



养老金制度精算设计 及动态投资策略研究

高建伟/著



科学出版社

014030531

F840.61

28

养老金制度精算设计 及动态投资策略研究

高建伟 著



科学出版社

北京



北航

C1717317

F840.61
28

内 容 简 介

本书针对中国现行养老保险政策中存在的问题,系统研究了如何设计中国基本养老保险制度精算指标体系和 DC 型企业年金计划精算指标体系,构建了隐性养老金债务精算模型及基金未来缺口精算模型,测算了中国隐性养老金债务规模,提出了缩减隐性养老金债务的对策。针对养老保险基金的保值增值问题,本书分别从离散和连续框架角度下研究了养老保险基金的动态投资策略;在离散框架下,主要研究了三方面内容,基于期望效用的投资策略、WCVaR 风险控制下的投资策略、带有模糊流动性约束的 CVaR 及 WC-VaR 投资策略;在连续框架下,主要研究了六方面内容,基于效用函数的投资策略、基于损失函数模型的投资策略、基于仿射利率结构的投资策略、基于 CEV 及 E-CEV 模型的投资策略、基于分数次布朗运动模型的投资策略,以及基于生存概率的投资策略。针对上述各种投资策略,通过仿真模拟分别归纳了其投资规律。

本书可供本科院校的学生、教师、科研人员及相关研究机构工作者参考。

图书在版编目(CIP)数据

养老金制度精算设计及动态投资策略研究/高建伟著. —北京:科学出版社,2013

ISBN 978-7-03-039493-4

I. ①养… II. ①高… III. ①退休金-计算方法 ②退休金-投资-研究
IV. ①F241.34 ②F830.59

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2013)第 319293 号

责任编辑:李 莉 / 责任校对:彭 涛
责任印制:阎 磊 / 封面设计:无极书装

科学出版社 出版

北京东黄城根北街 16 号

邮政编码:100717

<http://www.sciencep.com>

骏立印刷厂 印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2014 年 3 月第 一 版 开本:720×1000 B5

2014 年 3 月第一次印刷 印张:14 3/4

字数:280 000

定价:56.00 元

(如有印装质量问题,我社负责调换)

前 言

由于人口老龄化趋势日益严重,加之社会、经济及历史等因素的影响,近年来,中国基本养老保险制度面临日益严重的养老金支付困难,这将影响整个国民经济的发展和国家安全团结,故需制定科学的对策以解决 21 世纪养老金支付危机。对于养老保险体系中的企业年金计划,税收优惠政策是企业年金发展的引擎,目前我国企业年金税收优惠政策尚不完善,这成为制约企业年金发展的瓶颈。因此,需要重新评估养老金制度的精算指标体系,研究养老保险基金的保值增值问题。

本书立足于现行养老金制度的实际背景,利用精算理论,并综合随机控制、时间序列、随机规划、投资学、社会保障等理论知识,系统研究了如何设计中国基本养老保险制度的精算指标体系和 DC 型企业年金计划的精算指标体系,构建了隐性养老金债务精算模型及基金未来缺口精算模型,测算了中国隐性养老金债务规模,提出了缩减隐性养老金债务的对策。针对养老保险基金的保值增值问题,本书分别从离散和连续框架角度研究了养老保险基金的动态投资策略,通过仿真模拟分别归纳了其投资规律。以上研究内容凝练了作者在养老保险精算领域近 10 年来的研究成果,并进行了相应的更新和完善。

本书第 1 章结合部分积累制的特点,依据国发〔2005〕38 号文件,利用精算理论,给出了社会统筹缴费率和个人账户缴费率精算模型;得到了基础养老金、个人账户养老金和“中人”过渡性养老金等精算模型;分别研究了不考虑继承性和考虑继承性时的个人账户养老金计发月数模型,通过模拟分析提出了相关建议;此外,分别给出了基础养老金平均替代率 and 目标替代率精算模型,以及个人账户养老金平均替代率 and 目标替代率精算模型,并对养老金替代率进行了模拟分析。

