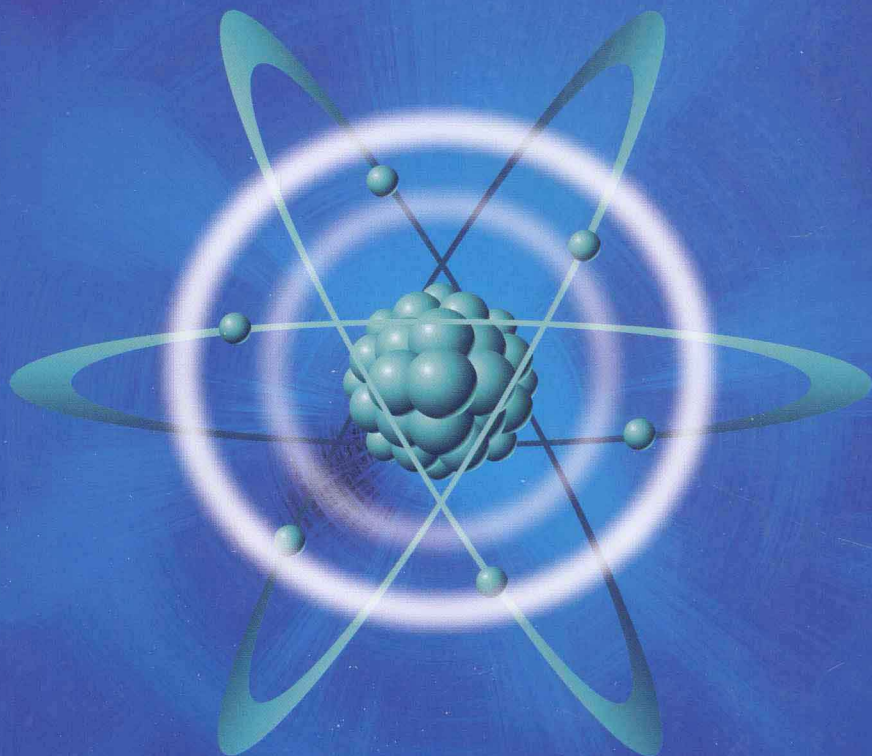




普通高等教育“十二五”规划教材

量子力学

陈洪 袁宏宽 主编



科学出版社

普通高等教育“十二五”规划教材

量子力学

陈 洪 袁宏宽 主编

科学出版社

北 京

内 容 简 介

本书是高等学校物理学及相关专业本科生的量子力学课程教材,着重阐述量子力学的基本概念、基本原理和基本方法。教材内容包括:量子论基础、波函数与薛定谔方程、力学量及其随时间的演化、电磁场中的带电粒子、量子力学的表述形式、束缚态近似方法、量子跃迁、自旋与泡利方程、多粒子体系、量子力学的概念进展。部分章节提供了大量例题和练习题,并给出了详细解答,每章末附有适量的习题,供读者选做。书末简明地给出了本书涉及的数学,供读者参考。

本书作为普通高等院校物理类专业本科生及部分工科院校研究生教材,也可供相关专业的师生参考使用。

图书在版编目(CIP)数据

量子力学/陈洪,袁宏宽主编. —北京:科学出版社, 2014.1

普通高等教育“十二五”规划教材

ISBN 978-7-03-032544-1

I. ①量… II. ①陈… ②袁… III. ①量子力学—高等学校—教材

IV. ①O413.1

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2013) 第 290710 号

责任编辑: 窦京涛 / 责任校对: 宋玲玲 钟 洋

责任印制: 阎 磊 / 封面设计: 迷底书装

科学出版社 出版

北京东黄城根北街 16 号

邮政编码: 100717

<http://www.sciencep.com>

保定市中国画美凯印刷有限公司印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2014 年 1 月第 一 版 开本: 720 × 1000 B5

2014 年 1 月第一次印刷 印张: 23

字数: 464 000

定价: 42.00 元

(如有印装质量问题, 我社负责调换)

前 言

量子力学是在人类的生产实践和科学实验深入到微观物质世界领域的情况下, 在 20 世纪 20 年代中期初步建立起来的. 在 19 世纪与 20 世纪之交, 经典物理学已经相当完备, 甚至有人认为经典物理学各个分支学科已结合成一座具有庄严雄伟的建筑体系和动人心弦的美丽殿堂, 未来真正的物理学将不得不在小数点后第六位去寻找. 然而, 正是在这个时期, 对相继发现的实验现象, 如黑体辐射、光电效应、原子光谱、固体的比热等, 尽管人们试图把这些现象纳入经典物理学的框架, 给予理论上的解释, 但都未能获得圆满的成功. 经典物理学在这里遇到了无法克服的困难. 量子力学的概念和规律正是在解决这些矛盾的过程中逐步揭示出来的.

