

新學制
初中算學教科書

三角

全一冊

南京書店發行

1933

新 學 制
初 中 算 學 教 科 書

三 角

(全 一 冊)

中 等 算 學 研 究 會 編 輯

南 京 書 店 發 行

新學制初中算學教科書

算術 ^上 下冊(共二冊)	每冊大洋捌角
代數 ^上 下冊(共二冊)	每冊大洋玖角
幾何 ^上 冊	每冊大洋壹元壹角
幾何 ^下 冊	在印刷中
三角(全一冊)	每冊大洋捌角

南京書店出版

版權所有翻印必究

三 角

編輯者	中等算學研究會
校訂者	段調元 周家樹
發行者	南京書店
總發行所	上海河南路 南京書店 南京太平路
特約經售處	開封龍文書莊 廈門開明書店 廣州現代書局
分售處	各省各大書局

每冊售實價大洋八角

(外埠酌加郵費)

中華民國二十二年二月初版

余介石先生編譯各書

書名	冊數	印行者	備註
(一) 中等幾何研究法	一	中等算學研究會	編。已出
(二) 微積術大要	一	全	右合編。已出
(三) 簡明幾何學	一	全	右全
(四) 新學制初中算術	二	南京書店	主編。已出
(五) 新學制初中代數	二	南京書店	全
(六) 新學制初中幾何	二	南京書店	全
(七) 新學制初中三角	一	南京書店	全
(八) 霍氏高中代數	一	南京書店	主譯。即出
(九) 三S氏高中平面幾何	一	南京書店	全
(十) 三S氏高中立體幾何	一	南京書店	全
(十一) 格氏高中平三角	一	南京書店	全
(十二) 格氏高中球三角	一	南京書店	全
(十三) 格氏對數表及三角表	一	南京書店	全
(十四) 溫氏平面解析幾何	一	南京書店	全
(十五) 溫氏立體解析幾何	一	南京書店	全
(十六) 代數升學指導	一	南京書店	合編。已出
(十七) 算學通論	一	中華書局	編。已出
(十八) 新中華高中代數	一	全	右全
(十九) 幾何作圖原理	一	全	右全
佩忒森 Petersen	1	全	右全
書名	冊數	印行者	備註
(一) 混合算學準備書	六	商務印書館	合編。已出
(二) 初中算術題解	一	全	右全
(三) 初中代數題解	一	全	右全
(四) 初中三角題解	一	全	右全
(五) 幾何三大問題	一	全	右全
(六) 克萊因 Klein	一	全	右全
(七) 高等混合法算學	一	全	右全
(八) 布利士 Bredich	一	全	右全
(九) 高中平三角	一	全	右全
(十) 巴散儒 Passano	一	全	右全
(十一) 微分方程	一	中央大學講義處	合譯。已出
(十二) 皮阿喬 Piaggio	一	全	右全
(十三) 非歐幾何學	一	全	右全
(十四) 卡士羅 Carstlaw	一	全	右全
(十五) 近世代數補證	一	全	右全
(十六) 卜西 Bocher	一	全	右全
(十七) 解析幾何講義	一	全	右全
(十八) 球三角學講義	一	東南大學講義處	編。售缺
(十九) 北新初中算術	一	北新書局	合編。已出
(二十) 北新初中代數	一	全	右全
(二十一) 北新初中三角	一	全	右全

初中三角

目 錄

第一章 引 論

(P. P. 1—15)

- | | |
|-----------|--------------|
| 1. 立竿見影法 | 2. 成比例的圖形 |
| 3. 角的單位 | 4. 測角的儀器 |
| 5. 三角形的圖解 | 6. 直接度量和簡直度量 |
| 7. 度量的準確度 | 8. 三角的目的 |

第二章 銳角的三角函數

(P. P. 16—43)

- | | |
|----------------|----------------|
| 9. 直角三角形的基本性質 | 10. 直角三角形邊角的關係 |
| 11. 正絃, 餘絃, 正切 | 12. 用圖求三角函數值 |
| 13. 三角函數表的用法 | 14. 三角函數對數表的用法 |
| 15. 函數的實用 | |

第三章 直角三角形的解法和應用問題

(P. P. 44—68)

- | |
|-----------------|
| 16. 用三角函數解直角三角形 |
| 17. 已知一銳角和斜邊的解法 |
| 18. 已知一銳角和鄰邊的解法 |

19. 已知一銳角和對邊的解法
20. 已知一斜邊和一腰的解法
21. 已知兩腰的解法
22. 直角三角形的面積
23. 等腰三角形
24. 正多角形
25. 測量上的術語
26. 高的測量
27. 距離的測量