第 2 章结合我国养老金发放的实际情况,分别给出了 1997~2005 年及 2005 年之后关于测算“老人”隐性养老金债务和“中人”过渡性养老金债务的精算模型;结合国发〔2005〕38 号文件,给出了测算基金未来缺口的精算模型,通过对影响基金缺口的因素进行敏感性分析,探讨了缩减基金未来缺口的途径;另外,根据《中国劳动和社会保障年鉴》、《中国统计年鉴》、《中国人口统计年鉴》中近 10 年的数据,测算了 2010 年中国隐性养老金债务规模,得出了其规模为 8.0 万亿~12.7 万亿元;利用敏感性分析找出了影响隐性养老金债务的关键因

素,并从降低养老金替代率、发展企业年金计划和商业养老保险、降低养老金的指数化调整因子、延迟职工的退休年龄及提高养老保险基金的投资收益等五个方面提出了缩减隐性养老金债务的对策。

第3章研究了如何设计DC型企业年金计划的精算指标体系。利用精算理论和两期迭代OLG模型得到了企业年金缴费率模型。在基金制下,依据精算平衡原理得出了企业年金计划中企业缴费率和职工个人缴费率精算模型,进而利用改进的生产函数得到了企业缴纳的企业年金缴费率模型,此外,采用两期迭代OLG模型,分别在幂效用、指数效用和对数效用函数下得到职工的最优缴费率模型;针对“中人”补偿问题,利用精算平衡原理,结合缴费调整模型计算了“中人”的缴费调整系数,使“中人”得到的补偿与其对企业的贡献相匹配,以此解决“中人”的合理补偿问题;利用精算现值理论得到了企业年金替代率精算模型,并分析了影响替代率的因素;针对尚不完善的企业年金税收优惠政策,本书将税收优惠政策视为变量,利用精算现值方法,分别给出了税式支出和企业年金基金规模等精算指标,进而结合第2章的隐性养老金债务模型,得到了税收优惠政策对缩减基金缺口的贡献率指标模型,最后,通过仿真模拟计算了税收优惠政策对缩减基金存量缺口的贡献率。

第4章讨论了离散框架下养老保险基金的投资组合问题。以财富期望效用最大化为目标,利用贝叶斯随机规划方法构建情景树,给出求解最优投资策略的计算步骤;在基于WCVaR风险控制的投资研究中,改进了传统目标函数仅对期末投资风险水平进行约束的方法,进而利用WCVaR建立了对整个投资过程进行风险控制的最小-最大-最小多阶段优化模型;在考虑市场流动性问题时,分别研究了带有模糊流动性约束的CVaR及WCVaR投资组合问题。通过模拟分析分别得到了上述三类投资模型下的投资策略,并归纳了各自的投资规律。

第5章研究了连续框架下的最优投资策略。在基于效用函数的投资研究中,结合中国实际,考虑养老金收支满足某一随机微分方程,运用最优控制理论,建立了基于养老基金资产效用最大化的最优控制模型,得到了最优投资策略的解析解;鉴于养老保险基金投资者选择效用函数时具有某种主观性,利用损失函数研究了养老保险基金的最优投资策略;在仿射利率结构下,利用Legendre变换,得到对数效用函数下的最优投资策略;目前国内外一些学者研究养老基金投资时,通常假定风险资产价格服从几何布朗运动,但几何布朗运动方差为一常数,这与实际不符,为此,将几何布朗运动推广为常弹性方差(CEV)模型,研究了该模型下养老基金最优投资策略;此外,提出了一种广义常弹性方差(E-CEV)模型,该模型通过引入新的波动参数随机方程,使其抵消了波动率与资产价格的逆向关系,从而克服了传统的CEV模型的缺陷,该模型为国际首创。进而在该模型下,利用Legendre变换、对偶技术和摄动理论三种理论方法得到了最优投

