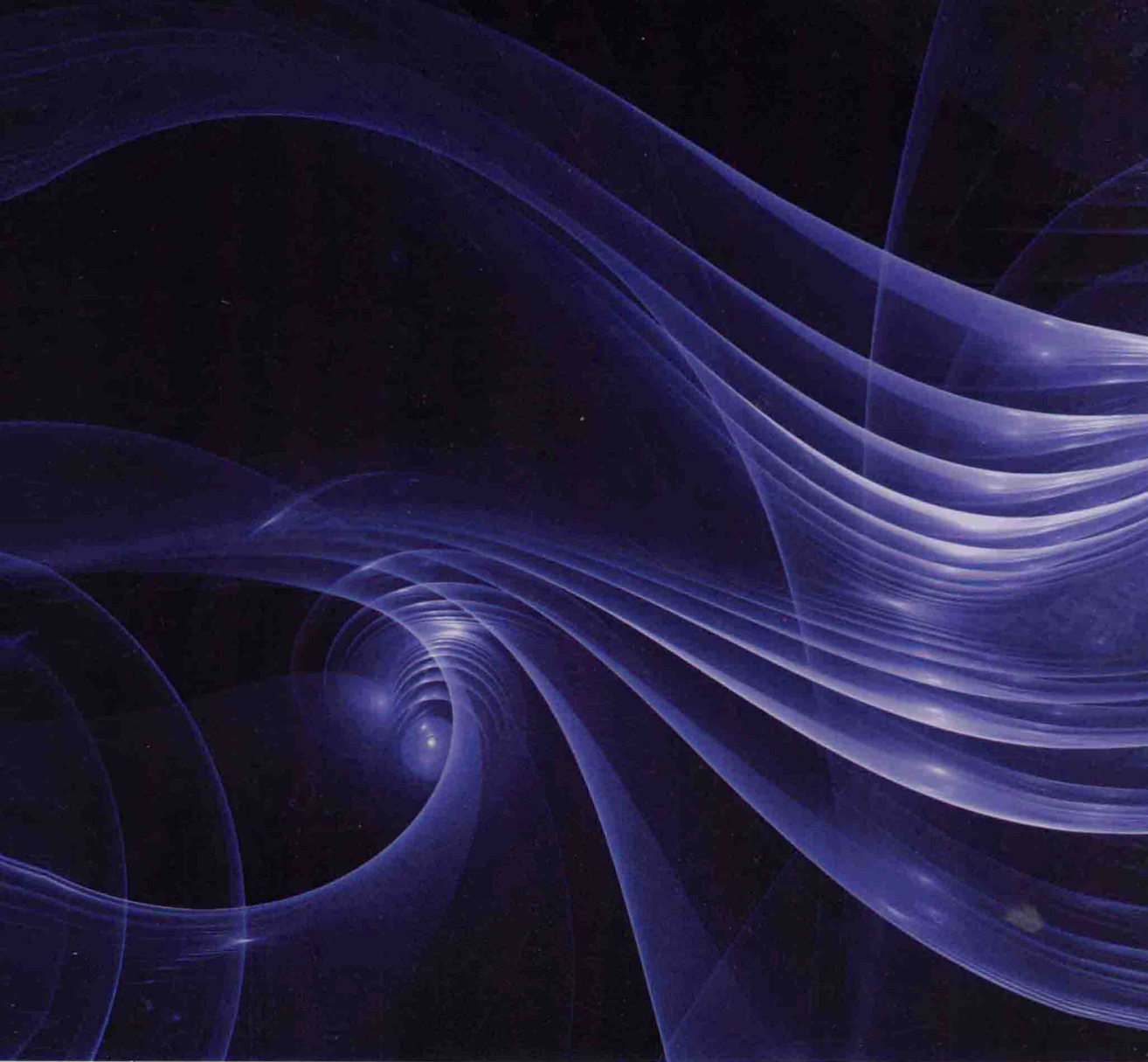




工程流体力学习题解析

(第二版)

主 编 王世明 宋秋红 兰雅梅 夏泰淳



上海交通大学出版社
SHANGHAI JIAO TONG UNIVERSITY PRESS

工程流体力学习题解析

(第二版)

主 编 王世明 宋秋红 兰雅梅 夏泰淳



上海交通大学出版社
SHANGHAI JIAO TONG UNIVERSITY PRESS

内容提要

本书是《工程流体力学》(第二版)教材的习题解答,内容包括了全书各章的习题。可作为普通高等院校、成人教育及有关专业的流体力学课程教学参考书。

本书可配合教材使用,也可单独使用。

图书在版编目(CIP)数据

工程流体力学习题解析/王世明等主编. —2版. —上海:上海交通大学出版社,2014
ISBN 978-7-313-10817-3

I. 工... II. 王... III. 工程力学—流体力学—高等学校—题解 IV. TB126

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2014)第 015891 号

工程流体力学习题解析 (第二版)

