

数学真好玩

〔意〕安娜·伽拉佐利著
段淳译



〔意〕安娜·伽拉佐利著 段淳译

数 学 真 好 玩



图书在版编目(CIP)数据

数学真好玩 / [意] 伽拉佐利著；段淳译。—海口：

南海出版公司，2010.7

ISBN 978-7-5442-4767-2

I . ①数… II . ①伽… ②段… III . ①数学—少年读物 IV . ①O1-49

中国版本图书馆CIP数据核字(2010)第076944号

著作权合同登记号 图字：30-2010-063

I MAGNIFICI DIECI by ANNA CERASOLI

Copyright © 2001 by SPERLING & KUPFER EDITORI S.P.A.

This edition arranged with SPERLING & KUPFER EDITORI S.P.A.

through BIG APPLE TUTTLE-MORI AGENCY, LABUAN, MALAYSIA.

Simplified Chinese edition copyright ©

2010 THINKINGDOM MEDIA GROUP LIMITED

All rights reserved.

数学真好玩

[意] 安娜·伽拉佐利 著

段淳 译

出 版 南海出版公司 (0898)66568511
海口市海秀中路51号星华大厦五楼 邮编 570206
发 行 新经典文化有限公司
电 话 (010)68423599 邮箱 editor@readinglife.com
经 销 新华书店
责任编辑 秦 薇 侯明明
装帧设计 王晶华
内文制作 北京文辉伟业
印 刷 三河市三佳印刷装订有限公司
开 本 710毫米×930毫米 1/16
印 张 10
字 数 137千
版 次 2010年7月第1版
印 次 2010年7月第1次印刷
书 号 ISBN 978-7-5442-4767-2
定 价 20.00元

版权所有，未经书面许可，不得转载、复制、翻印，违者必究。

目 录

第1课	来自印度的阿拉伯数字
数字的发源地	1
第2课	如果是章鱼，就用八进制
十进制的起源	9
第3课	零——明明没有却又存在的数
零的概念	15
第4课	为什么要先乘除后加减
计算的规则	21
第5课	$0 \div 0 = ?$
没有答案的计算题	27
第6课	到底有多少只兔子
斐波那契数列	33
第7课	$25=11001$
莫尔斯电码与二进制	41
第8课	永远除不尽
发现无理数	47
第9课	没有数字也可以计算
使用代数式	55





第 10 课	揭开 x 先生的真面目	
	解方程式	63
第 11 课	用一根棍子就能量出金字塔有多高	
	方便好用的相似三角形原理	69
第 12 课	自然数与偶数，哪一类数更多	
	有限集合与无限集合	77
第 13 课	为什么直角三角形 3 条边的比例是一定的	
	毕氏定理	83
第 14 课	肚脐的位置恰到好处	
	黄金分割	95
第 15 课	掷色子游戏，猜 7 就对了	
	概率论	103
第 16 课	有 96 条边的多边形	
	求圆周率	113
第 17 课	把圆分解成三角形	
	计算圆的面积	123
第 18 课	不可思议的斐波那契螺旋线	
	黄金比例表现形式的多样性	131
第 19 课	找哪家水电维修公司比较划算	
	笛卡尔坐标系	137
第 20 课	大自然中的几何图形	
	分形	149

第1课 来自印度的阿拉伯数字

数字的发源地



“爷爷，陪我一起去买牛奶嘛。”菲洛拉着爷爷的袖子央求着，妈妈给他的巧克力已经在嘴里开始溶化了。

“什么？怎么了？要茶杯？”爷爷没听清楚，反问道，“我就在厨房，干吗还要去外面拿茶杯？”

“是牛奶！爷爷，不是茶杯！您快点儿嘛！”

在菲洛的催促下，爷爷急急忙忙地换上外衣，菲洛则继续大叫大嚷，话也没说清楚，就把爷爷推进了电梯。

“哦，是牛奶啊，我知道了，是牛奶！我听见啦，我的耳朵可一点儿都不背哟！”爷爷一边扣上衣的扣子，一边还不忘提醒菲洛。

爷爷是位退休多年的数学老师，大家一看就知道，他多少有点儿耳背。不过按照他自己的说法，这种“轻度重听”全是他教过的4800个学生造成的——在他任教的40年间，这些学生不断地举起手，扯着喉咙喊：“老师，我听不懂，请再说一遍！”

每次提起这40年里教过的4800个学生，爷爷总是百感交集，眼角泛光，然后摘下眼镜，突然抛出一个问题：“40年教了4800个学生，那平均每年教多少个呢？”

没错！爷爷是爷爷，但更是老师，怎么都改不了爱提问题、考学生的习惯。其实对爷爷来说，时间已经停止在学校领导对他说“您已经到退休的年纪了，请回家好好享清福吧”那个苦涩的日子。但是，关于学校的种种回忆始终留在他的心底，因此到现在他还是改不了好为人师的习惯，结果我们一