资策略的解析表达式；由于风险资产价格波动具有持续性，分数次布朗运动能很好刻画这一特征，为此，研究了风险资产价格遵循分数次布朗运动时的养老基金投资策略；另外，利用破产理论，将目标函数由破产概率最小化转换为生存概率最大化，得到了养老基金的最优投资策略的显式解。针对上述各随机利率模型下的最优投资策略，本章均进行了模拟分析，并归纳了各自的投资规律。

本书得到了国家自然科学基金（70501010，70971039，71271083）、教育部新世纪优秀人才计划（NCET-10-0375）、中央高校基本科研业务费专项基金重点项目（12ZX08）的支持，同时得到了科学出版社经济管理分社李莉的大力支持和帮助。此外，在写作过程中本人的博士生赵峰、李明，硕士生刘慧晖、刘捷、苏羿宇、杨乐、袁嫒、赵允迪、曾炳昕、王立志、马永腾为本书校对做了大量工作，在此，表示衷心的感谢！

高建伟

2014年1月

目 录

第 1 章 基本养老保险制度精算指标研究	1
1.1 基本养老保险制度概述	1
1.2 现收现付制度下的缴费率精算模型	5
1.3 部分积累制度下的缴费率精算模型	8
1.4 养老金给付精算模型	15
1.5 个人账户养老金计发月数模型	18
1.6 基本养老保险替代率精算模型	23
1.7 小结	33
第 2 章 中国基本养老保险基金缺口精算研究	35
2.1 隐性养老金债务产生的背景及规模测算	35
2.2 隐性养老金债务精算模型	36
2.3 基金未来缺口精算模型	41
2.4 基金未来缺口模拟分析	43
2.5 隐性养老金债务的测算	46
2.6 小结	53
第 3 章 DC 型企业年金计划精算指标设计	54
3.1 企业年金计划概述	54
3.2 DC 型企业年金计划缴费率精算模型	59
3.3 DC 型企业缴费率调整因子及“中人”补偿问题精算模型	69
3.4 DC 型企业年金计划替代率精算研究	73
3.5 DC 型企业年金计划税收优惠指标精算研究	79
3.6 小结	92
第 4 章 基于随机规划的养老保险基金投资策略研究	93
4.1 基于贝叶斯随机规划方法的投资策略研究	93
4.2 基于 WCVaR 风险控制的投资策略研究	100
4.3 带有流动性约束的 CVaR 投资策略研究	108
4.4 带有流动性约束的 WCVaR 投资策略研究	116
4.5 小结	121

第 5 章 基于随机控制的养老保险基金投资策略研究	123
5.1 基于效用函数的投资策略研究	123
5.2 基于损失函数的投资策略研究	129
5.3 基于仿射利率结构的投资策略研究	135
5.4 基于 CEV 模型的投资策略研究	141
5.5 基于 E-CEV 模型的投资策略研究	150
5.6 基于分数次布朗运动模型的投资策略研究	170
5.7 基于生存概率的投资策略研究	176
5.8 小结	182
参考文献	185
附录	191

第1章 基本养老保险制度精算指标研究

1.1 基本养老保险制度概述

中国的养老保险体系由基本养老保险制度 (fundamental insurance system)、企业年金计划 (enterprise annuity plan) 和个人储蓄性养老保险三部分组成。其中, 基本养老保险制度, 又称基本养老金制度 (fundamental pension system), 是指企业及其职工在工作期间必须依据法律规定缴纳养老保险费, 当劳动者达到国家规定的退休年龄或者因为其他原因提前退休时, 国家会向其支付养老金, 以保障其基本生活。企业年金计划, 在国外又称职业年金 (occupational pension) 或私人年金 (private pension), 是指企业及其职工在依法参加国家基本养老保险基础上自愿建立的补充性养老保险计划。个人储蓄性养老保险是指个人在自愿原则基础上购买的商业寿险。基本养老保险制度是养老金制度的第一支柱, 具有强制性; 企业年金计划是养老金制度的第二支柱, 具有半强制性; 个人储蓄性养老保险是养老金制度的第三支柱, 可选择任何一家商业保险公司投保, 有很大的选择自主性和完全自愿性。本书主要针对养老金体系中的第一支柱和第二支柱进行研究。