自量子力学诞生以来, 在不同领域相继发现了许多宏观量子效应 (宏观尺度上观察到的量子效应), 如激光、超导现象与超流现象、量子霍尔效应、玻色-爱因斯坦凝聚, 乃至一些天体现象等. 这表明量子力学不仅支配着微观世界, 而且也支配着宏观世界. 人们熟知的经典力学规律只不过是量子力学规律在特定条件下的近似. 另外, 迄今量子力学的发展并没有完结. 从量子力学诞生起, 围绕量子力学基本概念和原理的理解及物理图像, 一直存在长期而激烈的争论. 近年来, 随着物理实验技术的进展, 这种争论已不再仅仅是思辨性的, 而是发展成为直接依靠实验的实证研究了, 已揭示出一系列原则上全新的物理现象, 并还在不断向前发展.

量子力学已广泛应用到从粒子物理、原子核、原子分子、凝聚态物理直到中子星、黑洞等各个物质层次的研究, 并且现代科学技术——从原子弹、氢弹到核电站, 从激光技术、超导技术到显微技术、纳米技术, 从集成电路、电子计算机到未来的通信技术、量子计算机, 无不以量子力学为其理论基础. 随着新的量子现象的不断涌现, 可以预计量子力学的实用性会更加突出, 一批新的交叉学科将会应运而生. 可以毫不夸张地说, 没有量子力学, 就没有当代物理学, 也就没有与当代物理学联系在一起的当代科学技术.

本书是关于量子力学的入门教材, 不可能, 也不应该包括全部范围. 教材内容的选择是按照其物理重要性、教学价值及其在发展中的历史影响来进行的. 在内容的叙述上, 按照归纳法, 由某些关键实验开始, 循序渐进地引入基本概念. 然后, 进一步发展量子力学的基本问题、应用和表述形式, 也力求给出一些有价值的近代题材和能表明量子力学在解决实际问题时有应用价值的题目. 我们不主张所有这些内容都要求讲授, 有的可供学生自学, 毕竟教学的目的在于培养学生提出问题、分析问题和解决问题的能力, 而不是局限于单纯地传授知识. 学好量子力学导论的部

分任务涉及掌握正规的数学方法,这是因为要想有能力进入更高级的专题,掌握正规方法是完全必要的.为便于教学和学生深入地掌握有关内容,部分章节安排了例题和练习题.每章末附有适量的习题,供读者选做.练习题给出了详细解答,供读者参考.书末给出了与所遇到的物理问题密切关联的数学.

本书最初以讲义的形式在编者所在学校物理专业本科学生中使用,不少学生和一起教学的同事提出了很多修改意见,并已部分体现在此书中,特别是增加了大量例题和练习题,并给出了详细解答.在讲义编写过程中也参考了若干现行的教材,在许多地方得到启发与教益,在此一并致谢.尽管如此,限于编者能力,书中不妥之处在所难免,望读者批评指正.

陈 洪 袁宏宽

2013 年 3 月 10 日于西南大学

目 录

前言

第 1 章 量子论基础	1
1.1 黑体辐射	1
1.2 光电效应	4
1.3 康普顿效应	5
1.4 玻尔的量子论	7
1.5 德布罗意的物质波	11
习题	17
第 2 章 波函数与薛定谔方程	19
2.1 物质波的统计诠释	19
2.2 态叠加原理	22
2.3 动量分布概率	23
2.4 力学量的平均值	24
2.5 薛定谔方程	27
2.6 定域的概率守恒	28
2.7 能量本征方程	29
2.8 能量本征态的一般性质	31
2.9 波函数的标准条件	35
2.10 阶梯形方势	36
2.11 谐振子	51
习题	56
第 3 章 力学量及其随时间的演化	60
3.1 表示力学量的算符	60
3.2 算符的运算规则	63
3.3 厄米算符的本征值与本征函数	67
3.4 基本力学量算符的本征函数系	70
3.5 力学量同时有确定值的条件	74
3.6 $(\hat{l}^2, \hat{l}_z)$ 的共同本征态	77
3.7 力学量完全集	81
3.8 不确定性关系	83

