志鸿优化系列丛书

丛书主编 任志鸿

高中优秀教案

GAOZHONGYOUXIUJIAOAN

本书由部分省市优秀教学设计大赛获奖作品选编而成

数学 配人教A版

【选修2-2】

南方出版社

志鸿优化系列丛书

高中优秀教案

GAOZHONGYOUXIUJIAOAN

配人教A版

【选修2-2】数学

丛书主编　任志鸿

本册主编　王文清

副 主 编　张春生　李　锋　赵海彬

南方出版社

前言

FOREWORD

EXCELLENT TEACHING PLANS

自新一轮课程改革在神州大地破土而出，新课标的教学理念、教材组织形式、教学结果评价方式的变化层出不穷，叹为观止。在这样一个变革的年代，《优秀教案》始终紧跟改革的步伐。

随着越来越多的省份加入新课改，老师们的教学思路越来越多，教学设计构思也越来越巧妙。正如叶圣陶先生所说："教育者不是造神，不是造石像，不是造爱人。他们所要创造的是真善美的活人。"其实作为"创造者"的老师们在一线教学实践和研究中创造出了很多有价值的教学案例和设计。许多一线老师通过自己的努力，为新课程教材的教学提供了很多有益的想法。这些内容刊登在各种教学杂志上，产生于教研部门的优秀教案评选或讲课比赛中。如果能够把这些好的案例集中起来，一定能够对教师的备课、教学提供很大的帮助。

为此，我们通过采取与教研部门核心期刊杂志合作等形式，聘任专家，组织出版了高中《优秀教案》丛书。本丛书的稿件来源是各种教学研究(评比)活动中评选出来的优秀教案和权威教学杂志中刊登的教案。这些作品展示了近几年课改的成果，代表了课改发展的方向。这类教案具有极大的参考和研究价值，是新课程改革条件下一线教师研究学习教学设计的范本。

本书有以下特点：

个性独特，匠心独具。本书力求再现他们在教学实践中的独特发现：对教材知识体系挖掘以求"深"，辨误以求"真"，考查以求"准"；对教材内容的梳理系统以求"全"，创新以求"异"，对教材的教法发散以求"活"，思维变化以求"新"，分析对比以求"博"。

篇篇精彩，课课经典。每一个教案都来自实行新课标地区的省级教研活动或者学科教学领域的核心期刊，还有不少是全国教学设计获奖作品。它们都是从众多的案例中经过层层筛选，优中选优，保证每一篇内容都精彩纷呈。这些在教坛耕耘多年的名师把他们的经验和智慧凝结到他们的作品中。他们对教学的每个环节，每一个步骤都经再三推敲、