主 编:王世明 宋秋红 兰雅梅 夏泰淳

出版发行:上海交通大学出版社

邮政编码:200030

出 版 人:韩建民

印 制:昆山亭林印刷有限责任公司

开 本:787mm×1092mm 1/16

字 数:204 千字

版 次:2006 年 2 月第 1 版 2014 年 2 月第 2 版

书 号:ISBN 978-7-313-10817-3/TB

定 价:21.00 元

地 址:上海市番禺路 951 号

电 话:021-64071208

经 销:全国新华书店

印 张:8.75

印 次:2014 年 2 月第 3 次印刷

版权所有 侵权必究

告读者:如发现本书有印装质量问题请与印刷厂质量科联系

联系电话:0512-57751097

再 版 前 言

本书是与《工程流体力学》(第二版)教材配套的参考书,书中针对教材中的每一道习题,作了相应的指导和解析,旨在训练学生解决实际问题的能力,提高学习效率。这套书自2006年2月出版至今已逾6年,在此期间行后重印了多次,受到了广大教师和学生们的欢迎,并于2007年荣获上海市教委优秀教材三等奖。

为了使学生在学习流体力学过程中少走弯路,提高自学能力和增强学习的自主性。本书根据《工程流体力学》(第二版)进行了修订和补充,以适应大多数院校的教学需要。全书由王世明、宋秋红、兰雅梅、夏泰淳执笔编写,最后由宋秋红、夏泰淳统稿完成。

我们恳请教材的使用者,对本书的不足之处给予指正,使本教材能不断臻于完善。

编者

2013年12月12日

前 言

本书是和《工程流体力学》教材配套的参考书。多年来,学生在学习流体力学过程中,总希望能有一本完整的习题解答,现将《工程流体力学》和本书同时奉献给广大读者,以便了却作者多年的心愿。

工程流体力学是一门理论性较强的专业基础课。流体运动具有复杂性和非直观性。因此,长期以来,学生在学习这门课程时会遇到很多问题,其中不少的问题具有共性,那就是流体力学的基本概念、基本理论如何应用于工程实践中;如何通过实践,加深对概念、理论的理解。这个问题如果得不到有效的解决,将直接影响到学生对这门课程学习的兴趣和深入掌握。目前,流体力学这门课程正在被愈来愈多的工科专业所选用,为了使学生在学时少走弯路,提高自学能力,增强解决问题和分析问题的能力,同时出版教科书的配套习题解析参考书是很有必要的,本书的初衷就是为此而编著的。

在编写本书时,作者尽量注意突出解题步骤,压缩文字叙述,减略运算过程,其目的是将流体力学中的基本概念、基本理论、基本规律和处理流体力学各种问题的基本方法运用于题解之中,提供给学生正确的解题思路和分析方法,这样有利于培养学生分析问题、解决问题的能力。

本书的体例与教材相同,共分10章,每一章由选择题和计算题组成,共217道题。这些题目紧紧地与《工程流体力学》教材的理论内容环环相扣,给读者提供了完整的流体力学解题训练,与课程教学配合紧密,可起到很好的示范和引导作用。

本书中题目解答多数来源于刘岳元教授的手稿,全书由宋秋红夏泰淳审订定稿。

由于作者水平有限,再加上时间仓促,书中存在的错误,恳请读者指正。

作者

2012年9月

目 录

第 1 章 绪论	1
第 2 章 流体静力学	7
第 3 章 流体运动学	24
第 4 章 理想流体动力学	37
第 5 章 平面势流理论	50
第 6 章 水波理论	69
第 7 章 黏性流体动力学	75
第 8 章 有压管流和明渠流	90
第 9 章 边界层理论	103
第 10 章 一维气体动力学基础	112
附录 A	118
附录 B	122
a. 测试试卷	122
b. 参考答案	128

第 1 章 绪 论

选择题

- 1.1 按连续介质的概念,流体质点是指:(a)流体的分子;(b)流体内的固体颗粒;(c)几何的点;(d)几何尺寸同流动空间相比是极小量,又含有大量分子的微元体。

解 流体质点是指体积小大到可以看作一个几何点,但它又含有大量的分子,且具有诸如速度、密度及压强等物理量的流体微团。(d)

- 1.2 与牛顿内摩擦定律直接相关的因素是:(a)切应力和压强;(b)切应力和剪切变形速度;(c)切应力和剪切变形;(d)切应力和流速。

解 牛顿内摩擦定律是 $\tau = \mu \frac{dv}{dy}$, 而且速度梯度 $\frac{dv}{dy}$ 是流体微团的剪切变形速度 $\frac{dy}{dt}$, 故 $\tau = \mu \frac{dy}{dt}$ 。(b)

- 1.3 流体运动黏度 ν 的国际单位是:(a) m^2/s ;(b) N/m^2 ;(c) kg/m ;(d) $N \cdot s/m^2$ 。

解 流体的运动黏度 ν 的国际单位是 m^2/s 。(a)

- 1.4 理想流体的特征是:(a)黏度是常数;(b)不可压缩;(c)无黏性;(d)符合 $\frac{p}{\rho} = RT$ 。

解 不考虑黏性的流体称为理想流体。(c)

- 1.5 当水的压强增加一个大气压时,水的密度增大约为:(a)1/20 000;(b)1/1 000;(c)1/4 000;(d)1/2 000。

解 当水的压强增加一个大气压时,其密度增大约为 $\frac{d\rho}{\rho} = k dp = 0.5 \times 10^{-9} \times 1 \times 10^5 = \frac{1}{20\,000}$ 。(a)