第四章 特殊的三角函數簡易恆等式和方程式

(P. P. 69—88)

28. 餘切, 正割, 餘割.
29. 45° 的三角函數
30. 30° 和 60° 的三角函數
31. 0° 和 90° 的三角函數
32. 餘角的三角函數
33. 同角諸三角函數間的關係
34. 同角諸函數的互求
35. 簡易三角恆等式
36. 簡易三角方程式

第五章 斜角三角形的解法和應用問題

(P. P. 89—131)

37. 正弦定律
38. 鈍角的三角函數
39. 已知兩角和夾邊的解法
40. 已知兩邊和夾角的解法
41. 已知兩角和一角對邊的解法
42. 已知兩邊和一邊對角的解法
43. 解法的討論
44. 已知三邊的解法

- | | |
|------------|-----------|
| 45. 正切定律 | 46. 核算的公式 |
| 47. 三角形的面積 | 48. 應用問題 |

附 錄

(P. P. 133—193)

I. 任意角的三角函數

- | | |
|---------------|----------------|
| 1. 廣義的角 | 2. 角所在的象限 |
| 3. 一點的坐標 | 4. 任意角的三角函數 |
| 5. 函數的線值 | 6. 化任意角函數爲銳角函數 |
| 7. 三角函數的變值和變跡 | |

II. 和角較角函數的公式和應用

- | | |
|------------|---------------|
| 8. 兩角和的函數 | 9. 兩角較的函數 |
| 10. 倍角的函數 | 11. 半角的函數 |
| 12. 函數的和同較 | 13. 函數的化和爲積 |
| 14. 三角恆等式 | 15. 正切定律的簡便求法 |
| 16. 餘弦定律 | |

III. 反三角函數和三角方程式

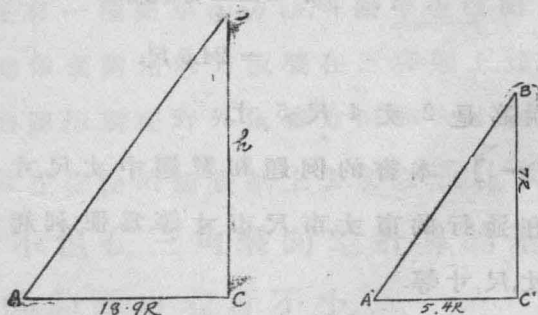
- | | |
|------------------|--------------|
| 17. 弧度法 | 18. 弧度和角度的互化 |
| 19. 從已知的函數求角 | 20. 反三角函數 |
| 21. 三角方程式 | 22. 消去法 |
| 23. 三角聯立方程式 | |
| 24. 反三角函數恆等式和方程式 | |

第一章

引論

1. 立竿見影法 一株很高的樹,不容易量他的高,但太陽的光線照過樹頂射到地上的樹影的長,却容易量得到,要是同時拿一根竹竿豎直在地面上,量得竿長和竿影的長,那末就可以算出這株樹有多少高,這一類簡易測量的方法,含有三角學的意義在裏面,所以提出來先講,

凡是在測量裏面所用的方法和一切的圖,都是利用幾何學裏面所講過的相似形,下面的例就是利用兩個相似三角形。



例. 一根 7 尺長的竿和地面垂直,在地面上的竿影長 5 尺 4 寸同時一株樹在地面上的樹

影長 1 丈 8 尺 9 寸, 求樹的高.

[解] 設樹高是 h 尺, 照上面的圖, BC 是樹, AC 是樹影, $B'C'$ 是竿, $A'C'$ 是竿影, AB 和 $A'B'$ 是表太陽的光線射到地面上的斜線, 因為太陽的光線和地面同時所成的角相等, 所以 $\angle A = \angle A'$. 照幾何學的定理, 這兩產直角三角形 $ABC, A'B'C'$ 相似.

$$\therefore \frac{BC}{B'C'} = \frac{AC}{A'C'},$$

就是

$$\frac{BC}{AC} = \frac{B'C'}{A'C'}.$$

$$\therefore \frac{h}{18.9} = \frac{7}{5.4}$$

$$\begin{aligned} \therefore h &= \frac{7}{5.4} \times 18.9 \\ &= 24.5 \text{ 尺.} \end{aligned}$$

故樹高是 2 丈 4 尺 5 寸.

[註一] 本書的例題和習題中丈, 尺, 寸等, 是指現在通行的市丈, 市尺, 市寸等, 為便利起見, 簡寫做丈, 尺, 寸等.