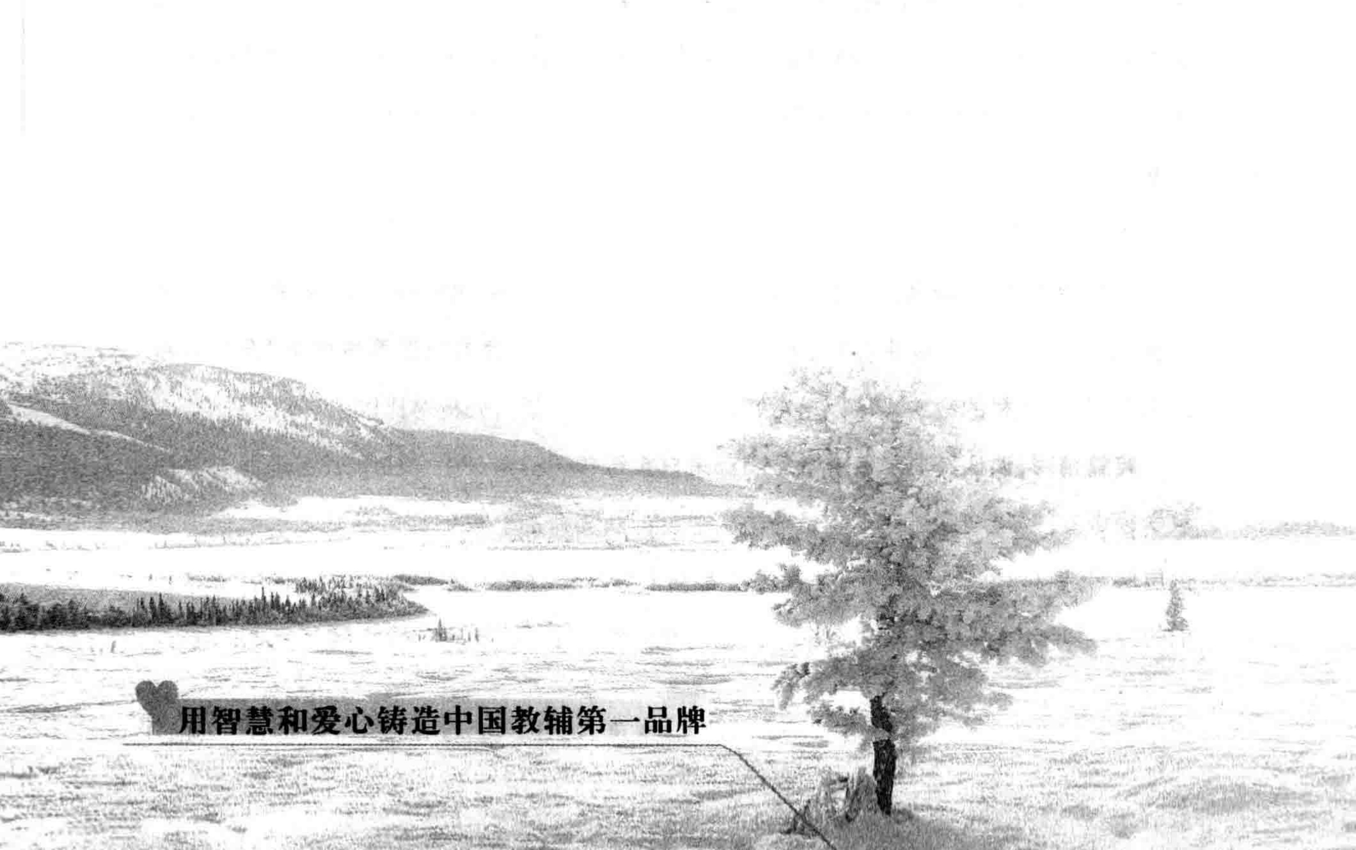
斟酌,打造出来的是可以供长期参考使用的经典教学案例。

实用新颖,理念成熟。课程改革对学生强调的是知识的生成。这种课程理念的贯彻需要教师既要调动学生主动的学习热情,又要通过教师的主导作用提高课堂效率。教案的筛选力求兼顾实用性和新颖性。每一篇带给您不同的感受,指引着课程改革的方向,引领着课程改革的潮流。

一课多案,更多选择。部分课时有多个思路迥异的精彩设计。细细品味,比较研读,既能感悟"教学有法,教无定法"的深刻内涵,又可以在教学中博采众长,使您的课堂融各家优点于一身,精彩每一瞬间。

我们相信,这套丛书将为广大实行新课程改革省份的教师提供更好的备课素材,为广大教师提供更具个人风格的优秀作品。当然,作为选集必然带有主编者的个人主观色彩,我们欢迎广大教师批评指正,同时欢迎更多的教师积极参与到本套丛书的更新发展之中。欢迎您将您的优秀教学案例和设计邮寄给我们,我们将为您提供平台与广大同行交流、分享,希望本套丛书能够与您同进步!

优秀教案丛书编委会



目录

CONTENTS

EXCELLENT TEACHING PLANS

CONTENTS

EXCELLENT TEACHING PLANS

CONTENTS

模块纵览

课标要求

1. 知识与技能

通过大量生活实例和数学实例，了解导数、定积分的概念，了解合情推理的含义、直接证明和间接证明的基本方法，以及数系的扩充过程和复数的概念.能利用有关公式和法则解决函数单调性、函数极值和最值问题，能解决简单的数学推理和证明问题，能进行简单的复数运算.

2. 过程与方法

通过大量的实例，让学生去体会导数、定积分等概念的形成过程，体会类比推理和归纳推理的思维方法.经历、体验和实践探索过程，让学生明白过程的重要性，培养学生在过程中学习知识、领会知识的习惯.

3. 情感、态度与价值观

兴趣是最好的老师，带着发现问题、解决问题的积极性去学习本模块知识，在大量的实际问题和数学实例中去研究探索、归纳总结，可以培养学生锲而不舍、勇于挑战自我的学习习惯和敢于质疑、敢于批判的学习精神.

内容概述

在本模块中，我们将学习导数及其应用、推理与证明、数系的扩充与复数的引入三章内容.

微积分的创立、发展和广泛应用开创了向近代数学过渡的新时期，为研究变量和函数提供了重要的方法和手段.本模块中，学生将通过大量实例，经历由平均变化率到瞬时变化率刻画现实问题的过程，理解导数概念，了解导数在研究函数单调性、极值等性质中的作用，初步了解定积分的概念，为今后学习微积分打下基础.通过对本模块知识的学习，学生将体会导数的思想及其丰富的内涵，感受导数在解决实际问题中的作用，了解微积分的文化价值.

推理与证明是数学的基本思维过程，也是人们学习和生活中经常使用的思维方式.推理包括合情推理和演绎推理，合情推理具有猜测和发现结论、探索和提供思路的作用，有利于创新意识的培养；演绎推理则是根据已有的事实和结论，按照严格的逻辑法则得到新结论的推理过程.合情推理和演绎推理之间联系紧密、相辅相成.证明通常包括逻辑证明和实验、实践证明，数学结论的正确性必须通过逻辑证明来保证，本模块将学习直接证明和间接证明的几种常用方法.

