} - a)^2}{n} = (\bar{x} - a)^2 = \left[\frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n} - \frac{na}{n}\right]^2$$

$$= \frac{1}{n^2}\left[\sum_{i=1}^{n}(x_i - a)\right]^2.$$

利用前面证明，则可得

$$\sigma_{\bar{x}}^2 = \frac{1}{n^2}\sum_{i=1}^{n}(x_i - a)^2 = \frac{1}{n}\sigma_x^2.$$

那么，算术平均值的标准偏差 $S_{\bar{x}}$ 的平方为

$$S_{\bar{x}}^2 = \frac{1}{n}S_x^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}{n(n-1)}.$$

二、测量结果表示的统计含义

在一定实验条件下，如对一个物理量进行 n 次独立测量，其测量值为 $x_1, x_2, \cdots, x_n$，其算术平均值为 $\bar{x}$，标准偏差为 $S_{\bar{x}}$，通常用 $x=\bar{x}\pm S_{\bar{x}}$ 表示测量结果.

如测量一个光波的波长为

$$\lambda = (546.5 \pm 0.9)\,\mathrm{nm}.$$

对此结果的表示，有几种错误的认识：

(1) 认为此光波波长的真值为 546.5 nm；

(2) 认为测量值与真值的差为 0.9 nm；

(3) 认为此光波的波长是 545.6 nm 或 547.4 nm.

之所以产生以上种种错误认识，主要是对测量的随机性和测量结果表示的统计含义认识不足.随机性就是一种可能性，不是绝对的，测量值是随机的，即它可能是数值 A，也可能是数值 B，或是数值 C……只是它们可能出现的概率不一样.所以 546.5 nm、545.6 nm、547.4 nm 都不可能是波长的真值，0.9 nm 也不是测量值与真值的差.546.5 nm 只是波长真值的估值.波长的真值只有 68.3%的可能性在 545.6 nm 至 547.4 nm 范围内，还有 31.7%的可能性在该范围以外.随着测量技术的进步，测量值趋近于真值，但永远达不到真值，只能用统计观点来理解测量结果.

有时，由于测量仪器的灵敏度不够，使 n 次重复测量，出现同一个测量值，计算 $S_{\bar{x}}=0$，这种没有反映出随机误差的测量，不能说随机误差为零，这种测量的误差最小也是测量仪器最小刻度的 1/3.测量中存在误差是绝对的，不存在没有误差的测量，否则会导出使用仪器愈精密测量误差愈大的错误结论.

由于物理测量总存在测量误差，所以我们认为物理测量总是存在不确定性的，统计学中用标准偏差来描述这种不确定性.

第三节　曲线拟合初步

根据实验数据推出经验方程称为方程的回归问题，又称为曲线的拟合.进行曲线的拟合必须有个前提，即首先必须根据理论推断或从测量数据变化趋势推测出函数形式，如线性可以表示为 $y=a+bx$(a、b 为常数).

如是指数关系，可以表示为

$$y = Ae^{Bx} + C.\ (A、B、C\ 为常数)$$

在函数关系不够清楚时，常用多项式形式表示：

$$y = b_0 + b_1x + b_2x^2 + b_3x^3 + \cdots + b_nx^n.\ (b_0、b_1、b_2、\cdots、b_n\ 为常数)$$

现讨论最简单的直线关系.

如有 n 组测量值为 $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \cdots, (x_n, y_n)$，而推断出 x、y 是线性关系，即

$$y = a + bx,$$

如何确定常数 a,b? 除作图法以外,现介绍几种方法.

一、最小二乘法

给出的 n 组测量值在 x,y 平面上为 n 个点. 它们是$(x_1,y_1),(x_2,y_2),\cdots,(x_n,y_n)$. 首先在 x,y 平面上任意作一条直线 L,它的方程为 $y=a+bx$.

显然平面上任一点(x_i,y_i)到直线 L 的距离 R_i 的平方为

$$R_i^2 = [y_i - (a + bx_i)]^2. \tag{1}$$

不难看出,R_i 的几何意义是点(x_i,y_i)沿平行于 y 轴方向到 L 的距离. 为了定量描述直线 L 和 n 个测量值的远近程度,引入一个函数 $Q(a,b)$:

$$Q(a,b) = \sum_{i=1}^{n}[y_i - (a + bx_i)]^2. \tag{2}$$

$Q(a,b)$显然是 n 个测量点沿 y 轴方向到 L 距离的平方和. 我们所求的直线应该和 n 个测量点距离最近,即希望求出 $Q(a,b)$值最小对应的(a,b).