- 1.6 从力学的角度分析,一般流体和固体的区别在于流体:(a)能承受拉力,平衡时不能承受切应力;(b)不能承受拉力,平衡时能承受切应力;(c)不能承受拉力,平衡时不能承受切应力;(d)能承受拉力,平衡时也能承受切应力。

解 流体的特性是既不能承受拉力,同时具有很大的流动性,即平衡时不能承受切应力。(c)

- 1.7 下列流体哪个属牛顿流体:(a)汽油;(b)纸浆;(c)血液;(d)沥青。

解 满足牛顿内摩擦定律的流体称为牛顿流体。 (a)

- 1.8 15℃时空气和水的运动黏度 $\nu_{\text{空气}} = 15.2 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$, $\nu_{\text{水}} = 1.146 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$, 这说明:
(a)空气比水的黏性大;(b)空气比水的黏性小;(c)空气与水的黏性接近;(d)不能直接比较。

解 运动黏度 ν 只是具有运动学的量纲,不表示流体黏性的大小。以 ν 判断不同流体的黏度大小是无意义的。 (d)

- 1.9 液体的黏性主要来自于液体:(a)分子热运动;(b)分子间内聚力;(c)易变形性;(d)抗拒变形的能力。

解 液体的黏性主要由分子内聚力决定。 (b)

计算题

- 1.10 黏度 $\mu = 3.92 \times 10^{-2} \text{ Pa} \cdot \text{s}$ 的黏性流体沿壁面流动,距壁面 y 处的流速为 $v = 3y + y^2 \text{ (m/s)}$,试求壁面的切应力。

解 由牛顿内摩擦定律,壁面的切应力

$$\tau_0 = \mu \left. \frac{dv}{dy} \right|_{y=0} = \mu(3 + 2y) \Big|_{y=0} = 3.92 \times 10^{-2} \times 3 = 11.76 \times 10^{-2} \text{ Pa}$$

- 1.11 在相距 1 mm 的两平行平板之间充有某种黏性液体,当其中一板以 1.2 m/s 的速度相对于另一板作等速移动时,作用于板上的切应力为 3 500 Pa。试求该液体的黏度。

解 由 $\tau = \mu \frac{dv}{dy}$ 得

$$\mu = \tau \frac{dy}{dv} = 3500 \times \frac{1 \times 10^{-3}}{1.2} = 2.917 \text{ Pa} \cdot \text{s}$$

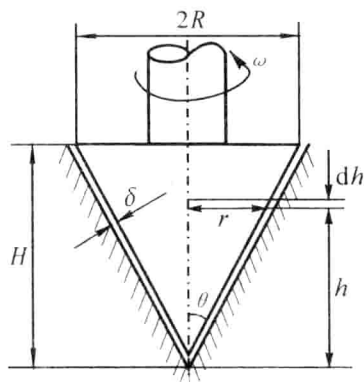
- 1.12 一圆锥体绕竖直中心轴作等速转动,锥体与固体的外锥体之间的缝隙 $\delta = 1 \text{ mm}$,其间充满 $\mu = 0.1 \text{ Pa} \cdot \text{s}$ 的润滑油。已知锥体顶面半径 $R = 0.3 \text{ m}$,锥体高度 $H = 0.5 \text{ m}$,当锥体转速 $n = 150 \text{ r/min}$ 时,求所需的旋转力矩。

解 如习题 1.12 图所示,在离圆锥顶 h 处,取一微圆锥体(半径为 r),其高为 dh 。

$$\text{这里 } r = \frac{R}{H}h$$

该处速度

$$v(h) = r\omega = \frac{R}{H}h\omega$$



习题 1.12 图

剪切应力

$$\tau(r) = \mu \frac{v}{\delta} = \mu \frac{R h \omega}{H \delta}$$

一段高为 dh 的圆锥体旋转力矩

$$\begin{aligned} dM(h) &= \tau(r) 2\pi r \frac{dh}{\cos \theta} r \\ &= \mu \frac{R h \omega}{H \delta} 2\pi r^2 \frac{dh}{\cos \theta} \end{aligned}$$

将 $r = h \tan \theta$ 代入上式,得

$$dM(h) = \frac{\mu R \omega}{H \delta} 2\pi \frac{h^3 \tan^2 \theta}{\cos \theta} dh$$

$$\begin{aligned} \text{总旋转力矩 } M &= \int_0^H dM(h) = \frac{2\pi \mu R \omega \tan^2 \theta}{H \delta \cos \theta} \int_0^H h^3 dh \\ &= \frac{2\pi \mu \omega \tan^3 \theta}{\delta \cos \theta} \frac{H^4}{4} \end{aligned}$$

$$\text{其中 } \mu = 0.1 \text{ Pa} \cdot \text{s}, \omega = \frac{150 \times 2\pi}{60} = 15.7 \text{ rad/s}$$

$$\tan \theta = \frac{R}{H} = \frac{0.3}{0.5} = 0.6, \cos \theta = 0.857, H = 0.5 \text{ m}, \delta = 1 \times 10^{-3} \text{ m}$$