中国自 20 世纪 80 年代开始对养老保险体制进行试点改革, 直到 1997 年国务院《关于建立统一的企业职工基本养老保险制度的决定》(国发〔1997〕26 号文件) 的文件出台, 基本养老保险制度由过去的现收现付制 (pay as you go) 转变为以社会统筹 (social pooling) 和个人账户 (individual account) 相结合的 partial funding of pension system, 其中, 社会统筹采用待遇预定型 (defined benefit) 筹资方式, 个人账户采用缴费预定型 (defined contribution) 筹资方式, 这标志着中国新型养老保险制度的形成。2005 年 12 月, 在国发〔1997〕26 号文件基础上, 针对人口老龄化、就业方式多样化和城市化的发展中存在的问题, 国务院颁布《国务院关于完善企业职工基本养老保险制度的决定》(国发〔2005〕38 号) 的文件作出了一系列改革决定, 标志着基本养老金制度改革进入实质阶段。然而, 由于人口老龄化趋势的日益严重, 加之社会、经济、历史等因素的影响, 近年来, 老龄化趋势日益严重, 基本养老保险基金面临日益严重的养老金支付危机, 这将影响整个国民经济的发展和国家的安定团结, 需制定

科学的对策予以应对。

1.1.1 现收现付制度

中国基本养老保险始建于 20 世纪 50 年代初期,由国家和企业按现收现付模式筹资,并且一直延续到 90 年代。现收现付制是以横向平衡为依据,以同期工作的一代人所缴纳的养老保险费来支付已退休一代人的养老金制度。其特点主要是在代际间的收入再分配。

在现收现付制度下,在职工作一代人的部分收入用于当年退休一代人的养老金,收入就相当于从工作一代人转移到退休一代人,也就是下一代人养上一代人。依据现收现付制度的定义很容易发现,随着缴费率的提高,代际分配的程度就会越高。这种再分配形式从某种角度上来看,相当于在整个社会层面上年轻人对老年人的反哺,从而保证了整个社会的不断繁衍。但是这种现收现付制的给付水平,受到这两代人的比例影响。当进入老龄化不断加重的社会时,随着年老一代比重的加大和年轻一代比重的减少,平均每个年轻人身负的养老金额将增加,从而迫使缴费率的提高,导致年轻一代不堪重负。所以这种模式在人口年龄结构较年轻、缴费标准较低、支付标准较低的情况下可以正常运行,一旦人口年龄比例失衡,支付范围和比例扩大等情况出现时,就可能瘫痪。因此,现收现付模式适用于人口结构相对年轻、养老金支出相对较少的时期。

1.1.2 部分积累制度

随着人口老龄化进程的加速,以支定收的筹资费率日渐上升,必将最终成为整个国家的沉重负担。自 20 世纪 80 年代末、90 年代初开始,一些部门和地方便开始试行由现收现付向基金积累的养老保险制度过渡,直至国发〔1997〕26 号文件的发布,养老保险制度由过去的现收现付制转变为以社会统筹和个人账户相结合的部分积累制,该文件统一了缴费与给付的具体规定。这标志着中国新型基本养老保险制度的形成。

部分积累制相当于现收现付制和完全积累制两种模式的结合。部分积累制度下退休职工的基础养老金来自于现收现付模式下的筹资,而个人账户养老金来自于完全积累模式下的筹资,它综合了完全积累制和现收现付制两种方式的优点。因此,部分积累制既具备现收现付制下的代际间的收入再分配功能,又能采用资金积累,从而减少现收现付制下在面临人口老龄化时当代人负担过重的问题,并尽力规避完全积累制下容易遭受的货币贬值风险,减轻保险基金保值增值压力。