复数的引入是数系扩充和数学发展的必然需要.在本模块的学习中，学生将通过问题背景了解数系的扩充过程，学习复数的一些基本知识，体会人类理性思维在数系扩充中的作用.

教学建议

本模块的教学是在学生已有学习知识和基础上对数学知识和方法的扩充和完善，所以教学中一定要注意以下几个问题：

首先，无论是导数、定积分、复数的概念，还是推理与证明的几种思想方法，都是通过对

备课札记

备课札记

大量生产生活实际和数学问题的分析探索、研究、归纳得出的. 因此,不能通过简单的记忆和大量的训练来要求学生掌握,要防止仅仅作为一些规则和步骤来学习,防止片面追求对概念的抽象表述. 应当引导学生去直观理解,去探索、猜测一些数学结论,应当重视过程教学,培养学生带着兴趣学习、带着问题探究的学习态度.

其次,鉴于本模块知识是对必修内容的发展和完善,综合性强,应用性强,教学中要帮助学生建立科学合理的知识体系,让学生在感受知识的发展过程中体会它们的作用. 对于导数知识和推理与证明方法,要体现它们的工具作用,要实事求是、循序渐进,切不可盲目追求技巧,盲目拔高要求.

第一章　导数及其应用

本章概览

教材分析

微积分的创立是数学史上的里程碑，它的发展及应用开创了向近代数学过渡的新时期，它为研究变量与函数提供了重要的方法和手段. 导数和定积分是微积分的核心概念，它有极其丰富的实际背景和广泛应用. 为了描述现实世界中运动、变化的现象，在数学中引入了函数，刻画静态现象的数与刻画动态现象的函数都是数学中非常重要的概念，随着对函数研究的不断深入，产生了微积分，它是数学发展史上继欧式几何后的又一个具有划时代意义的伟大创举.

微积分的创立与处理四类科学问题直接相关：一是已知物体运动的路程作为时间的函数，求物体在任意时刻的速度与加速度. 反之，已知物体的加速度作为时间的函数，求速度与路程；二是求曲线的切线；三是求函数的最大值与最小值；四是求长度、面积、体积和重心等. 几百年来，科学家们对这些问题的兴趣和研究经久不衰. 终于，在 17 世纪中叶，牛顿和莱布尼兹在前人探索和研究的基础上，凭着他们敏锐的直觉和丰富的想象力，各自独立地创立了微积分. 导数是研究函数增减、变化快慢、最大(小)值等问题的最一般、最有效的工具，因而也是解决诸如运动速度、物种繁殖率以及用料最省、利润最大、效率最高等实际问题的最有力的工具. 定积分也是微积分的核心概念之一，自然科学和生产实践中的许多问题，如一般平面图形的面积、变速直线运动的路程、变力所作的功等都可以归结为定积分问题. 本章在教材处理时，将利用丰富的背景与大量实例来学习导数和定积分的基本概念与思想方法；通过应用导数研究函数性质、解决生活中的最优化问题等实践活动，通过应用定积分解决一些简单的几何问题和物理问题，初步感受导数和定积分在解决数学问题和实际问题中的作用；通过微积分基本定理的学习，初步体会导数与定积分之间的联系.

本章内容是研究函数的有力工具，是对学生进行思维训练的良好素材. 导数在处理单调性、最值等问题时，能降低思维难度、简化思维过程，其地位由解决问题的辅助工具上升为解决问题的有力工具，是中学数学中联系多个章节内容的重要知识交汇点.

课标要求

(1)导数概念及其几何意义

①了解导数概念的实际背景.

②理解导数的几何意义.

(2)导数的运算

①能根据导数定义，求函数 $y=c$，$y=x$，$y=x^2$，$y=x^3$，$y=\dfrac{1}{x}$，$y=\sqrt{x}$的导数.

②能利用基本初等函数的导数公式和导数的四则运算法则求简单函数的导数，能求简单的复合函数(仅限于形如 $f(ax+b)$的复合函数)的导数.

(3)导数在研究函数中的应用

①了解函数的单调性与导数的关系；能利用导数研究函数的单调性，会求函数的单调区间(其中多项式函数一般不超过三次).

②了解函数在某点取得极值的必要条件和充分条件；会用导数求函数的极大值、极小值(其中多项式函数一般不超过三次)，会求在闭区间上函数的最大值、最小值(其中多项式函

备课札记

备课札记

数一般不超过三次).

(4)生活中的优化问题

会利用导数解决某些实际问题.

(5)定积分与微积分基本定理

①了解定积分的实际背景,了解定积分的基本思想,了解定积分的概念.

②了解微积分基本定理的含义.

教学建议

导数有着丰富的实际背景和广泛应用,教学时可以从生活现象的数学解释作为切入点,注重思想方法的渗透,同时还要注重从实际意义、数值意义、几何意义等方面理解导数的思想与内涵.对于公式和法则的记忆和应用,要准确规范,适量的练习对于熟悉公式和法则是必要的.导数在研究函数问题中的应用,可以采用数形结合的教学思想,结合必修课程中的有关内容,采取循序渐进的方式完成.导数与定积分来源于生活,最终还要服务于生活,它的优越性、简洁性要有所体现.教学中要充分调动学生的学习自主性和积极性,使学生在学习知识的过程中体会数学知识的和谐美和获取知识的喜悦感.