将其代入上式,得旋转力矩

$$M = \frac{2\pi \times 0.1 \times 15.7 \times 0.6^3}{1 \times 10^{-3} \times 0.857} \times \frac{0.5^4}{4} = 38.83 \text{ N} \cdot \text{m}$$

- 1.13** 上下两平行圆盘,直径均为 d ,间隙为 δ ,其间隙间充满黏度为 μ 的液体。若下盘固定不动,上盘以角速度 ω 旋转时,试写出所需力矩 M 的表达式。

解 在圆盘半径为 r 处取 dr 的圆环,如习题 1.13 图所示。

其上面的切应力

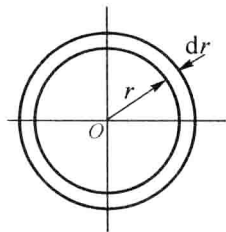
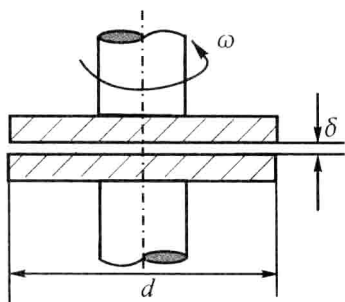
$$\tau(r) = \mu \frac{\omega r}{\delta}$$

则所需的力矩

$$dM = \tau(r) 2\pi r dr \cdot r = \frac{2\pi \mu \omega}{\delta} r^3 dr$$

故总力矩

$$M = \int_0^{d/2} dM = \frac{2\pi \mu \omega}{\delta} \int_0^{d/2} r^3 dr = \frac{\pi \mu \omega d^4}{32 \delta}$$



习题 1.13 图

- 1.14 当压强增量 $\Delta p = 5 \times 10^4 \text{ Pa}$ 时, 某种液体的密度增长 0.02%。求此液体的体积弹性模量。

解 液体的弹性模量

$$E = \rho \frac{dp}{d\rho} = \frac{dp}{d\rho/\rho} = \frac{5 \times 10^4}{0.0002} = 2.5 \times 10^8 \text{ Pa}$$

- 1.15 一圆筒形盛水容器以等角速度 ω 绕其中心轴旋转。试写出图中 $A(x, y, z)$ 处质量力的表达式。(见习题 1.15 图)

解 位于 $A(x, y, z)$ 处的流体质点, 其质量力分别是:

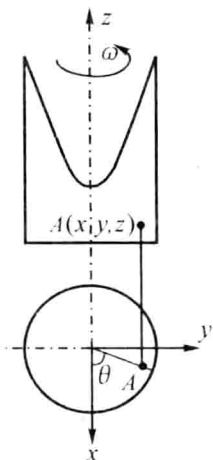
$$\text{惯性力 } f_x = \omega^2 r \cos \theta = \omega^2 x$$

$$f_y = \omega^2 r \sin \theta = \omega^2 y$$

$$\text{重力 } f_z = -g \text{ (} z \text{ 轴向上)}$$

故质量力的表达式为

$$\mathbf{F} = \omega^2 x \mathbf{i} + \omega^2 y \mathbf{j} - g \mathbf{k}$$



习题 1.15 图

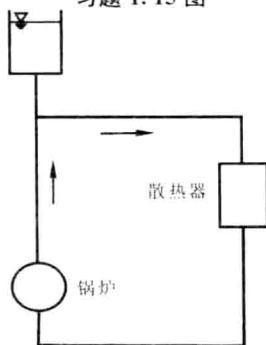
- 1.16 习题 1.16 图为一采暖系统, 为了防止水温升高时, 体积膨胀将水管胀裂, 故在系统顶部设一膨胀水箱。若系统内水的总体积为 8 m^3 , 加温前后温差为 50°C , 在其温度范围内水的热胀系数 $\alpha = 0.0005/^\circ\text{C}$ 。求膨胀水箱的最小容积。

解 由液体的热胀系数公式 $\alpha = \frac{1}{V} \frac{dV}{dT}$

据题意, $\alpha = 0.0005/^\circ\text{C}$, $V = 8 \text{ m}^3$, $dT = 50^\circ\text{C}$

故膨胀水箱的最小容积为

$$dV = \alpha V dT = 0.0005 \times 8 \times 50 = 0.2 \text{ m}^3$$



习题 1.16 图

- 1.17 当汽车上路时, 轮胎内空气的温度为 20°C , 绝对压强为 395 kPa , 行驶后, 轮胎内空气温度上升到 50°C , 试求这时的压强。

解 由理想气体状态方程可知, 由于轮胎的容积不变, 因此空气的密度 ρ 不变, 则

$$\frac{p_0}{T_0} = \frac{p}{T}$$

其中 $p_0 = 395 \text{ kPa}$

$$T_0 = 20 + 273 = 293 \text{ K}, T = 50 + 273 = 323 \text{ K}$$

故

$$p = \frac{395 \times 323}{293} = 435.4 \text{ kPa}$$

- 1.18 习题 1.18 图为压力表校正器。器内充满压缩系数为 $k = 4.75 \times 10^{-10} \text{ m}^2/\text{N}$ 的油液。器内压强为 10^5 Pa 时, 油液的体积为 200 mL 。现用手轮丝杆和活塞加压, 活塞直径为 1 cm , 丝杆螺距为 2 mm , 当压强升高至 20 MPa 时, 问需将手轮摇多少转?