在实际运行中,新制度需要不断完善,因而 1997 年后我国养老金制度进入了改革的过渡期。在由现收现付制转变为部分积累制的过程中,“老人”按照原来的养老金标准发放,“中人”另需给付过渡性养老金,双重压力给制度的转轨

带来一系列巨大成本。此外,随着人口老龄化、就业方式多样化和城市化的发展,现行基本养老保险制度还存在个人账户没有做实、计发办法不尽合理等不适应的问题。国务院在总结东北三省城镇社会保障体系的试点工作后,进一步强调对基本养老保险制度的改革,国发〔2005〕38号文件完善了社会统筹与个人账户相结合的基本制度,改革了基本养老金计发办法。

1.1.3 部分积累制度下两文件的差异

中国基本养老保险自实行部分积累制度改革后,1997~2005年,养老金的收支采用国发〔1997〕26号文件(简称“旧文件”)规定。自2006年1月各省(自治区、直辖市)采用国发〔2005〕38号文件(简称“新文件”)规定。上述文件在缴费与给付方面分别作了不同规定。

1. 国发〔1997〕26号文件有关收支的规定

1997年7月,国务院颁发的《国务院关于建立统一的企业职工基本养老保险制度的决定》(国发〔1997〕26号)规定,养老保险采取社会统筹和个人账户相结合的部分积累模式,其具体的缴费、给付等规定如下:

(1) 缴费规定:企业缴纳的养老保险费(简称企业缴费)比例,一般不超过企业工资总额的20%(包括划入个人账户部分),个人缴纳的养老保险费比例,1997年不得低于本人缴费工资的4%,1998年起每两年提高一个百分点,最终达到本人缴费工资的8%。按本人缴费工资的11%建立养老保险个人账户,个人缴费全部记入个人账户,其余部分从单位缴费中划入个人账户。随着个人缴费比例的提高,企业划入部分逐步降低至3%。个人账户储存额,每年参考银行同期存款利率计算利息。

(2) 退休给付:在国发〔1997〕26号文件实施后参加工作、缴费年限(含视同缴费年限)累计满15年的人员(以下简称“新人”),退休后按月发给基本养老金。基本养老金由基础养老金和个人账户养老金组成。退休时的基础养老金月标准为当地上年度职工月平均工资的20%,个人账户养老金月标准为个人账户储存额除以120,个人缴费年限累计不满15年的人员,不享受基础养老金待遇,其个人账户储存额一次性支付给本人。国发〔1997〕26号文件实施前参加工作,本决定实施后退休且缴费年限累计满15年的人员(以下简称“中人”),在发给基础养老金和个人账户养老金的基础上,再确定过渡性养老金。过渡性养老金从养老保险基金中解决。国发〔1997〕26号文件实施前已经离退休的人员(以下简称“老人”),仍按国家原来的规定发放基本养老金。

2. 国发〔2005〕38号文件有关收支的规定

在国发〔1997〕26号文件基础上,2005年12月国务院颁发《国务院关于完善企业职工基本养老保险制度的决定》(国发〔2005〕38号)(以下简称《决

定》), 改革了基本养老金计发办法, 具体的缴费、给付等规定如下。

(1) 缴费规定: 企业缴费比例, 一般不超过企业工资总额的 20%, 从 2006 年 1 月 1 日起, 个人缴纳的养老保险费由个人缴费工资的 11% 调整为 8%, 全部由个人缴费形成, 个人缴费全部记入个人账户, 单位缴费不再划入个人账户。