课时分配

本章教学时间大约需要23课时,具体分配如下(仅供参考):

1.1　变化率与导数	约3课时
1.2　导数的计算	约3课时
1.3　导数在研究函数中的应用	约3课时
1.4　生活中的优化问题举例	约1课时
1.5　定积分的概念	约3课时
1.6　微积分基本定理	约2课时
1.7　定积分的简单应用	约2课时
实习作业　走进微积分	约1课时
第一章　导数及其应用复习题	约2课时

1.1　变化率与导数

1.1.1　变化率问题

整体设计

教材分析

本节的主要知识内容是平均变化率,在众多变化率问题中,教材选择了气球膨胀率问题和高台跳水运动的速度问题,把生活中直观感受的变化率转化为数学中可以度量的变化率,并在此基础上推广到更大范围的函数变化率.这两个实例的共同特点是背景简单,对学生来说,一个是生活经验,一个是非常熟悉的物理知识.这样设计既可以引起学生的学习兴趣,又可以减少因背景内容的复杂而形成对数学知识的干扰.

课时分配

1课时.

教学目标

1. 知识与技能目标

了解导数概念的实际背景，了解变化率和平均变化率的概念.

2. 过程与方法目标

通过问题探索、观察分析、归纳总结等方式，引导学生从变量和函数的角度来描述变化率，为导数概念的产生奠定基础.

3. 情感、态度与价值观

通过学习本节课，培养学生的动手能力、合作学习能力，在对实际问题分析的过程中，体会数学的科学价值、应用价值和文化价值，形成良好的思维品质和锲而不舍的钻研精神.

重点难点

重点：函数的变化率、平均变化率.

难点：通过大量的实例，使学生学会用数学的度量来描述平均变化率.

教具准备

10只气球　多媒体视频文件

教学过程

引入新课

引例1. 姚明身高变化曲线图(横轴为年龄，纵轴为身高).

从图中，你能看出姚明在哪个年龄段身高变化最快吗？

引例2. 将班内学生平均分成10组，每组发一只气球，各有一位同学负责将气球吹起，其他同学观察气球在吹起过程中的变化，并做好准备回答以下问题：

(1)气球在吹起过程中，随着吹入气体的增加，它的膨胀速度有何变化？

(2)你认为膨胀速度与哪些量有关系？

(3)球的体积公式是什么？有哪些基本量？

(4)结合球的体积公式，试用两个变量之间的关系来表述气球的膨胀率问题.

活动设计：先让学生独立思考，然后小组交流，教师巡视指导，并注意与学生交流.

学情预测：对第一个问题学生会很感兴趣，部分姚明的球迷更是热情高涨，很快就说出在13岁至16岁期间身高增长最快；对第二个问题学生可能会说出很多不同的答案.

教师提问：哪一组同学能按顺序回答引例2的四个问题？

学情预测：学生能够感知气球膨胀速度的问题，但未必能从体积和半径两个量的关系上说清楚.

教师提示：由球的体积公式 $V(r)=\frac{4}{3}\pi r^3$ 可得，$r(V)=\sqrt[3]{\frac{3V}{4\pi}}$. 随着球内气体体积的增加，球半径也在增加.

学情预测：经过提示和讨论后，学生能比较准确地叙述气球膨胀率了.

设计意图

自然合理地提出问题，让学生体会“数学来源于生活”，创造和谐积极的学习气氛，让学生能通过感知表象后，学会进一步探讨问题的本质，学会使用数学语言和用数学的观点分析问题，避免浅尝辄止和过分依赖老师.

备课札记

备课札记

提出问题：

问题1：当气球内空气的体积从0增加到1 L时，气球的半径增加________ dm，此时气球的平均膨胀率为________ dm/L.

问题2：当气球内空气的体积从1 L增加到2 L时，气球的半径增加________ dm，此时气球的平均膨胀率为________ dm/L.

问题3：当气球内空气的体积从V_1 L增加到V_2 L时，气球的半径增加________ dm，此时气球的平均膨胀率为________ dm/L.

活动设计：学生先独立思考，独立运算，再小组讨论决定答案(对于膨胀率的理解可以从单位上看出).

活动成果：**问题1：**$r(1)-r(0)\approx0.62(\text{dm})$；$\dfrac{r(1)-r(0)}{1-0}\approx0.62(\text{dm/L})$.

问题2：$r(2)-r(1)\approx0.16(\text{dm})$；$\dfrac{r(2)-r(1)}{2-1}\approx0.16(\text{dm/L})$.

问题3：$r(V_2)-r(V_1)$；$\dfrac{r(V_2)-r(V_1)}{V_2-V_1}$.