家人就得扮演爷爷的学生了。而且，光是家人还不够，有时爷爷还会对其他人发号施令。比如有一天，我们走进一家挤满了人的面包店，店里十分嘈杂，爷爷突然举起食指放到唇边，我正疑惑着，不知道他要做什么，就听到他用严肃的语气说：“嘘……大家安静！”

所有人一齐转过头看着我们，没有一个人例外。当时我真想拔腿溜走，因为我知道，接下来爷爷就会说：“来，大家都站好！”

在我们家，这两项要求总是一前一后出现的。

我的弟弟菲洛已经8岁了，他的大名叫菲利普，长得瘦巴巴的，有两颗像田鼠一样的大门牙，手上总是脏兮兮的，还沾着荧光笔的痕迹或泥土。爷爷给菲洛起了个绰号，叫“等等洗”，为什么呢？因为不管爸爸妈妈催多少次，让他去洗澡，他总是说，“等等就去洗，等等就去洗……”可是，一个人怎么可能同时做两件事呢？而这个“等等”似乎永远都无法完成，他总是拖到最后也没去洗澡。

爷爷和弟弟很合得来，他们俩经常守在厨房里，在灶台旁搅拌锅里的食物，做出色香味俱全、一级棒的饭菜。爷爷曾经历过战争，尝过饿肚子、没有东西可吃的滋味，因此他常常说，厨房是家里最温暖的地方。我们在外面隐隐约约可以听见他们边拿餐具边断断续续说话的声音。

除了想把菲洛训练成一位了不起的大厨之外，爷爷还有一个梦想，就是希望把菲洛培养成天才数学家。自从我告诉爷爷，比起科学，我更喜欢艺术之后，他似乎就放弃了我，不过那并不表示他不再教导我了，只要一有机会，他就会以一种特别的表情对我说：“你可千万别忘了，数学也是一门艺术啊！”

那天早上，爷爷和菲洛从牛奶店回来之后，就待在厨房里吃早餐。我听见弟弟说话的声音，好像是说，有个人总是用一大堆零钱买牛奶。那个人叫穆罕默德，他每天都守在学校附近的路口，一看见有车子停下，就走上前去擦车窗来赚钱。



菲洛说：“那个人是从哪儿来的啊？他说的好像是外语……”

身为一位优秀的老师，爷爷不管碰到什么问题，向来是有问必答的。他对弟弟说：“穆罕默德是哪国人，我也不确定，但他一定是阿拉伯人。”

菲洛听了点了点头，爷爷又说：“阿拉伯国家曾有过比意大利还要繁荣的文明时代。”

说完，爷爷深深地叹了一口气。

这个时候，爷爷接下来会做些什么，我不用看也知道。他会做出一副一本正经的样子，不管是在做事，还是吃好吃的东西，都会暂时放在一边。没错，他又恢复了老师的本色。每当这时，我就会闭上眼睛，微笑地等待。用不了多久，爷爷就会讲起非常有趣的故事，希望把他心爱的学生引入充满魅力的数学世界中。

“其实啊……”哦，对了，以前爷爷的话也总是让我充满期待。“我们现在每天用来计算或是解决问题的数字就是阿拉伯人传授给我们的。在那之前，欧洲国家大都使用罗马数字，计算时非常麻烦。”说到这儿，爷爷干咳了几声，想必是在思考有没有什么简单易懂的例子可以列举。

“对了，就像做菜的时候，用柴火而不用煤气炉一样！来，我们来详细地说说。”

我猜这时候菲洛一定是手捧着茶杯，嘴巴张得大大的，直到故事进入高潮，才会把嘴里的食物咽下去。菲洛向来如此，一旦走上那条美丽而又艰险的数学小径，就会忘记其他所有的事。

爷爷以前教的学生年龄都比菲洛大，所以他也犹豫过，不知道该教菲洛些什么东西。不过菲洛虽然年纪小，却对图表之类的东西很感兴趣，总是目不转睛地看着爷爷，无论爷爷讲什么他都全部吸收，就像海绵似的，因此爷爷这位老师可以百分之百地确定他的小学生到底听懂了没有，然后继续往下讲。

爷爷常对我说：“重点菲洛可都听懂了。”事实的确如此。

厨房里又传来爷爷的声音：“葛拉兹老师教你的1、2、3……10、11这些数字，叫作自然数，是印度人发明的。其实，在自然数出现之前，人们已经掌握了表示数量的方法，就是用罗马人发明的罗马数字，但就像我刚才说过的，与自然数相比，罗马数字确实没有什么特别的优点。