(2) 退休给付: 在国发〔1997〕26 号文件实施后参加工作、缴费年限(含视同缴费年限)累计满 15 年的“新人”, 退休后按月发给基本养老金。基本养老金由基础养老金和个人账户养老金组成。退休时的基础养老金月标准以当地上年度在岗职工月平均工资和本人指数化月平均缴费工资的平均值为基数, 缴费每满 1 年发给 1%。个人账户养老金月标准为个人账户储存额除以计发月数, 计发月数根据职工退休时城镇人口平均预期寿命、本人退休年龄、利息等因素确定。国发〔1997〕26 号文件实施后到达退休年龄但缴费年限累计不满 15 年的人员, 不发给基础养老金; 个人账户储存额一次性支付给本人, 终止养老保险关系。

国发〔2005〕38 号文件中缴费与给付的示意图如图 1.1 所示。

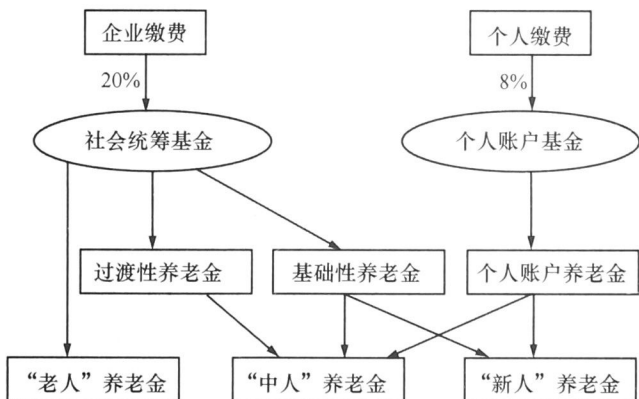


图 1.1 缴费与给付示意图

3. 两文件的主要差异

第一, 个人账户中, 企业缴费不再划拨至个人账户, 个人账户缴费比例缩减为 8%。

同国发〔1997〕26 号文件相比, 单位和个人缴纳社会养老保险费的比例没有发生变化。但与“旧规定”相比, 自 2006 年 1 月 1 日起, 企业缴纳的个人缴费工资 3% 的保险费不再进入个人账户, 而是存入社会统筹账户。这有助于缓解基金缺口。

第二, 社会统筹账户中, 鼓励多缴多得, 强调激励机制。

国发〔1997〕26 号文件中规定缴费年限为 15 年, 参保人员不因多缴而多得。国发〔2005〕38 号文件中规定每缴费一年, 就按照社会平均工资和指数化

个人平均工资平均值的1%计发。新的计发方式将缴费年限与养老金给付更紧密地联系起来,强调激励机制。

第三,基础养老金给付标准与缴费年限挂钩。

国发〔1997〕26号文件规定,职工退休时领取基础养老金的月标准为各省、自治区、直辖市或地(市)上年度职工月平均工资的20%(缴费满15年)。而国发〔2005〕38号文件规定,职工退休时领取基础养老金的月标准以当地上年度在岗职工月平均工资和本人指数化月平均缴费工资的平均值为基数,缴费每满1年发给1%,鼓励参保者缴满15年以后继续缴费。

第四,个人账户的计发月数更具弹性。

国发〔1997〕26号文件规定,职工退休时领取个人账户养老金的月标准为本人账户累积储存额除以120。而“新规定”中的月标准为个人账户储存额除以计发月数。计发月数根据职工退休时城镇人口平均预期寿命、本人退休年龄、利息等因素确定。

本书针对现行养老金制度如何科学量化福利指标问题,从精算角度出发,研究如何设计基本养老保险制度和企业年金计划的精算指标体系,测算隐性养老金债务以及实现基金保值增值等问题。

1.2 现收现付制度下的缴费率精算模型

现收现付制是指当年养老保险缴费收入全部用于当年养老金的发放支出。其主要特点是以支定收、不留积累,其缴费率灵活,社会共济性强。这一模式在人口年龄结构处于年轻、成年型时期还可以适应,但随着人口老龄化进程的加快,老年人口抚养比不断提高,以支定收、统筹缴费日渐上升,国家和职工负担将变得沉重。