提出问题：(观看多媒体视频：高台跳水)

人们发现，在高台跳水运动中，运动员相对于水面的高度h(单位：m)与跳后的时间t(单位：s)存在函数关系$h(t)=-4.9t^2+6.5t+10$，如果我们用运动员在某段时间内的平均速度$\bar{v}$描述其运动状态，那么，

问题1：运动员在$0\leqslant t\leqslant0.5$这段时间里的平均速度是多少？

问题2：运动员在$0\leqslant t\leqslant1$这段时间里的平均速度是多少？在$1\leqslant t\leqslant2$这段时间里的平均速度是多少？在$2\leqslant t\leqslant3$这段时间里的平均速度是多少？

问题3：运动员在$0\leqslant t\leqslant\dfrac{65}{49}$这段时间里的平均速度是多少？运动员在这段时间里是静止的吗？

问题4：你认为用平均速度描述运动员的运动状态准确合理吗？

活动设计：观看视频，展示问题，对比前面的问题，先独立思考，再交流探索.

活动成果：**问题1：**$\bar{v}=\dfrac{h(0.5)-h(0)}{0.5-0}=4.05(\text{m/s})$.

问题2：$\bar{v}=\dfrac{h(1)-h(0)}{1-0}=1.6(\text{m/s})$；$\bar{v}=\dfrac{h(2)-h(1)}{2-1}=-8.2(\text{m/s})$；$\bar{v}=\dfrac{h(3)-h(2)}{3-2}=-18(\text{m/s})$.

问题3：$\because h(\dfrac{65}{49})=10=h(0)$，$\therefore\bar{v}=0$. 但是，这段时间运动员不是静止的.

问题4：通过以上计算可以发现，平均速度只能粗略地描述运动员的运动状态，不能更精确地刻画运动员在某一时刻的运动状态.

说明：像平均膨胀率、平均速度一样，平均变化率是一个比值，是一个平均值.

理解新知

提出问题：根据你对前面两个问题的理解，试回答以下问题：

问题1：已知函数$f(x)=x+1$，求x取从1到2时的平均变化率.

问题2：已知函数$f(x)=\dfrac{1}{x}$，求x取从1到2时的平均变化率.

问题3：已知函数$f(x)=\ln x$，求x取从1到2时的平均变化率.

问题4：已知函数$f(x)=\sin x$，求x取从1到2时的平均变化率.

通过这四个问题，分析它们的平均变化率不同的原因.

活动设计：找四名同学在黑板上解答，其他同学独立解答，教师巡视，了解学情，待黑板

上学生做完后，再由学生点评、更正，最后教师总结.

活动成果：

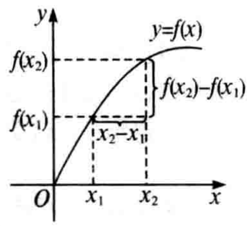
问题1：$\frac{f(2)-f(1)}{2-1}=1$；**问题2**：$\frac{f(2)-f(1)}{2-1}=-\frac{1}{2}$；

问题3：$\frac{f(2)-f(1)}{2-1}=\ln 2$；**问题4**：$\frac{f(2)-f(1)}{2-1}=\sin 2-\sin 1$.

不同的函数反映曲线的变化规律不同，它们的平均变化率也不同. 对于任意函数 $f(x)$，从 x_1 到 x_2 的平均变化率可以表示为$\frac{f(x_2)-f(x_1)}{x_2-x_1}$.

习惯上用 Δx 表示 x_2-x_1，即 $\Delta x=x_2-x_1$；用 Δy 表示 y_2-y_1，即 $\Delta y=y_2-y_1$. 于是，平均变化率可以表示为$\frac{\Delta y}{\Delta x}$.

如下图所示：



思考：

观察函数 $f(x)$的图象，平均变化率$\frac{\Delta f}{\Delta x}=\frac{f(x_2)-f(x_1)}{x_2-x_1}$表示什么？

结论：结合图象，联系到解析几何中斜率的概念，可以看出，平均变化率实际上就是一个斜率表达式.

设计意图

通过对一些熟悉的实例中变化率的理解，逐步推广到一般情况，即从函数的角度去分析、应用变化率，并结合图形直观理解变化率的几何意义，为进一步加深理解变化率与导数做好铺垫.

运用新知

例1 已知某质点运动规律满足 $s=t^2+3$，则在时间$(3,3+\Delta t)$中相应的平均速度为…………（　　）

A. $6+\Delta t$　　B. $3+\Delta t$　　C. $9+\Delta t$　　D. $6+\Delta t+\frac{1}{\Delta t}$

思路分析：平均速度是指$\frac{\Delta s}{\Delta t}$，即$\frac{(3+\Delta t)^2+3-3^2-3}{\Delta t}$.

解：因为$\frac{(3+\Delta t)^2+3-3^2-3}{\Delta t}=\frac{3^2+6\Delta t+\Delta t^2+3-3^2-3}{\Delta t}=6+\Delta t$，

所以答案选 A.