3.9 力学量随时间的演化	87
3.10 波包的运动	88
3.11 守恒量及其性质	91
3.12 能级简并与守恒量的关系	93
3.13 守恒量与对称性的关系	93
3.14 空间反射不变性与宇称守恒	100
3.15 周期势场	105
习题	112
第 4 章 电磁场中的带电粒子	114
4.1 带电粒子与电磁场的耦合	114
4.2 中心力场中粒子的运动	119
4.3 氢原子及类氢离子	129
4.4 赫尔曼-费曼 (HF) 定理	138
4.5 朗道能级	142
4.6 阿哈罗诺夫-玻姆 (AB) 效应	146
习题	149
第 5 章 量子力学的表述形式	151
5.1 狄拉克符号	151
5.2 希尔伯特空间	152
5.3 态和力学量的表象表示	153
5.4 表象变换	163
5.5 线性谐振子与粒子数表象	167
5.6 海森伯图景和相互作用图景	172
5.7 密度算符与密度矩阵	179
习题	183
第 6 章 束缚态近似方法	185
6.1 非简并态微扰论	185
6.2 简并态微扰论	192
6.3 斯塔克效应	198
6.4 变分原理及变分法	201
6.5 氢原子及类氢离子的基态	206
习题	210
第 7 章 量子跃迁	212
7.1 含时微扰论 —— 量子跃迁概率	212
7.2 绝热微扰和瞬时微扰	219

7.3	常微扰引起的跃迁 —— 费米黄金规则	225
7.4	散射的玻恩近似	230
7.5	周期性微扰下的跃迁	233
7.6	能量-时间不确定性关系	236
7.7	光的吸收与辐射的半经典理论	238
	习题	243
第 8 章	自旋与泡利方程	245
8.1	电子自旋的提出	245
8.2	电子自旋算符, 泡利矩阵	248
8.3	电子自旋波函数	250
8.4	泡利方程	254
8.5	电子自旋共振	256
8.6	电子的自旋轨道耦合	260
8.7	两个电子自旋的耦合	265
8.8	碱金属原子光谱的双线结构	267
8.9	塞曼效应	270
	习题	273
第 9 章	多粒子体系	275
9.1	多粒子体系的薛定谔方程	275
9.2	多粒子体系的总动量和总角动量	277
9.3	多粒子体系的质心运动	280
9.4	多粒子体系的小振动	282
9.5	全同粒子与交换对称性	284
9.6	全同粒子体系的波函数	286
9.7	氢原子及类氢离子	290
9.8	分子的不同激发形式	292
9.9	双原子分子的振动和转动	294
9.10	氢分子	298
9.11	范德瓦耳斯作用	300
	习题	304
第 10 章	量子力学的概念进展	306
10.1	量子态的纠缠	306
10.2	EPR 佯谬	310
10.3	贝尔不等式	312
10.4	薛定谔猫态	315

10.5	量子测量与量子退相干	316
10.6	量子隐形传态	320
10.7	量子态不可克隆定理	321
附录 A	δ 函数	324
附录 B	矢量代数和矢量分析	330
B.1	矢量运算	330
B.2	矢量微积分	332
B.3	正交曲线坐标系下拉普拉斯算符	333
附录 C	二阶常微分方程的级数解法	337
C.1	本征值问题级数解法的一般描述	337
C.2	厄米多项式	343
C.3	球谐函数	346
C.4	合流超几何函数	352
C.5	贝塞尔函数	354
附录 D	常用物理常数表	359

第 1 章 量子论基础

量子力学是描述微观世界结构、运动与变化规律的物理科学, 是 20 世纪初期在总结大量实验事实和旧量子论的基础上发展起来的, 它与相对论一起构建了现代物理学的理论基础. 19 世纪末 20 世纪初, 经典物理已经发展到了相当完善的地步, 但在实验方面却遇到了一些严重的困难. 例如, 黑体辐射、光电效应、康普顿散射、氢原子光谱以及固体在低温下的比热等, 都是经典物理学所无法解释的. 这些无法解释的现象引发了物理学界一次重要的变革, 也正是这次变革促使了量子力学的产生, 使得人们对微观世界的规律有了更深刻的认识. 随后, 快速发展的量子力学指导人们更好地掌握了这些基本规律, 并且广泛应用到了物理、化学等学科和近现代技术之中. 在讲述量子力学这门课程之前, 我们首先对这些有关量子理论发展的历史作一个简短的回顾.