解 由液体压缩系数定义

$$k = \frac{\frac{d\rho}{\rho}}{\frac{dp}{p}}$$

$$\text{设 } \rho = \frac{m}{V}, \quad d\rho = \frac{m}{V - \Delta V} - \frac{m}{V}$$

$$\text{得 } \frac{d\rho}{\rho} = \frac{\Delta V}{V - \Delta V}$$

其中,手轮转动 n 转后,体积的变化为

$$\Delta V = \frac{\pi}{4} d^2 H n \quad (d \text{ 为活塞直径, } H \text{ 为螺距})$$

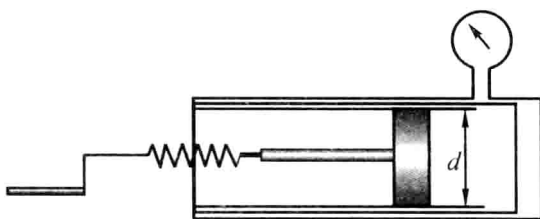
$$\text{即 } k dp = \frac{\frac{\pi}{4} d^2 H n}{V - \frac{\pi}{4} d^2 H n}$$

其中 $k = 4.75 \times 10^{-10} \text{ m}^2/\text{N}$, $dp = (20 \times 10^6 - 10^5) \text{ Pa}$

得 $k dp = 4.75 \times 10^{-10} \times (20 \times 10^6 - 10^5)$

$$= \frac{\frac{\pi}{4} \times 0.01^2 \times 2 \times 10^{-3} \times n}{200 \times 10^{-3} \times 10^{-3} - \frac{\pi}{4} \times 0.01^2 \times 2 \times 10^{-3} \times n}$$

故 $n = 12$ 转



习题 1.18 图

- 1.19 黏度测量仪由内外两个同心圆筒组成,两筒的间隙充满油液。外筒与转轴连接,其半径为 r_2 ,旋转角速度为 ω ,且 $\omega = \text{常量}$ 。内筒悬挂于一金属丝下,金属丝上所受的力矩 M 可以通过扭转角的值确定。外筒与内筒底面间隙为 a ,内筒高 H ,如习题 1.19 图所示。试推出油液黏度 μ 的计算式。

解 内筒侧面的切应力

$$\tau = \mu \omega r_2 / \delta$$

其中 $\delta = r_2 - r_1$

故侧面黏性应力对转轴的力矩

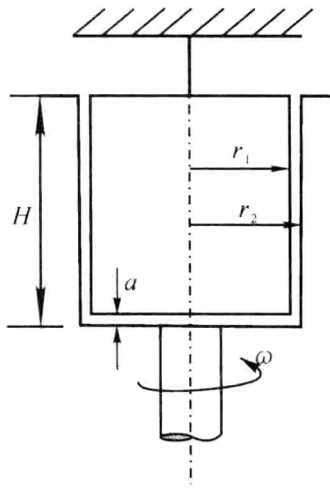
$$M_1 = \mu \frac{\omega r_2^2}{\delta} 2\pi r_1 H r_1 \quad (\text{由于 } a \text{ 是小量, } H - a \approx H)$$

对于内筒底面,距转轴 r 处取宽度为 dr 的微圆环,它的切应力

$$\tau = \mu \omega r / a$$

则该微圆环上黏性力

$$dF = \tau 2\pi r dr = \mu \omega \frac{2\pi r^2}{a} dr$$



习题 1.19 图

故内筒底面黏性力对转轴的力矩

$$M_2 = \int_0^{r_1} \mu \frac{\omega}{a} 2\pi r^3 dr = \frac{1}{2} \mu \frac{\omega}{a} \pi r_1^4$$

显然

$$M = M_1 + M_2 = \mu \frac{\omega}{a} \pi r_1^4 \left[\frac{1}{2} + \frac{2ar_2 H}{r_1^2(r_2 - r_1)} \right]$$

即

$$\mu = \frac{M}{\frac{\omega}{a} \pi r_1^4 \left[\frac{1}{2} + \frac{2ar_2 H}{r_1^2(r_2 - r_1)} \right]}$$

第2章 流体静力学

选择题

- 2.1 相对压强的起算基准是:(a)绝对真空;(b)1个标准大气压;(c)当地大气压;(d)液面压强。

解 相对压强是绝对压强和当地大气压之差。 (c)

- 2.2 金属压力表的读数值是:(a)绝对压强;(b)相对压强;(c)绝对压强加当地大气压;(d)相对压强加当地大气压。

解 金属压力表的读数值是相对压强。 (b)

- 2.3 某点的真空压强为65 000 Pa,当地大气压为0.1 MPa,该点的绝对压强为:(a)65 000 Pa;(b)55 000 Pa;(c)35 000 Pa;(d)165 000 Pa。