点评：平均速度是变化率的一种情况，要恰当地进行解析式的恒等变形.

例2 过曲线 $f(x)=x^3$ 上两点 $P(1,1)$、$Q(1+\Delta x,1+\Delta y)$作曲线的割线，求当 $\Delta x=0.1$ 时割线的斜率.

思路分析：两点连线的斜率公式为$\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$，即$\frac{(1+\Delta y)-1}{(1+\Delta x)-1}=\frac{\Delta y}{\Delta x}$.

解：因为 $\Delta y=(1+\Delta x)^3-1=1+3\Delta x+3\Delta x^2+\Delta x^3-1=3\Delta x+3\Delta x^2+\Delta x^3$，

备课札记

备课札记

所以$\frac{\Delta y}{\Delta x}=3+3\Delta x+\Delta x^2$. 当 $\Delta x=0.1$ 时，$\frac{\Delta y}{\Delta x}=3+3\times0.1+0.1^2=3.31$.

巩固练习

1. 在曲线 $y=x^2+1$ 的图象上取一点(1,2)及附近一点$(1+\Delta x,2+\Delta y)$，则$\frac{\Delta y}{\Delta x}$为（　　）

A. $\Delta x+\frac{1}{\Delta x}+2$　　B. $\Delta x-\frac{1}{\Delta x}-2$　　C. $\Delta x+2$　　D. $2+\Delta x-\frac{1}{\Delta x}$

2. 将半径为 R 的球加热，若球的半径增量为 ΔR，则球的表面积增量 ΔS 等于 …（　　）

A. $8\pi R\Delta R$　　B. $8\pi R\Delta R+4\pi(\Delta R)^2$

C. $4\pi R\Delta R+4\pi(\Delta R)^2$　　D. $4\pi(\Delta R)^2$

3. 函数 $y=3x^2-2x-8$ 在 $x_1=3$ 处有增量 $\Delta x=0.5$，则 $f(x)$ 在 x_1 到 $x_1+\Delta x$ 上的平均变化率是________.

答案：1. C　**2.** B　**3.** 17.5

变练演编

变式 1：求函数 $f(x)=x^2$ 在 $x=x_0$ 附近的平均变化率.

变式 2：物体按照 $s(t)=3t^2+t+4$ 的规律作直线运动，求物体在 $t=4$ 附近的平均速度.

变式 3：物体按照 $s(t)=3t^2+t+4$ 的规律作直线运动，在时间段$(t,t+3)$内的平均速度为 20，试确定 t 的值.

变式 4：已知函数 $f(x)=-x^2+x$ 的图象上的一点 $A(-1,-2)$，以及临近一点 $B(-1+\Delta x,-2+\Delta y)$，则 AB 两点连线的斜率是多少？当 $\Delta x=0.1$ 时，求 AB 的斜率；当 $\Delta x=0.01$ 时，求 AB 的斜率；当 $\Delta x=0.001$ 时，求 AB 的斜率；试结合图形，分析这些结论.

答案：变式 1. $2x_0+\Delta x$；变式 2. $25+3\Delta t$；变式 3. $\frac{5}{3}$；变式 4. $3-\Delta x$；2.9；2.99；2.999；随着 Δx 取值的变小，直线 AB 的斜率逐渐稳定在 3.0 附近.

达标检测

1. 在平均变化率的定义中，自变量的增量是 ……………………………………（　　）

A. $\Delta x>0$　　B. $\Delta x<0$　　C. $\Delta x=0$　　D. $\Delta x\neq0$

2. 已知函数 $f(x)=2x^2-1$ 的图象上一点(1,1)及邻近一点$(1+\Delta x,1+\Delta y)$，则$\frac{\Delta y}{\Delta x}$等于 ……………………………………（　　）

A. 4　　B. $4+2\Delta x$

C. $4+\Delta x$　　D. $4\Delta x+(\Delta x)^2$

3. 某日中午 12 时整，甲车自 A 处以 40 km/h 的速度向正东方向行驶，乙车自 A 处以 60 km/h 的速度向正西方向行驶，求当日 12 时 30 分时两车之间的距离对时间的变化率.

答案：1. D　**2.** B　**3.** 100 km/h.

课堂小结

阅读教材，通过对所讲内容的梳理，总结知识和方法如下：

1. 平均变化率的概念.

2. 函数在某点附近的平均变化率.

3. 通过对现实生活中的实例分析，了解变化率的实质.

布置作业

课本习题 **1.1**A1；补充练习 1～3.