1.1 黑体辐射

量子理论可以说是开始于普朗克 (M. Planck) 1900 年对热辐射的解释. 所有物体都发射出热辐射, 这种辐射是一定波长范围内的电磁波. 对于外来辐射, 物体有反射或吸收的作用. 所谓黑体就是全部吸收投射到它上面的辐射而无反射的物体. 如图 1.1 所示, 如果在一空腔上开一个小孔, 那么通过这个小孔逸出的辐射是如此之少, 以致它的逸出对空腔内部的辐射没有什么影响. 这个小孔的作用就像是一个理想的黑体, 因为任何从空腔外面射入小孔里的辐射基本上被完全吸收. 从小孔逸出的辐射也称为黑体辐射, 它是内部辐射的样品. 理论和实验表明, 这种辐射与构成空腔的材料无关, 而只依赖于空腔的温度. 19 世纪末的物理学家想要而且相信能回答的问题是: 黑体辐射的频率是怎样分布的?

经典热力学提供了部分答案. 维恩 (W. Wein, 1893) 仅根据热力学推理得出结论: 腔内每单位体积频率在 ν 与 $\nu + d\nu$ 之间的辐射能量可表达为

$$\rho(\nu)d\nu = \nu^3 f\left(\frac{\nu}{T}\right) d\nu. \quad (1.1)$$

然而, 函数 $f(\nu/T)$ 的形式单从热力学不能得出. 当然它能用实验确定, 而且已经这样做了, 实验曲线如图 1.2 所示. 进而, 维恩 (W. Wien, 1896) 从分析实验数据得出的半经验公式为

$$\rho(\nu, T) = c_1 \nu^3 e^{-c_2 \nu/T}, \quad (1.2)$$

式中, c_1 和 c_2 是两个经验参数. 除低频部分外, 维恩公式与实验曲线符合较好.

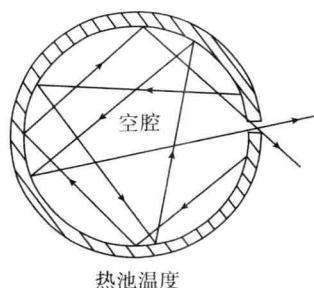


图 1.1 空腔辐射体的示意图

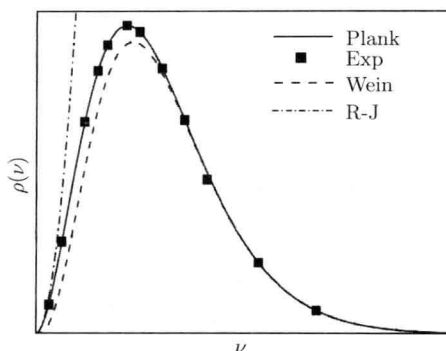


图 1.2 黑体辐射谱

瑞利和金斯 (J. W. Rayleigh, 1900; J. H. Jeans, 1905) 曾用统计力学求函数 $f(\nu/T)$ 的形式. 考虑体积为 $V = a^3$ 的立方箱内的辐射场, 假定此立方体内既无电荷又无电流, 且有能完全反射的内表面 (理想导体谐振腔). 在腔内利用电磁场的边界条件求波矢的各分量满足

$$k_i = \frac{2\pi n_i}{a}, \quad n_i = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \quad i = x, y, z. \quad (1.3)$$

这样数组 (n_1, n_2, n_3) 对应着一个可能的波矢 $\mathbf{k}$ 和两个可能的振动模式 (因为有两个独立的偏振方向). 对每一组 (n_1, n_2, n_3) 的可能取值, 就得到 $\mathbf{k}$ 空间中一点. 所有这些点在 $\mathbf{k}$ 空间组成边长为 $2\pi/a$ 的立方体, 立方体的体积为 $(2\pi/a)^3$, 每个立方体有 8 个顶角, 每个顶角分属 8 个立方体, 因此平均每个立方体只含一个格点, 也就是一个状态, 那么 $\mathbf{k}$ 空间中体元 $\Delta k_1 \Delta k_2 \Delta k_3$ 中所含状态数为

$$\frac{\Delta k_1 \Delta k_2 \Delta k_3}{(2\pi/a)^3} = \frac{V}{(2\pi)^3} \Delta k_1 \Delta k_2 \Delta k_3,$$