$$\begin{cases} \dfrac{\partial Q}{\partial a} = 2\sum\limits_{i=1}^{n}[y_i - (a + bx_i)] = 0, \\ \dfrac{\partial Q}{\partial b} = 2\sum\limits_{i=1}^{n}[y_i - (a + bx_i)]x_i = 0, \end{cases} \tag{3}$$

即

$$\begin{cases} \sum\limits_{i=1}^{n} y_i - na - b\sum\limits_{i=1}^{n} x_i = 0, \\ \sum\limits_{i=1}^{n} x_i y_i - a\sum\limits_{i=1}^{n} x_i - b\sum\limits_{i=1}^{n} x_i^2 = 0. \end{cases}$$

那么:

$$a = \overline{y} - b\overline{x}, \tag{4}$$

$$b = \frac{\sum\limits_{i=1}^{n} x_i y_i - n\overline{x}\,\overline{y}}{\sum\limits_{i=1}^{n} x_i^2 - n\overline{x}^2} = \frac{\sum\limits_{i=1}^{n}(x_i - \overline{x})(y_i - \overline{y})}{\sum\limits_{i=1}^{n}(x_i - \overline{x})^2}. \tag{5}$$

对任何一组测量值$(x_1,y_1),(x_2,y_2),\cdots,(x_n,y_n)$,不管 x,y 之间有无线性关系,代入上式都可以求解出一组(a,b). 为了评价数值拟合的合理性,引进相关系数 r 来描述 x, y 的线性相关程度,

$$r = \frac{\sum\limits_{i=1}^{n}(x_i - \overline{x})(y_i - \overline{y})}{\sqrt{\sum\limits_{i=1}^{n}(x_i - \overline{x})^2 \sum\limits_{i=1}^{n}(y_i - \overline{y})^2}}. \tag{6}$$

可以证明 $0\leqslant r\leqslant 1$，当 $r=1$ 时，x，y 线性相关性最好.

为了计算方便，特引入下面几个量：

令

$$\begin{cases} L_{xx}=\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2=\sum_{i=1}^{n}x_i^2-\frac{1}{n}(\sum_{i=1}^{n}x_i)^2, \\ L_{yy}=\sum_{i=1}^{n}(y_i-\bar{y})^2=\sum_{i=1}^{n}y_i^2-\frac{1}{n}(\sum_{i=1}^{n}y_i)^2, \\ L_{xy}=\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})(y_i-\bar{y})=\sum_{i=1}^{n}x_iy_i-\frac{1}{n}(\sum_{i=1}^{n}x_i)(\sum_{i=1}^{n}y_i), \end{cases}$$

则

$$a=\bar{y}-b\bar{x},\ b=L_{xy}/L_{xx},\ r=L_{xy}/\sqrt{L_{xx}L_{yy}}.$$

二、倍乘法

如 n 组 (x,y) 的测量值中 x 的取值是等间距的，可以把 n 组 (x,y) 值代入方程 $y=a+bx$，得到 n 个方程，并将其相加，得到一个方程 A；再用 $1,2,\cdots,n$ 分别和 n 个方程相乘，再相加得到另一个方程 B. 联列方程 A、B 解出 a、b.

例如：

x	1	2	3	4
y	5	8	9	10

$$\begin{array}{llll} \text{则} & 5=a+b & \times 1\ \text{有} & 5=a+b \\ & 8=a+2b & \times 2\ \text{有} & 16=2a+4b \\ & 9=a+3b & \times 3\ \text{有} & 27=3a+9b \\ +) & 10=a+4b & \times 4\ \text{有} & 40=4a+16b \\ \hline & 32=4a+10b,(A) & & 88=10a+30b.(B) \end{array}$$

解方程组
$$\begin{cases} 4a+10b=32, & (A) \\ 10a+30b=88. & (B) \end{cases}$$

得 $a=4.0$，$b=1.6$，则

$$y=4.0+1.6x.$$

三、分组累加法

如测量得到 n 组 (x,y) 值，如 n 为偶数，把前 $\frac{n}{2}$ 个方程相加得到方程(7)：

$$y_1=\frac{n}{2}a+bx_1, \tag{7}$$

再把后$\frac{n}{2}$个方程相加,得到方程(8):

$$y_2 = \frac{n}{2}a + bx_2. \tag{8}$$

联列方程(7)、(8),可以解出 a、b

$$\begin{cases} a = \dfrac{(y_1 + y_2)(x_1 - x_2) - (y_1 - y_2)(x_1 + x_2)}{n(x_1 - x_2)}, \\ b = \dfrac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2}. \end{cases}$$

如 n 为奇数,可以把居中的方程加到每一组去.