“公元773年，几位印度使节来到了当时阿拉伯帝国的首都巴格达，将一本用新的计数方法制作的天文历法书作为礼物献给了国王。国王见多识广，马上意识到这份礼物有多珍贵，于是立刻召集了全国一流的数学家，要他们在国内推广这种新的计数法。其中有一位优秀数学家，名叫阿尔·花拉子密。大约70年后，他写的两本书出版了，其中的一本就解释了这些印度数字的写



阿尔·花拉子密

法与计数方法。这本书深受商人们的喜爱，因为只要能帮助他们赚钱，任何新东西他们都会迫不及待地接纳。结果，这些在地中海周边国家进行商品贸易的商人就将这种新方法传播开了。”

爷爷接着又提高音量说：

“这种印度计数法最大的受益人不是别人，正是阿尔·花拉子密本人。”

“为什么呢？因为他的书卖了很多钱吗？”菲洛好奇地问。

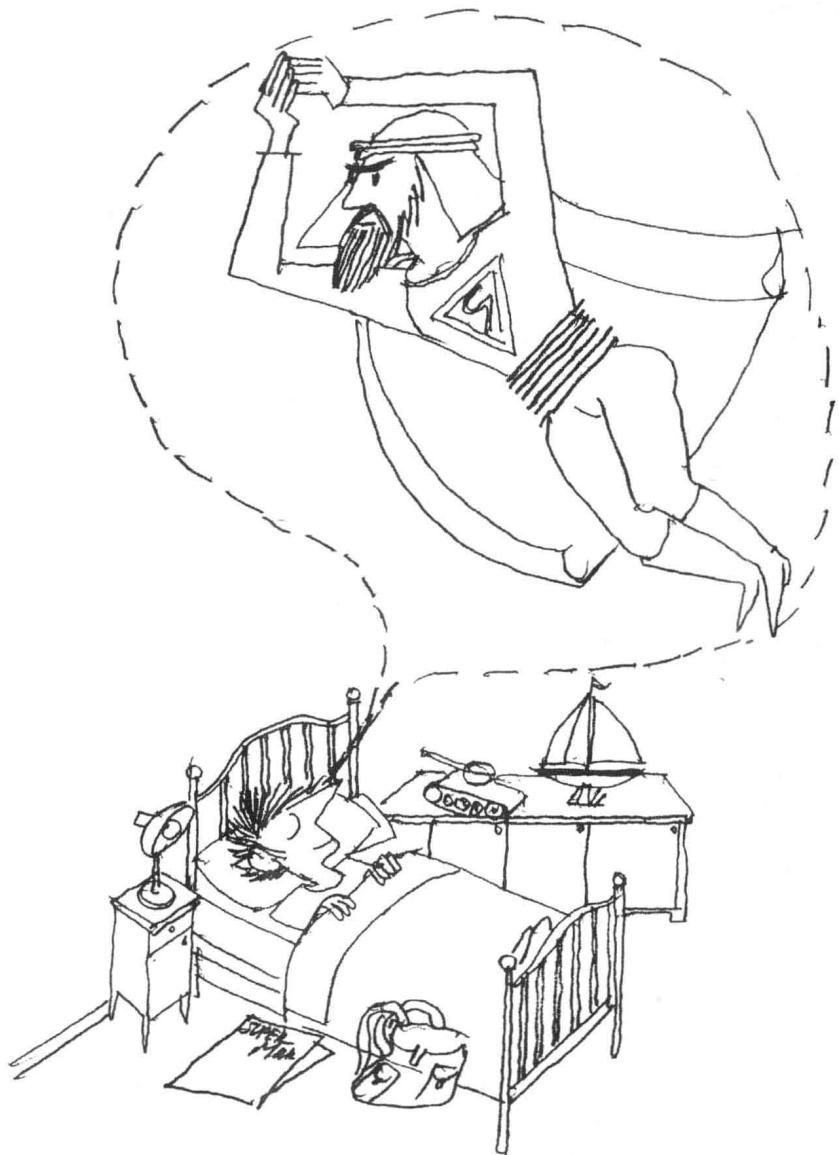
“不，他得到的东西比钱更有价值，这本书使他不朽。”

菲洛咽了下口水，惊讶地问道：“就是说，他永远都不会死吗？就像超人那样……”

“不、不，不朽不是那个意思！”爷爷可能觉得自己说得太夸张了，立刻

解释道，“嗯……举例来说……啊，对了，就像你妈妈的食谱！”爷爷从冰箱旁的置物架上取出了一本书，打开“热巧克力的做法”那一页。

“你看，这里一字一句地写着你最喜欢的热巧克力该怎么做。而对于应该怎么计算这个问题，我们也需要有一本像食谱一样的书作为指导。葛拉兹



老师教的加减法运算就出自阿尔·花拉子密写的那本教人们进行计算的书。你记得吗？你妈妈和朋友聊天的时候，说她做通心粉参考的是阿尔道吉（意大利著名食谱作家）的书。我们也可以这样说，做乘法或除法运算也都要参考阿尔·花拉子密的书。