取经典极限 $a \rightarrow \infty$, 即可得具有一定偏振的波矢 $\mathbf{k}$ 在 $\mathbf{k} \sim \mathbf{k} + d\mathbf{k}$ 之间的电磁场的振动方式数目为

$$\frac{V}{(2\pi)^3} d^3 k,$$

采用球坐标, 注意到 $k_1^2 + k_2^2 + k_3^2 = k^2$, 可得波矢大小在 $k \sim k + dk$ 范围内的状态数目为

$$\frac{V}{(2\pi)^3} \times 4\pi k^2 dk,$$

考虑到对每一个 k 值, 有两个可能的极化方向, 可得

$$dN(\nu) = 2 \frac{V}{(2\pi)^3} \times 4\pi \left(\frac{2\pi}{c} \nu \right)^2 \left(\frac{2\pi}{c} \right) d\nu = V \frac{8\pi}{c^3} \nu^2 d\nu,$$

那么单位频率内的状态密度为

$$\frac{dN(\nu)}{V d\nu} = \frac{8\pi}{c^3} \nu^2. \quad (1.4)$$

按统计力学, 当该系统在温度 T 下处于热平衡时, 每一个自由度的平均能量是 $kT/2$ (能量均分定理), 而每一振动的平均能量为 $\bar{\varepsilon} = kT$, 这里 k 是玻尔兹曼常量. 这样频率在 ν 与 $\nu + d\nu$ 之间的能量密度就是

$$\rho(\nu, T) d\nu = \frac{1}{V} dN(\nu) \bar{\varepsilon} = \frac{8\pi}{c^3} \nu^2 \kappa T d\nu, \quad (1.5)$$

此公式在低频率部分与实验曲线比较符合, 但在高频部分与实验明显不符, 当 $\nu \rightarrow \infty$ 时, $\rho(\nu, T) \rightarrow \infty$, 而且总辐射能量密度发散,

$$\int_0^\infty \rho(\nu, T) d\nu \rightarrow \infty, \quad (1.6)$$

此即历史上所谓的“紫外灾难”. 原因很明显, 对电磁场的每一个振动方式都分配了有限能量 κT , 而这些振动方式有无穷多个.

为解释黑体辐射现象, 普朗克 (1900) 改进维恩公式, 提出了另一个两参数公式

$$\rho(\nu, T) = \frac{c_1 \nu^3}{e^{c_2 \nu/T} - 1}. \quad (1.7)$$

普朗克公式形式简单, 而且相对于当时已有的几个公式与实验符合得最好. 此后, 普朗克致力于对此公式的理论解释. 普朗克公式的建立仍然可采用与瑞利-金斯公式同样的步骤, 差别在于每一振子的平均能量的取值. 瑞利-金斯公式来自能量均分定律, 而能量均分定律又来自玻尔兹曼分布. 事实上, 振子处于能量 ε 的概率为

$$P(\varepsilon) = e^{-\beta \varepsilon} / Z, \quad Z = \int_0^\infty e^{-\beta \varepsilon} d\varepsilon = 1/\beta = \kappa T, \quad (1.8)$$

由此得出一个振动方式的平均能量为

$$\bar{\varepsilon} = \int_0^\infty \varepsilon P(\varepsilon) d\varepsilon = -\frac{\partial \ln(Z)}{\partial \beta} = \kappa T. \quad (1.9)$$

如果振子能量不像经典振子那样取连续能量值, 而只能取 $h\nu$ 的整数倍那些分立值, 即

$$\varepsilon_n = nh\nu, \quad n = 0, 1, 2, \dots, \quad (1.10)$$

则频率为 ν 的振子的平均能量为

$$\bar{\varepsilon} = -\frac{\partial \ln(Z)}{\partial \beta} = \frac{h\nu}{e^{h\nu/\kappa T} - 1}, \quad Z = \sum_{n=0}^{\infty} e^{-n\beta h\nu} = \frac{e^{\beta h\nu}}{e^{\beta h\nu} - 1}. \quad (1.11)$$