本节利用生存模型给出现收现付制下的缴费率模型,定量分析了在21世纪人口老龄化时代到来之际,实行现收现付制的潜在危机。

根据现收现付制的定义,当年养老金缴费的收入应等于当年养老金的支出,即

$$\text{当年在职职工缴费收入} = \text{当年退休职工养老金支出} \quad (1.2.1)$$

假定养老金是按在职职工平均工资一定比例缴费,则

$$\begin{aligned} \text{当年在职职工缴费收入} &= \text{缴费率} \times \text{在职职工工资总额} \\ &= \text{缴费率} \times \text{在职职工人数} \times \text{职工平均工资} \end{aligned} \quad (1.2.2)$$

$$\text{当年退休职工养老金支出} = \text{退休职工人数} \times \text{平均养老金} \quad (1.2.3)$$

得

$$\text{缴费率} = \frac{\text{平均养老金}}{\text{职工平均工资}} \times \frac{\text{退休职工人数}}{\text{在职职工人数}} \quad (1.2.4)$$

在式 (1.2.4) 中, 平均养老金是指全体退休职工的平均养老金, 职工平均工资是指全体在职职工工资总额除以在职职工人数。平均养老金与职工平均工资之比称为平均工资替代率。退休职工人数与在职职工人数之比称为抚养比。设 c 为缴费率, f 为平均工资替代率, k 为抚养比, 则式 (1.2.4) 表示为

$$c = f \times k \quad (1.2.5)$$

式 (1.2.4)、式 (1.2.5) 为现收现付制基本公式, 也是利用保险精算理论研究现收现付制的基础。

为便于研究, 假定下列参数:

a, r, d 为职工加入基本养老保险的年龄、法定退休年龄、寿命极限年龄;

$s(x)$ 为 x 岁职工的生存概率;

$n(u)$ 为在时间 u , 职工以年龄 a 加入基本养老保险的人数;

$w(x, t)$ 为在时间 t , x 岁职工工资;

$k(t), f(t)$ 为在时间 t , 抚养比和平均工资替代率;

$c(t), b(t)$ 为在时间 t , 在职职工的缴费率和退休职工的平均养老金。

设在时间 u , 职工加入保险, 则在时间 t , x 岁与 $x+dx$ 岁职工人数为 $n(t-x+a) \frac{s(x)dx}{s(a)}$, 其中, $u=t-x+a$ 是职工加入养老保险的时间, $\frac{s(x)}{s(a)}$ 表示 a 岁职工生存到 x 岁的概率。则:

在时间 t , 年龄在 a 与 r 之间在职职工的总数为

$$N(t) = \int_a^r n(t-x+a) \frac{s(x)}{s(a)} dx$$

在时间 t , 年龄在 r 与 d 之间退休职工的总数为

$$R(t) = \int_r^d n(t-x+a) \frac{s(x)}{s(r)} dx \quad (1.2.6)$$

在时间 t , 在职职工的工资总额为

$$W(t) = \int_a^r n(t-x+a) \frac{s(x)}{s(a)} w(x, t) dx$$

在时间 t , 在职职工的平均工资为

$$\overline{W(t)} = \frac{W(t)}{N(t)}$$

由式 (1.2.4) 得在时间 t , 在职职工的缴费率为

$$c(t) = \frac{b(t)}{\overline{W(t)}} \times \frac{R(t)}{N(t)} \quad (1.2.7)$$

由式 (1.2.5) 得

$$f(t) = \frac{b(t)}{\overline{W(t)}}, k(t) = \frac{R(t)}{N(t)} \quad (1.2.8)$$

对式 (1.2.7)、式 (1.2.8) 两边取对数, 并对时间 t 求导得

$$\frac{c'(t)}{c(t)} = \frac{f'(t)}{f(t)} + \frac{k'(t)}{k(t)} \quad (1.2.9)$$

其中, $\frac{f'(t)}{f(t)} = \frac{b'(t)}{b(t)} - \frac{\overline{W(t)'}}{\overline{W(t)}}$; $\frac{k'(t)}{k(t)} = \frac{R'(t)}{R(t)} - \frac{N'(t)}{N(t)}$ 。