“而他的名字——特别是当越来越多的外国人知道了之后——慢慢就被念成了‘阿克里斯姆’（alkurismi），后来又变成了‘阿葛利兹’（algorithm），最后成为了一个有特定意义的词——演算法，被写入了字典中。也就是说，你看到的那个穷得帮人家擦车窗的人的祖先，如今就活在我们每天的生活中呢！”

第2课 如果是章鱼，就用八进制 十进制的起源



第二天，菲洛放学回来后显得精神饱满，眼睛闪闪发亮，不同于往常。每当菲洛心里藏着秘密但又不想让人知道、假装若无其事时，就会露出这种表情。不过，他总是很快就按捺不住，兴高采烈地把事情一五一十地说出来。

那天当然也不例外，午餐才吃到一半，他就从书包里把他的“秘密”小心翼翼地拿了出来。

“你们看，这是我的算盘！我和葛拉兹老师一起做的！”菲洛看上去好像是在对大家说，可眼睛却只盯着爷爷。

爷爷听了，笑逐颜开地说：“原来如此啊，难怪你饭吃得那么快！你做的东西越来越棒了！”他一边说一边高兴地搓着手。

菲洛朝爸爸妈妈使了个眼神，大伙只好提前结束了午餐。他和爷爷迫不及待地要开始他们的“算盘之旅”，弄得我们连饭也吃不好。当厨房里只剩下他们爷儿俩之后，他们赶紧收拾好餐桌，轻轻地把那个不太结实的算盘摆在桌上，两个人面对面坐着，就像要开始重要的比赛似的。

菲洛呼了一口气，说：“爷爷，你知道吗？这个奇怪的工具可以让我们很快地做出加法运算，不管是三位数还是两位数都可以。方法很简单，我做给你看。”

菲洛的头发像平常一样乱糟糟的，他皱着眉头，认真地说道：“算盘的每一档上最多只能放 9 颗珠子，所以绝对不会忘记进位。葛拉兹老师说，算盘有很多种。‘abacus’（算盘）这个词啊，在古代印度语中，意思就是沙土！葛拉兹老师还说，语言的背后经常隐藏着历史呢！”



话说到这儿，爷爷整个身子向前探，就像过去在高中教书时那样，手肘支在桌上，手指交握，目不转睛地盯着菲洛的眼睛。

菲洛看见爷爷对他的话这么感兴趣，心满意足地继续说：“比如说，‘calcolo’（计算）这个词的词干是‘calculi’，你知道它在古罗马是什么意思吗？它的意思是小石头。罗马人的算盘就像一张小桌子，不过上面没有算盘档，而是挖了许多槽，人们会在表示不同单位——有的表示百位数，有的表示十位数——的槽里放进小石子。因为是用小石子来计算，于是就有了‘calcolare’（计算）这个动词。”

爷爷满脸微笑地听着，心里一定在想，能记住这么难的词，还热切地说给爷爷听，真不愧是我的好孙子！

接着，爷爷便借着这个机会讲了一些关于计数法的有趣故事。一旦这爷儿俩进入数字的魔法世界，其他的事就会被他们完全抛在脑后了。爷爷很聪明地把握住了自己的出场时机，开口问道：“可是，为什么算盘的档只能放9颗珠子呢？这可是很重要的。印度人就是在使用算盘的过程中，发明了著名

的十进制计数法。我们平常用十进制数计算觉得很自然，其实这种方法非常了不起，可以说是人类最伟大的发明之一。”

爷爷说完，站起身来，拿出一块小小的黑板，先写上“不够的东西”，接着在下面写着“油、罐装番茄酱、餐巾”，然后在黑板上写了“11”这个数字。

“这个数字读作十一，是由1个10和1个1组成的。这很简单，我们都应该知道，其他人也知道。就像葛拉兹老师说的，我们所采用的就是十进制数。

“数制是什么意思呢？就是说数字所在的位置决定了这个数字的值，这和罗马数字不同。举例来说，罗马数字中的‘Ⅱ’是指两个1。



“在十进制中，每一个数字的值在不同的数位上是不同的。比如说，1在个位上表示1，在十位上表示10，在百位上表示100，在千位上就表示1000……”

说到这里，爷爷稍微停了一下，伸手搔了搔光溜溜的额头，好像在想什么事情。爷爷的头发不多，只有两鬓有些白发，似乎是在抗议岁月的无情流逝。

“10、10……为什么10这个数字会一再出现呢？就像每道意大利菜都会