这样在 $\nu \sim \nu + d\nu$ 的辐射能量密度为

$$\rho(\nu, T) = \frac{1}{V} \frac{dN(\nu)}{d\nu} \bar{\varepsilon} = \frac{8\pi}{c^3} \frac{h\nu^3}{e^{h\nu/\kappa T} - 1}, \quad (1.12)$$

这就是普朗克公式. 至于普朗克常量, 当时由理论与实验数相符而确定为 $h = 8.6385 \times 10^{-34} \text{J} \cdot \text{s}$, 其目前测量值为 $h = 6.625\,59 \times 10^{-34} \text{J} \cdot \text{s}$.

普朗克成功的关键是把黑体看成一组连续振动的谐振子, 而振子的能量值只能取最小能量单位 $h\nu$ 的整数倍. 于是黑体与辐射场交换能量也只能以 $h\nu$ 为单位进行. 于是, 黑体吸收或发射辐射能量的方式是不连续的, 只能“量子”式地进行, 每个能量子的能量为 $h\nu$. 普朗克的能量子假说是与经典物理的基本观念根本对立的, 因为经典振子的能量正比于振幅的平方, 而振幅可以连续变化, 所以振子的能量也就可以连续变化. 因此, 这一假说是对经典物理学的革命性突破, 导致了量子论的创立. 遗憾的是, 普朗克在推出公式以后的十多年里, 还一直试图抛开, 甚至不相信量子的概念, 而是想把它纳入经典理论的框架内. 尽管他费尽心血, 采用了许多新的技巧, 但是都没有成功. 直到他自己提出的这个假设在越来越多的其他问题上取得了巨大成功后, 才不得不确信他的假说是正确的.

1.2 光电效应

赫兹 (G. Hertz, 1887) 发现用紫外线照射火花隙的阴极时放电现象较易发生. 直到汤姆孙 (J. J. Thomson, 1896) 通过气体放电现象和阴极射线的研究发现电子之后, 林纳德 (P. Lenard, 1902) 用实验证明, 这是由于紫外光照射金属表面时, 大量电子逸出所造成的, 这种现象称为光电效应. 逸出的电子称为光电子. 实验表明, 光电效应呈现以下特点:

(1) 对每一种金属, 都有一个确定的截止频率 ν_0 , 若照射光频率 $\nu < \nu_0$, 则不论光的强度多大, 都不会有光电子逸出; 当光的频率 $\nu > \nu_0$ 时, 不论光多微弱, 只要光照到金属表面上, 几乎在 10^{-9}s 的极短时间内, 就能观测到光电子.

(2) 光电子的最大动能依赖于入射光的频率, 而与入射光强度无关.

(3) 光电流的强度与照射光强度成正比.

以上实验规律, 特别是前两条, 是经典电磁理论无法解释的, 这是因为按照光的电磁理论, 光的能量只决定于光的强度, 即只与电磁波的振幅有关, 而与光的频率无关.

爱因斯坦 (A. Einstein, 1905) 在普朗克能量量子假说的基础上, 提出光量子的概念, 即光的能量是量子的, 光的量子称为光子. 对频率为 ν 的光波, 其光子的能量为

$$E = h\nu, \quad (1.13)$$

由狭义相对论的质能关系式 $E^2 = p^2 c^2 + m^2 c^4$, 并注意到光子的静止质量 $m = 0$, 可得光子能量与动量的大小关系 $E = pc$. 由此可得光子的动量为

$$p = E/c = h\nu/c = h/\lambda,$$

其中, λ 为光波的波长. 上式可进一步写成矢量形式

$$\mathbf{p} = \hbar \mathbf{k}, \quad (1.14)$$

式中, $\hbar = h/2\pi$, $\mathbf{k} = (2\pi/\lambda)\mathbf{n}$, $\mathbf{n}$ 为光传播的方向, 即光子运动方向. 当光射到金属表面上时, 能量为 $h\nu$ 的光子被电子所吸收. 电子把这一能量的一部分用于克服金属表面对它的吸引力, 另一部分就是挣脱金属表面后电子的动能. 这样, 爱因斯坦光电效应方程为