补充练习

1. 设函数 $y=f(x)$，当自变量 x 由 x_0 改变到 $x_0+\Delta x$ 时，函数的改变量 Δy 为（　　）

A. $f(x_0+\Delta x)$　　　　B. $f(x_0)+\Delta x$

C. $f(x_0)\cdot\Delta x$　　　　D. $f(x_0+\Delta x)-f(x_0)$

2. 一质点运动的方程为 $s=1-2t^2$，则在一段时间[1,2]内的平均速度为 ………（　　）

A. -4　　B. -8　　C. 6　　D. -6

3. 正弦函数 $y=\sin x$ 在区间$[0,\frac{\pi}{6}]$和$[\frac{\pi}{3},\frac{\pi}{2}]$的平均变化率哪一个较大？

答案：1. D　**2.** D

3. 正弦函数 $y=\sin x$ 在区间$[0,\frac{\pi}{6}]$的平均变化率比在区间$[\frac{\pi}{3},\frac{\pi}{2}]$的平均变化率大.

设计说明

本节课是导数概念的起始课，主要介绍变化率、平均变化率的概念，内容比较简单. 但是要想从源头上说明导数的意义，必须重视本节课的教学. 高中阶段的导数知识来源于生活，所以我们从生活中比较常见的变化率实例入手，采取观察、演示、相互交流等手段，培养学生接受新知识、认识新事物的能力. 所选择的实例经过分析、变式以后，逐步推广到一般情况，于是，问题进入到研究函数平均变化率问题上来. 随后我们从数、式、图三个方面分别做了练习，这时对变化率的理解基本达到了教材引出导数概念的要求.

对于知识的形成过程，我们希望不急于引出概念，而是用形象直观的"逼近"方法定义变化率、平均变化率以及导数的概念. 同时，对于学生的自主学习培养，也要提供丰富的素材和广阔的空间.

备课资料

微积分成为一门学科是在17世纪，但是微分和积分的思想在古代就已经产生了. 公元前3世纪，古希腊的阿基米德在研究解决抛物弓形的面积、球和球冠面积、旋转双曲体的体积的问题中，就隐含着近代积分学的思想. 作为微分学基础的极限理论来说，早在古代已有比较清楚的论述. 比如我国的庄周所著的《庄子》一书的"天下篇"中，记有"一尺之棰，日取其半，万世不竭". 三国时期的刘徽在他的割圆术中提到"割之弥细，所失弥小，割之又割，以至于不可割，则与圆周和体而无所失矣."这些都是朴素的、也很典型的极限概念.

到了17世纪，有许多科学问题需要解决，这些问题也就成了促使微积分产生的因素. 归结起来，大约主要有四种类型的问题：第一类是研究运动的时候直接出现的，也就是求瞬时速度的问题；第二类问题是求曲线的切线的问题；第三类问题是求函数的最大值和最小值问题；第四类问题是求曲线长、曲线围成的面积、曲面围成的体积、物体的重心、一个体积相当大的物体作用于另一物体上的引力.

17世纪许多著名的数学家、天文学家、物理学家都为解决上述几类问题作了大量的研究工作，如法国的费尔玛、笛卡尔、罗伯瓦、笛沙格；英国的巴罗、瓦里士；德国的开普勒；意大利的卡瓦列利等人都提出许多很有建树的理论，为微积分的创立做出了贡献.

17世纪下半叶，在前人工作的基础上，英国大科学家牛顿和德国数学家莱布尼茨分别在自己的国度里独自研究和完成了微积分的创立工作，这只是十分初步的工作，他们的最大功绩是把两个貌似毫不相关的问题联系在一起，一个是切线问题（微分学的中心问题），一个是求和问题（积分学的中心问题）. 牛顿和莱布尼茨建立微积分的出发点是直观的无穷小量，因此这门学科早期也称为无穷小分析，这正是现在数学中分析学这一大分支名称的来源. 牛顿研究微积分着重于从运动学来考虑，莱布尼茨却是侧重于几何学来考虑的. 牛顿在1671

备课札记

备课札记

年写了《流数法和无穷级数》,这本书直到1736年才出版,它在这本书里指出,变量是由点、线、面的连续运动产生的,否定了以前自己认为的变量是无穷小元素的静止集合.他把连续变量叫做流动量,把这些流动量的导数叫做流数.牛顿在流数术中所提出的中心问题是:已知连续运动的路径,求给定时刻的速度(微分法);已知运动的速度求给定时间内经过的路程(积分法).德国的莱布尼茨是一个博才多学的学者,1684年,他发表了现在世界上认为是最早的微积分文献,这篇文章有一个很长而且很古怪的名字《一种求极大极小和切线的新方法,它也适用于分式和无理量,以及这种新方法的奇妙类型的计算》.就是这样一篇说理也颇含糊的文章,却有划时代的意义.1686年,莱布尼茨发表了第一篇积分学的文献,他是历史上最伟大的符号学者之一,他所创设的微积分符号,远远优于牛顿的符号,这对微积分的发展有极大的影响.现在我们使用的微积分通用符号就是当时莱布尼茨精心选用的.

微积分学的创立,极大地推动了数学的发展,过去很多初等数学束手无策的问题,运用微积分,往往迎刃而解,显示出微积分学的非凡威力.