解 真空压强是当相对压强为负值时它的绝对值。故该点的绝对压强

$$p_{ab} = 0.1 \times 10^6 - 6.5 \times 10^4 = 35\,000 \text{ Pa} \quad (\text{c})$$

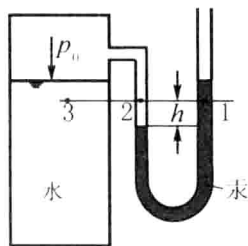
- 2.4 绝对压强 p_{ab} 与相对压强 p 、真空压强 p_v 、当地大气压 p_a 之间的关系是:(a) $p_{ab} = p + p_v$;(b) $p = p_{ab} + p_a$;(c) $p_v = p_a - p_{ab}$;(d) $p = p_v + p_a$ 。

解 绝对压强—当地大气压=相对压强,当相对压强为负值时,其绝对值即为真空压强。

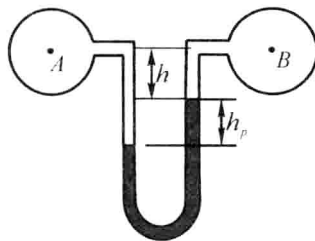
即 $p_{ab} - p_a = p = -p_v$,故 $p_v = p_a - p_{ab}$ 。 (c)

- 2.5 在封闭容器上装有 U 形水银测压计,其中 1、2、3 点位于同一水平面上,其压强关系为:(a) $p_1 > p_2 > p_3$;(b) $p_1 = p_2 = p_3$;(c) $p_1 < p_2 < p_3$;(d) $p_2 < p_1 < p_3$ 。(见习题 2.5 图)

解 设该封闭容器内气体压强为 p_0 ,则 $p_2 = p_0$,显然 $p_3 > p_2$,而 $p_2 + \gamma_{\text{水}}h = p_1 + \gamma_{\text{Hg}}h$,显然 $p_1 < p_2$ 。 (c)



习题 2.5 图



习题 2.6 图

- 2.6 用 U 型水银压差计测量水管内 A, B 两点的压强差, 水银面高度 $h_p = 10 \text{ cm}$, $p_A - p_B$ 为: (a) 13.33 kPa; (b) 12.35 kPa; (c) 9.8 kPa; (d) 6.4 kPa。(见习题 2.6 图)

解 由于 $p_A + \gamma_{\text{H}_2\text{O}}h + \gamma_{\text{H}_2\text{O}}h_p = p_B + \gamma_{\text{H}_2\text{O}}h + \gamma_{\text{Hg}}h_p$

$$\text{故 } p_A - p_B = (\gamma_{\text{Hg}} - \gamma_{\text{H}_2\text{O}})h_p = (13.6 - 1) \times 9807 \times 0.1 = 12.35 \text{ kPa} \quad (\text{b})$$

- 2.7 在液体中潜体所受浮力的大小: (a) 与潜体的密度成正比; (b) 与液体的密度成正比; (c) 与潜体的淹没深度成正比; (d) 与液体表面的压强成反比。

解 根据阿基米德原理, 浮力的大小等于该物体所排开液体的重量, 故浮力的大小与液体的密度成正比。 (b)

- 2.8 静止流场中的压强分布规律: (a) 仅适用于不可压缩流体; (b) 仅适用于理想流体; (c) 仅适用于黏性流体; (d) 既适用于理想流体, 也适用于黏性流体。

解 由于静止流场均可作为理想流体, 因此其压强分布规律既适用于理想流体, 也适用于黏性流体。 (d)

- 2.9 静水中斜置平面壁的形心淹深 h_C 与压力中心淹深 h_D 的关系为 h_C _____ h_D : (a) 大于; (b) 等于; (c) 小于; (d) 无规律。

解 由于平面壁上的压强随着水深的增加而增加, 因此压力中心淹深 h_D 要比平面壁形心淹深 h_C 大。 (c)

- 2.10 流体处于平衡状态的必要条件是: (a) 流体无黏性; (b) 流体黏度大; (c) 质量力有势; (d) 流体正压。

解 流体处于平衡状态的必要条件是质量力有势。流体正压。 (c)

- 2.11 液体在重力场中作加速直线运动时, 其自由面与 _____ 处处正交: (a) 重力; (b) 惯性力; (c) 重力和惯性力的合力; (d) 压力。

解 由于流体作加速直线运动时, 质量力除了重力外还有惯性力, 由于质量力与等压面是正交的, 很显然答案是自由面与重力和惯性力的合力处处正交。 (c)

计算题

- 2.12 试决定习题 2.12 图示的装置中 A, B 两点间的压强差。已知 $h_1 = 500 \text{ mm}$, $h_2 = 200 \text{ mm}$, $h_3 = 150 \text{ mm}$, $h_4 = 250 \text{ mm}$, $h_5 = 400 \text{ mm}$, 酒精 $\gamma_1 = 7848 \text{ N/m}^3$, 水银 $\gamma_2 = 133400 \text{ N/m}^3$, 水 $\gamma_3 = 9810 \text{ N/m}^3$ 。