$$h\nu = W_0 + E_k, \quad (1.15)$$

式中, E_k 为光电子的动能. 当 $E_k = 0$ 时, 可得到光的截止频率

$$\nu_0 = W_0/h. \quad (1.16)$$

爱因斯坦的光量子假说成功地解释了光电效应. 但是, 并不是一开始就被所有人接受, 其中不乏当时有影响的科学家. 密立根 (R. A. Milliken, 1914) 就花了整整九年时间设计了更加精密的实验装置, 试图否定爱因斯坦方程, 结果事与愿违, 反而用实验完全证实了这个方程. 由这个实验也测得 $h = 6.57 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$, 与普朗克的 h 值非常接近, 但测量值来自不同实验. 这对当时确立量子论的地位具有重要的作用.

1.3 康普顿效应

康普顿 (A. Compton, 1923) 用 X 射线入射到原子质量较轻的靶上, 发现散射后其波长随散射角的增加而增大, 即康普顿效应. 康普顿和德拜 (P. Debye) 同时基于光子的概念予以解释.

如图 1.3 所示, 假定电子是自由的 (或弱束缚的), 且碰撞前静止, 于是由能量守恒可得

$$h\nu + mc^2 - h\nu' = E_e. \quad (1.17)$$

由动量守恒, 可得

$$\mathbf{p} - \mathbf{p}' = \mathbf{p}_e. \quad (1.18)$$

(式 (1.17))²/ c^2 - (式 (1.18))², 并利用能量-动量关系式 $E_e^2/c^2 - p_e^2 = m^2c^2$, 可得

$$\frac{1}{c^2}(h\nu + mc^2 - h\nu')^2 - (\mathbf{p} - \mathbf{p}')^2 = m^2c^2. \quad (1.19)$$

对于光子, $p = h\nu/c$, 则

$$\mathbf{p} \cdot \mathbf{p}' = pp' \cos \theta = \frac{h^2\nu\nu'}{c^2} \cos \theta, \quad (1.20)$$

代入式 (1.19), 可解出

$$\nu' = \frac{\nu}{1 + \frac{h\nu}{mc^2}(1 - \cos \theta)}. \quad (1.21)$$

利用 $\nu = c/\lambda$, 式 (1.21) 改写成

$$\lambda' = \lambda + \frac{h}{mc}(1 - \cos \theta). \quad (1.22)$$

令

$$\lambda_c = \frac{h}{mc} = 0.0243 \text{ \AA}, \quad (\text{电子的康普顿波长}) \quad (1.23)$$

则

$$\Delta\lambda \equiv \lambda' - \lambda = \lambda_c(1 - \cos \theta). \quad (1.24)$$

从式 (1.22) 可见, 散射光的波长 λ 随散射角 θ 的增加而增大, 与实验结果符合. 一般而言, $\lambda_c = h/(mc)$ 称为静质量 m 的粒子的康普顿波长, 并能用作粒子大小的量度.

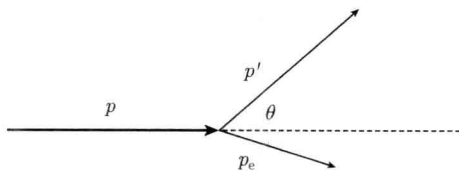


图 1.3 康普顿散射

康普顿公式 (1.22) 中含有普朗克常量 h , 这是经典物理学无法解释的. 康普顿散射实验是对光量子概念的一个直接的强有力支持. 此外康普顿实验还证实了:

①普朗克-爱因斯坦关系式 (1.13) 和式 (1.14) 是正确的; ②在微观的单个碰撞事件中, 动量及能量守恒定律仍然是成立的.

“微观的单个碰撞事件中, 动量及能量守恒仍然成立”的结论在后来发现的“正负电子对湮灭”现象中也得到了证实. 安德逊 (C. D. Anderson, 1932) 在宇宙射线中观察到正电子, 其质量与电子相同, 电荷则同值异号. 一个正电子在经过物质时将和原子碰撞而失去大部分能量, 逐渐减速, 然后可能被某个原子捕获, 最后与一个 e^- 一起湮灭. 在适当的条件下, 也可能与一个 e^- 形成与氢原子类似的电子偶素, 然后才湮灭. 电子对湮灭时, 考虑到动量守恒, 至少要产生两个 γ 光子, 即

$$e^+ + e^- \rightarrow n\gamma, \quad n = 2, 3, 4, \dots$$

在产生两个光子的情况下, 两光子的动量数值相同, 但方向相反. 设产生的光子角频率为 ω , 则按能量守恒, 有

$$2\hbar\omega = 2mc^2 \quad (m \text{ 为电子静质量}),$$

即波长为

$$\lambda = \frac{2\pi c}{\omega} = \frac{h}{mc} = 0.0243\text{\AA},$$

与电子的康普顿波长相同, 并与实验观测一致.