(设计者:张春生)

1.1.2 导数的概念

教材分析

一般地,学习导数概念的起点是极限,但就高中学生的认知水平而言,学生很难理解极限的形式化定义,因此也影响了对导数本质的理解.本节课,教材将学习导数的概念分为两个阶段:第一阶段是通过大量实例,利用逼近思想直观理解瞬时速度的含义;第二阶段则是将瞬时速度一般化,即通过对瞬时速度的理解来引出导数的概念.整个过程蕴涵了逼近的思想和用已知探求未知的思想方法.

课时分配

1课时.

教学目标

1. 知识与技能目标

利用学生对瞬时速度的理解,逐步达到对导数概念和基本方法的直观、准确的理解.

2. 过程与方法目标

用形象直观的“逼近”方法定义导数,学习和掌握用已知探究未知的思想方法.

3. 情感、态度与价值观

通过本节课的学习,培养学生运动变化的观点和辩证统一的思想.在对实际问题的分析过程中,体会、感受数学的创造美.

重点难点

重点:瞬时速度、瞬时变化率的概念、导数的概念;

难点:准确理解导数的概念.

教学过程

引入新课

问题1:物体作自由落体运动的方程是$s(t)=\frac{1}{2}gt^2$,求1 s到2 s的平均速度.

问题2:物体作自由落体运动的方程是$s(t)=\frac{1}{2}gt^2$,如何求$t=3$ s这一时刻的速度呢?

活动设计:先让学生独立思考,然后小组交流,教师巡视指导,并注意与学生交流.

学情预测:经过简单运算,学生能够回答出第一个问题.对于第二个问题,可能在理解"瞬时速度"上有难度,感觉无从下手.

教师提问:这两个问题在解法上有什么区别和联系?能否从它们的联系上寻找第二个问题的解法?你对"$t=3$ s这一时刻"怎么理解?

学情预测:学生能够利用物理知识解决速度问题,但对某一时刻的速度,未必能从"平均速度"和"瞬时速度"的关系上说清楚.

教师提示:我们可以取$t=3$ s临近时间间隔内的平均速度去"逼近"$t=3$ s时刻的"瞬时速度",如在$[3,3+\Delta t]$内或在$[3-\Delta t,3]$内,不过时间间隔Δt要尽可能小.

学情预测:经过提示和讨论后,学生应该能从尽可能缩小时间间隔的角度进行感性认识和猜测了.

活动成果:师生共同得出如下结论:

取一小段时间:$[3,3+\Delta t]$,$\Delta s=\frac{1}{2}g(3+\Delta t)^2-\frac{9}{2}g$,$\Delta v=\frac{\Delta s}{\Delta t}=\frac{g}{2}(6+\Delta t)$.

当$\Delta t\to 0$时,$\Delta v\to 3g$.

设计意图

从学生学过并且熟悉的物理问题切入,以平均速度和瞬时速度作对比设计两个问题,使学生有一个思考的台阶,在教师的引导提示下,感性地认识瞬时速度的概念.

探究新知

在高台跳水运动中,运动员在不同时刻的速度是不同的.我们把物体在某一时刻的速度称为瞬时速度.运动员的平均速度不一定能反映他在某一时刻的瞬时速度.那么,如何求运动员的瞬时速度呢?

提出问题:在高台跳水运动中,运动员相对于水面的高度h(单位:m)与跳后的时间t(单位:s)存在函数关系$h(t)=-4.9t^2+6.5t+10$,试探求运动员在$t=2$ s时的瞬时速度是多少?

活动设计:以小组为单位,列好表格,准备好计算器,分别计算时间间隔$\Delta t=-0.01$,-0.001,$-0.000\,1$,$-0.000\,01$,$-0.000\,001$,…在区间$[2+\Delta t,2]$内的平均速度和$\Delta t=0.01,0.001,0.000\,1,0.000\,01,0.000\,001,\cdots$时,在区间$[2,2+\Delta t]$内的平均速度.并观察当$|\Delta t|$逐渐变小时,平均速度$\bar{v}$的取值变化情况.

活动成果:当$\Delta t<0$时,在$[2+\Delta t,2]$这段时间内

$$\bar{v}=\frac{h(2)-h(2+\Delta t)}{2-(2+\Delta t)}=\frac{4.9\Delta t^2+13.1\Delta t}{-\Delta t}=-4.9\Delta t-13.1.$$

当$\Delta t=-0.01$时,$\bar{v}=-13.051$;

当$\Delta t=-0.001$时,$\bar{v}=-13.095\,1$;

当$\Delta t=-0.000\,1$时,$\bar{v}=-13.099\,51$;

当$\Delta t=-0.000\,01$时,$\bar{v}=-13.099\,951$;

当$\Delta t=-0.000\,001$时,$\bar{v}=-13.099\,995\,1$;

……

当$\Delta t>0$时,在$[2,2+\Delta t]$这段时间内$\bar{v}=\frac{h(2+\Delta t)-h(2)}{(2+\Delta t)-2}=\frac{-4.9\Delta t^2-13.1\Delta t}{\Delta t}=-4.9\Delta t-13.1$.

备课札记