解 由于

$$p_A + \gamma_3 h_1 = p_2 + \gamma_2 h_2$$

而

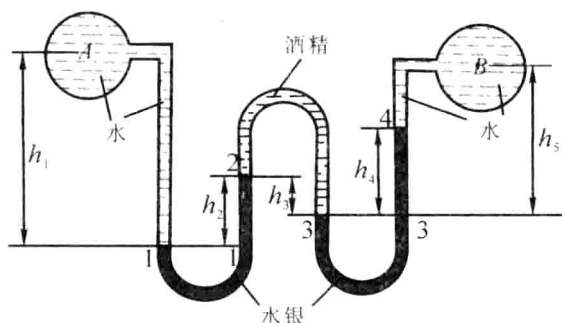
$$p_3 = p_2 + \gamma_1 h_3 = p_B + (h_5 - h_4) \gamma_3 + \gamma_2 h_4$$

因此

$$p_2 = p_B + (h_5 - h_4) \gamma_3 + \gamma_2 h_4 - \gamma_1 h_3$$

即

$$\begin{aligned} p_A - p_B &= \gamma_2 h_2 + \gamma_3 (h_5 - h_4) + \gamma_2 h_4 - \gamma_1 h_3 - \gamma_3 h_1 \\ &= \gamma_3 (h_5 - h_4) + \gamma_2 h_4 - \gamma_1 h_3 - \gamma_3 h_1 \end{aligned}$$



习题 2.12 图

$$\begin{aligned}
 &= 133\,400 \times 0.2 + 9\,810 \times (0.4 - 0.25) + \\
 &\quad 133\,400 \times 0.25 - 7\,848 \times 0.15 - 9\,810 \times 0.5 \\
 &= 55\,419.3 \text{ Pa} = 55.4193 \text{ kPa}
 \end{aligned}$$

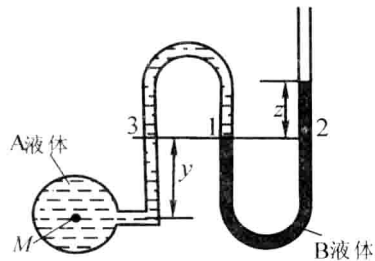
- 2.13 试对下列两种情况求 A 液体中 M 点处的压强(见习题 2.13 图):已知水银重度 $\gamma_B = 133\,400 \text{ N/m}^3$, 水重度 $\gamma_A = 9\,810 \text{ N/m}^3$, (1) A 液体是水, B 液体是水银, $y = 60 \text{ cm}$, $z = 30 \text{ cm}$; (2) A 液体是比重为 0.8 的油, B 液体是比重为 1.25 的氯化钙溶液, $y = 80 \text{ cm}$, $z = 20 \text{ cm}$ 。

解 (1) 由于 $p_1 = p_2 = \gamma_B z$

$$p_1 = p_3$$

而
$$\begin{aligned}
 p_M &= p_3 + \gamma_A y = \gamma_B z + \gamma_A y \\
 &= 133\,400 \times 0.3 + 9\,810 \times 0.6 \\
 &= 45.906 \text{ kPa}
 \end{aligned}$$

(2)
$$\begin{aligned}
 p_M &= \gamma_B z + \gamma_A y \\
 &= 1.25 \times 9\,810 \times 0.2 + 0.8 \times 9\,810 \times 0.8 \\
 &= 8.731 \text{ kPa}
 \end{aligned}$$



习题 2.13 图

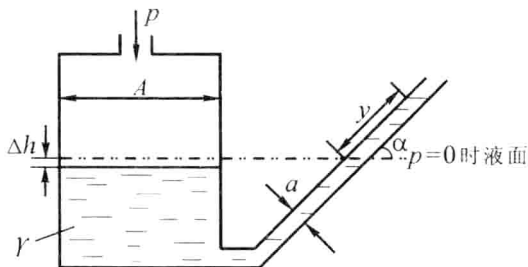
- 2.14 如习题 2.14 图所示,在斜管微压计中,加压后无水酒精(比重为 0.793)的液面较未加压时的液面变化为 $y = 12 \text{ cm}$ 。试求所加的压强 p 为多大? 设容器及斜管的

断面面积分别为 A 和 a , $\frac{a}{A} = \frac{1}{100}$, $\sin$

$$\alpha = \frac{1}{8}^\circ$$

解 加压后容器的液面下降为

$$\Delta h = \frac{ya}{A}$$



习题 2.14 图

则
$$p = \gamma(y \sin \alpha + \Delta h) = \gamma \left(y \sin \alpha + \frac{ya}{A} \right)$$

$$= 0.793 \times 9\,810 \times \left(\frac{0.12}{8} + \frac{0.12}{100} \right) = 126 \text{ Pa}$$

- 2.15** 设 U 形管绕通过 AB 的垂直轴等速旋转, 试求当 AB 管的水银恰好下降到 A 点时的转速。(见习题 2.15 图)

解 U 形管左边流体质点受到的质量力如下:

惯性力为 $r\omega^2$, 重力为 $-g$ 。

在 (r, z) 坐标系中, 等压面 $dp = 0$ 的方程为

$$r\omega^2 dr = g dz$$

两边积分得

$$z = \frac{\omega^2 r^2}{2g} + C$$

根据题意, $r = 0$ 时, $z = 0$, 故 $C = 0$ 。

等压面方程为

$$z = \frac{\omega^2 r^2}{2g}$$

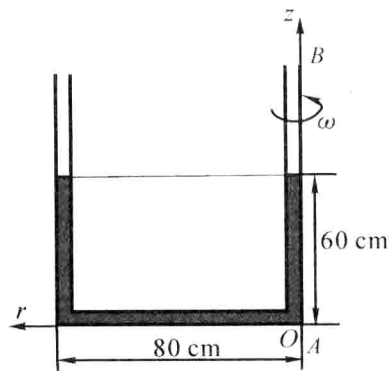
U 形管左端自由液面坐标为

$$r = 80 \text{ cm}, z = 60 + 60 = 120 \text{ cm}$$

将其代入上式, 得

$$\omega^2 = \frac{2gz}{r^2} = \frac{2 \times 9.81 \times 1.2}{0.8^2} = 36.79 \text{ s}^{-2}$$

故 $\omega = \sqrt{36.79} = 6.065 \text{ rad/s}$



习题 2.15 图

- 2.16** 在半径为 a 的空心球形容器内充满密度为 ρ 的液体。当这个容器以匀角速 ω 绕垂直轴旋转时, 试求球壁上最大压强点的位置。

解 建立坐标系如习题 2.16 图所示, 由于球体的轴对称, 故仅考虑 xOz 平面。

球壁上流体任一点 M 的质量力为

$$f_x = \omega^2 x, f_z = -g$$

因此

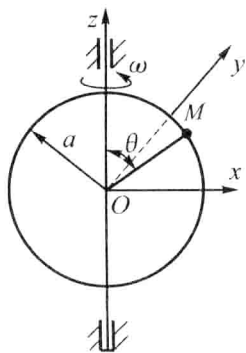
$$dp = \rho(\omega^2 x dx - g dz)$$

两边积分得

$$p = \rho \left(\frac{\omega^2 x^2}{2} - gz \right) + C$$

在球形容器壁上 $x = a \sin \theta, z = a \cos \theta$

将其代入上式, 得壁上任一点的压强



习题 2.16 图

$$p = \rho \left(\frac{\omega^2 a^2 \sin^2 \theta}{2} - ag \cos \theta \right) + C$$

使压强有极值,则

$$\frac{dp}{d\theta} = \rho(\omega^2 a^2 \sin \theta \cos \theta + ag \sin \theta) = 0$$

即

$$\cos \theta = -\frac{g}{a\omega^2}$$

由于 $\frac{g}{a\omega^2} > 0$, 故 $\theta > 90^\circ$, 即最大压强点在球中心的下方。

讨论: 当 $\frac{g}{a\omega^2} < 1$ 或者 $\frac{g}{\omega^2} < a$ 时, 最大压强点在球中心以下 $\frac{g}{\omega^2}$ 的位置上;

当 $\frac{g}{a\omega^2} > 1$ 或者 $\frac{g}{\omega^2} > a$ 时, 最大压强点在 $\theta = 180^\circ$, 即球形容器的最低点。

- 2.17 如习题 2.17 图所示, 底面积为 $b \times b = 0.2 \text{ m} \times 0.2 \text{ m}$ 的方口容器, 自重 $G = 40 \text{ N}$, 静止时装水高度 $h = 0.15 \text{ m}$ 。设容器在荷重 $W = 200 \text{ N}$ 的作用下沿平面滑动, 容器底与平面之间的摩擦因数 $f = 0.3$, 试求保证水不能溢出的容器最小高度。

解 先求容器的加速度。

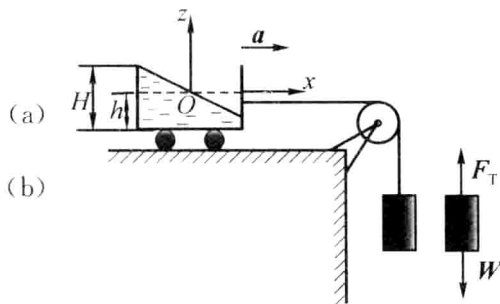
设绳子的张力为 F_T , 则

$$W - F_T = \frac{W}{g}a$$

$$F_T - (G + \gamma b^2 h)f = \frac{G + \gamma b^2 h}{g}a \quad (b)$$

故解得

$$a = \frac{W - f(G + \gamma b^2 h)}{\gamma b^2 h + G + W}g$$



习题 2.17 图

代入数据, 得

$$a = 5.5898 \text{ m/s}^2$$

在容器中建立坐标如习题 2.17 图所示。(原点在水面的中心点)

质量力为

$$f_x = -a$$

$$f_z = -g$$

由

$$dp = \rho(-a dx - g dz)$$

两边积分, 得

$$p = -\rho a x - \rho g z + C$$

当 $x=0, z=0$ 处, $p=0$, 故 $C=0$ 。

自由液面方程为

$$z = -\frac{a}{g}x \quad (c)$$

且当 $x = -\frac{b}{2}, z = H - h$ 满足方程时, 将其代入(c)式, 得