[註二] 太陽的光線和地面所成的角叫做太陽的高度.

2. 成比例的圖形 上節的例能够求出樹的高,全在利用相似直角三角形的對應邊成比例,照幾何學講,凡是相似形,像相似斜角三角形和相似多角形的角對應相等,他們的邊對應成比例,這種成比例的相似形,應用很廣,從實用方面講,許多圖形的構造和計算,都須利用這些對應的等角和成比例的邊,要是講到三角的實用問題,可說都是利用成比例的圖形來解決.

一幅掛在教室裏的地圖或是一張校舍全圖,是依着比例用縮尺製成,講到野外的實用,在測量裏有一種簡單的方法,叫做平板儀測量,是用一塊像畫圖用的方板裝在三腳架上,隨時把測得的圖形,就在野外依着方向和大小的比例畫到釘在板面的圖畫紙上去,所以成比例的圖形,不但在三角裏面是計算的基礎,實用的範圍也着實不小.

1. 算出第一節例解裏面竿長和竿影的比值到小數點後第五位。
2. A' 角增大時,竿長和竿影的比值怎樣?減小時怎樣?竿長和竿影的比值同太陽的高度有什麼關係?
3. 倘使太陽的高度沒有變,但是換了一根較長或是較短的竿,他和竿影的比值會改變嗎?
4. 太陽的高度增大時,竿長和從竿頂到影端的斜線的比值怎樣?竿影和從竿頂到影端的斜線的比值怎樣?
5. 倘使太陽的高度沒有變,上題的兩個比值會改變嗎?
6. 在第一節的例解裏面,倘使換了一根一丈零五寸長的竿,求竿影的長。
7. 在地面上樹影的長是 9 尺,同時有一根 4 尺 5 寸長的竿和地面垂直,影長 1 尺 8 寸,求樹的高。
8. 1 丈 2 尺長的電桿木,在地面上的影長 7 尺 5 寸,同時樹影的長是 1 丈 8 尺 5 寸,求樹的高。

9. 一根 2 尺長的竿直立在地面上,竿影的長是 9 寸 8 分,同時塔影在地面上的長是 3 丈 7 尺 6 寸,求塔高.

10. 立竿於地,求得竿長和竿影的比值是 0.2126,同時一個 4 丈 3 尺高的烟突,影端恰正射到井上,求從烟突到井的距離.

3. 角的單位 任何量的計算,總要先定一個單位來做標準,所以要量角的大小,先要定角的單位.天然的單位角是一個直角,但是拿直角來做單位,那些小於直角的角,都要用分數來表明,很不便利,所以取一直角的 $\frac{1}{90}$ 叫做度,一度的 $\frac{1}{60}$ 叫做分,一分的 $\frac{1}{60}$ 叫做秒,小於一秒的才用小數來表明.度,分,秒,的記號是°,′,和″,所以 $12^{\circ}13'45''$ 就是表 12 度 13 分 45 秒,這種制度叫做六十分制.

六十分制的起源甚古,自有米突制後,各種制度都改用十進,現代還用六十分制的,只有角,弧和時間三種,可是計角的大小,也可用度的小數,來代替分秒,不過用慣的六十分制,現在還是通行,另外還有一種叫做百進法,就是拿一個直角

分做 100 度,一度分做 100 分,一分分做 100 秒,但這種方法却不甚通用。

度的小數和分秒的換算,可以看下面的兩個例:

例一. 0.32° 化做分秒。

$$\begin{aligned} [\text{解}] \quad 0.32^\circ &= 0.32 \times 60' = 18.2' = 18' + .2 \times 60'' \\ &= 18' + 1'12'' = 19'12''. \end{aligned}$$

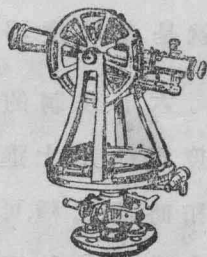
例二. $52'37''$ 化做度的小數。

$$\begin{aligned} [\text{解}] \quad 52'37'' &= 52 \frac{37'}{60} = \frac{3157'}{60} \\ &= \frac{3157^\circ}{60 \times 60} = 0.8769^\circ \end{aligned}$$

4. 測角的儀器 在野外測角,用一種測量上重要的儀器叫做經緯儀,下面的圖就是表示一個經緯儀。

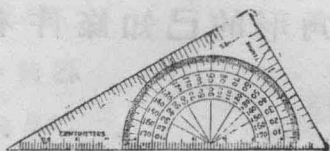
用經緯儀的時候,把他裝在一個三腳架上,下部的圓盤,可以用裝在傍邊的水準管來較正,使他成為水平,將