在高能物理和天体物理学中常常还会遇到所谓的反康普顿效应, 它是指低能光子与高能电子碰撞后得到高能光子, 即光子的频率变高而波长变短的效应, 它是宇宙 X 射线的重要来源.

1.4 玻尔的量子论

在对原子光谱的研究中, 发现每种原子有其特征谱线, 并且这些谱线形式上能被排列于一定的谱线系中. 里德伯于 1889 年在巴耳末等工作的基础上将氢原子可见光的光谱线系的规律总结为

$$\tilde{\nu} = R_H \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right), \quad (1.25)$$

$$m = 1, 2, 3, \dots, \quad n = m + 1, m + 2, m + 3, \dots,$$

式中, $\tilde{\nu}$ 为波数, R_H 为里德伯常量. 如果令 $T(n) = R_H/n^2$, 则式 (1.25) 可表示为

$$\tilde{\nu} = T(m) - T(n), \quad (1.26)$$

这就是里兹 (Ritz, 1908) 的并合原理, 即由两个已知谱线的加减组合, 能找到新的谱线. 原子光谱的线状结构是经典物理学无法解释的. 根据 1911 年卢瑟福提出的

原子有核模型, 原子中的电子环绕原子核的运动是一种加速运动, 而作加速运动的电子要以发射电磁波的方式放出能量, 以致绕核运动的轨道半径越来越小, 形成电子向着核作螺旋形运动, 最后在非常短的时间内 (约 10^{-9}s) 掉到核内, 从而使正负电荷中和, 原子全部崩溃. 然而, 在现实世界中, 谁也没有见到过这类事发生, 原子事实上是稳定的. 卢瑟福敢于突破经典电动力学的框架, 完全是由于他相信实验的可靠性.

卢瑟福模型按经典理论还不能解释原子的线光谱. 根据经典理论, 原子的能量等于电子的动能和势能之和

$$E = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{Ze_s^2}{r}, \quad (1.27)$$

式中, $e_s^2 = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0}$. 由牛顿第二定律, 可知

$$\frac{Ze_s^2}{r^2} = m\frac{v^2}{r}. \quad (1.28)$$

由式 (1.27) 和式 (1.28), 可得原子能量

$$E = -\frac{Ze_s^2}{2r} \quad (1.29)$$

及电子轨道运动的频率

$$\nu = \frac{v}{2\pi r} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{Ze_s^2}{mr^3}}. \quad (1.30)$$

可见电子能量连续减小时, 轨道半径连续缩小, 运动频率 ν 连续增大, 而电子发射的光的频率与电子的运动频率相同, 于是电子应发射出连续的光谱. 这与观察到的原子的分立线光谱完全不符合. 事实上, 卢瑟福的原子核模型是正确的, 经典物理学不能用于原子内部的过程, 但原子的状况远不是卢瑟福想象的那么简单. 丹麦物理学家玻尔 (N. Bohr, 1913) 在普朗克-爱因斯坦光量子论、卢瑟福原子核式模型、氢原子光谱规律的基础上, 扬弃了经典电动力学的若干基本概念, 提出了原子的量子论. 这个理论包含三个基本概念, 或称为玻尔的四条基本假设.

(1) 定态条件: 原子核外电子处于一些不连续的定常的状态, 而这些定态相应的能量是分立的.

玻尔在 1912 年来到卢瑟福实验室, 认真研究卢瑟福的原子模型, 使他认识到, 粒子散射实验验证的卢瑟福关于原子中心有核以及这种中心荷电体的大小的假设, 而卢瑟福模型所面临的稳定性方面的困难, 只涉及核外电子的运动状况, 因此, 必须把原子的稳定性和核的存在分开考虑, 并把研究方向明确指向核外电子. 原子的稳定性是实验和观测的事实, 不应当从原子结构的构造出发去解释稳定性, 而应当