四、定中心法

由测量得到 n 组(x,y)值,先求出 $\bar{x}$ 和 $\bar{y}$,即 $\bar{x} = \dfrac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n}$,$\bar{y} = \dfrac{\sum_{i=1}^{n} y_i}{n}$.

把点$(\bar{x},\bar{y})$称作中心,将 n 个测量值分为两组,小于 $\bar{x}$ 的 k 个值为一组;大于 $\bar{x}$ 的$(n-k)$个值为另一组.则有:

$$\begin{cases} x_1 = \dfrac{\sum_{i=1}^{k} x_i}{k}, y_1 = \dfrac{\sum_{i=1}^{k} y_i}{k}; \\ x_2 = \dfrac{\sum_{i=k+1}^{n} x_i}{n-k}, y_2 = \dfrac{\sum_{i=k+1}^{n} y_i}{n-k}. \end{cases}$$

此方法认为所求直线的最佳斜率为联结两点(x_1,y_1)、(x_2,y_2)之间直线的斜率,则

$$b = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}, a = \bar{y} - b\bar{x},$$

即求出直线方程:$y = a + bx$.

五、方程变换

有一些非线性方程,经过适当的变换可以变换成线性方程,如:

(1) $y = Ae^{Bx}$ 及其类似的指数方程可以变换为 $\ln y = \ln A + Bx$;

(2) $y = \dfrac{x}{A + Bx}$ 可以变换为$\dfrac{1}{y} = \dfrac{A}{x} + B$;

(3) $y = A + Bx + Cx^2$ 可以变换为$\dfrac{y - y_1}{x - x_1} = B + C(x - x_1)$,其中 x_1,y_1 为任何一组测量值.

六、对数坐标纸作图

有些物理量的变化幅度很大,如真空的测量,压强按 10,0.1,0.01 的幅度变化,用普通作图纸已无法作图,必选用十进位半对数坐标纸作图,如图 1-2 所示.另外在某些情况下,对幂函数或指数曲线的改直或求经验方程,利用对数坐标纸作图更为方便有利.

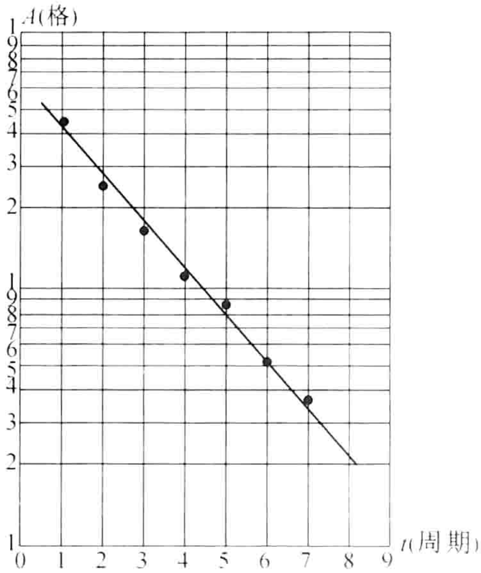

图 1-2　阻尼振幅随时间的变化(对数坐标纸示意图)

对数坐标纸的尺度与所标数的对数值成正比,对数坐标的每一级(一组 1,2,3,…,9)对应一个数量级,并都是十进位对数.半对数坐标纸只有 y 方向取对数,x 方向为均匀分度;双对数坐标纸 x 方向,y 方向都取对数.

下面举个单对数坐标纸作图的例子.在阻尼振动实验中,测得每个周期振动的振幅如下:

t(周期)	1	2	3	4	5	6	7
A(格)	42.0	27.0	18.6	12.0	8.2	5.0	3.7

如图 1-2 所示,把这些测量点标在半对数坐标纸上,可见是一条直线,说明阻尼振动是指数衰减,其函数形式为 $A=A_0e^{-\beta t}$.可以从直线上任取两点,求出衰减系数 β.

七、练　习

1. 物理测量的随机性表现在哪些方面?
2. 计算

$$\int_{-3\sigma}^{+3\sigma}\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}\exp\left(\frac{-x^2}{2\sigma^2}\right)\mathrm{d}x.$$

提示:$e^{-y^2}=1-y^2+\frac{1}{2!}y^4-\frac{1}{3!}y^6+\cdots$

3. 伏安法测电阻实验,测量数据如下表.先用最小二乘法求电阻 R 和相关系数 r,再用另一种方法计算 R,并对两种方法进行比较.

n	1	2	3	4	5	6
U/V	0.00	2.00	4.00	6.00	8.00	10.00
I/mA	0.00	4.00	9.00	12.00	15.00	21.00