上部旋轉,可以測水平面內的角,倘使要測縱直



面內的角,只要拿望遠鏡向上或是向下轉動,就可以測到。

在室內所用的量角的儀器,是畫圖儀器裏面的一件,叫做分角器。通常的分角器是一個半圓形,在半圓的沿邊刻着度數,下面的圖就表一個通常的分角器。



量角的時候,拿分角器的圓心合着角頂,角的一邊和半徑疊合,看他邊通過的刻畫,就知道這角的度數;作角的時候,先畫一邊,分角器的圓心合在頂點上,半徑疊在所畫的邊上,照着刻畫上的度數沿弧邊作一細點,移去分角器後,過頂點和所作的一點作一直線,就是所求角的第二邊。

5. 三角形的圖解 照幾何學所講,三角形的三邊和三角叫做三角形的部分。(也叫元

素) 這六個部分裏面,已知三個就可以作這個三角形,換句話,講就是從已知的三個部分可以求出另外三個部分來,不過這三個已知的部分,至少有一個是邊,因為已知的三個部分倘使都是角,那末這三角形的形象雖已一定,但他的大小却没有定。所以圖解斜角三角形的已知條件有下面的五種:

1. 兩角和夾邊.
2. 兩邊和夾角.
3. 兩角和一角的對邊.
4. 兩邊和一邊的對角.
5. 三邊.

直角三角形的直角既然一定,除了直角之外,只要有兩個已知部分,就可以圖解,不過至少也須有一個部分是邊。圖解直角三角形的已知條件也是五種:

1. 一銳角和斜邊.

2. 一銳角和對邊.

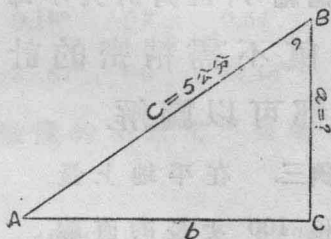
3. 一銳角和鄰邊.

4. 斜邊和一腰.

5. 兩腰.

例一. 已知一銳角 A 是 37° , 斜邊 c 是 5 公分, 求解直角三角形 ABC .

[解] 用分角器作一個 37° 的角 BAC .
取 AB 的長等於 5 公分, 從 B 作 AC 的垂線



BC 成直角三角形 ABC , 量得略值 $B=53^\circ$ $a=3$ 公分, $b=4$ 公分

[核算] $A+B=37^\circ+53^\circ=90^\circ$,

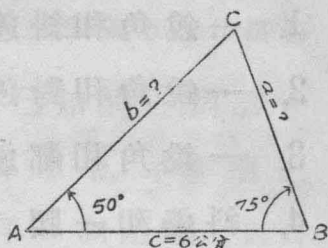
$$a^2+b^2=3^2+4^2=5^2=C^2$$

例二. 已知 $A=50^\circ$, $B=75^\circ$, $c=6$ 公分, 求解三角形 ABC .

[解] 作直線 AB 使他的長等於 6 公分. 用分角器作 50° 的 A 角和 75° 的 B 角, AC 和 BC 相交

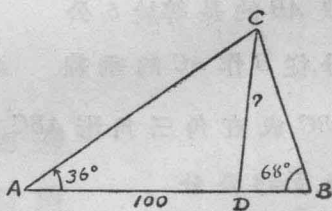
於 C 成三角形 ABC , 量得略值 $a=5\frac{1}{2}$ 公分, $b=7$ 公分, $C=55^\circ$.

[核算] $A+B+C=50^\circ+75^\circ+55^\circ=180^\circ$.



在實用上要圖解的三角形,大概都很大,不能直接畫在紙上,可依第二節所講的縮尺,照比例把他縮小,但角的大小却沒有改變,所以只求略值不需精密的計算時,許多實用問題都可以圖解。

例三. 在平地上量一根 100 丈長的直線,等飛機飛過直線上面時,從兩端測得他的仰角是 36° 和 68° 問飛機離地面幾丈?



[解] 先定適當的縮尺,用一公分來表 10 丈作一根 10 公分長的直線 AB , 用分角器作 $\angle A=36^\circ$, $\angle B=68^\circ$, 成三角形 ABC , 再從 C 點作 AB 的垂線 CD , 量得 CD 的長是 5.7 公分, 所以飛機離地面約 57 丈。