式 (1.2.9) 表明, 缴费率的增长率等于平均工资替代率的增长率与抚养比增长率之和。

在抚养比增长情况下, 即人口结构逐步老龄化时, 当平均工资替代率不变时, 缴费率的增长率等于抚养比的增长率, 即

$$\frac{c'(t)}{c(t)} = \frac{k'(t)}{k(t)} \quad (1.2.10)$$

由于抚养比的增长率等于退休职工人数增长率与在职职工人数增长率之差, 当退休职工人数增长率大于在职职工人数增长率时, 即 $k'(t)/k(t) > 0$, 则缴费率的增长率将变大。这将增加在职职工的经济负担。

当缴费率增长率不变时, 平均工资替代率的增长率等于抚养比的负增长率, 即

$$\frac{b'(t)}{b(t)} - \frac{\overline{W(t)'}}{\overline{W(t)}} < 0 \quad (1.2.11)$$

平均养老金给付水平的增长率将小于在职职工平均工资增长水平的增长率。由于当年职工平均工资水平与当年物价指数和通货膨胀率正相关, 并且平均养老金的给付水平仅仅保证退休职工的基本生活保障, 当平均养老金给付水平的增长速度小于职工的平均工资增长速度时, 退休职工养老金的保障作用将逐步减弱。

根据中国历次普查人口结构及抚养比数据 (表 1.1), 中国老年人口抚养比近 30 年持续上升, 至 2010 年老年人口抚养比已将近 12%。根据世界银行 1995~2050 年中国人口的研究预测 (表 1.2), 2020~2030 年, 在职职工人数将不再增加, 2030 年以后开始下降。同时, 65 岁以上 (含 65 岁) 人口将稳定而迅速增长, 至 2050 年, 老年人口抚养比将从 1990 年的 8.7% 飙升至 2050 的 31.2%。而缴费率每隔 5 年的增长率从 1995 年的 1.080 46 增长到 2050 的 1.437 788。与 1995 年相比, 2000 年抚养比的增长率为 1.085, 2050 年抚养比的增长率为 3.32, 因此, 当平均工资替代率的增长率不变时, 缴费率增长率将显著增加, 这无疑会加大企业和在职职工的负担。若保持缴费率增长率不变, 在抚养比增长的情况下, 必须降低替代率, 但这将降低退休职工的生活保障。

表 1.1 中国历次普查人口结构及抚养比

年份	年末 总人口 /万人	按年龄组分						总抚养 比/%	少儿抚 养比/%	老年抚 养比/%
		0~14 岁		15~64 岁		65 岁及以上				
		人口数	比例	人口数	比例	人口数	比例			
		/万人	/ %	万人	/ %	万人	/ %			
1953	58 260		36.3		59.3		4.4	68.6	61.2	7.4
1964	69 458		40.7		55.8		3.6	79.4	72.9	6.5
1982	101 654	34 146	33.6	62 517	61.5	4 991	4.9	62.6	54.6	8.0
1990	114 333	31 659	27.7	76 306	66.7	6 368	5.6	49.8	41.5	8.3
2000	126 743	29 012	22.9	88 910	70.1	8 821	7.0	42.6	32.6	9.9
2010	134 091	22 259	16.6	99 938	74.5	11 894	8.9	34.2	22.3	11.9

资料来源：转引自郑伟等《人口老龄化对中国城镇职工基本养老保险制度的影响及对策研究报告》(2012)

表 1.2 劳动力人口与老龄人口预测

项目	1990 年	1995 年	2000 年	2010 年	2020 年	2030 年	2050 年
15~64 岁/百万人	762.0	808.3	845.8	955.9	988.6	989.4	962.2
65~100 岁/百万人	66.1	75.9	86.8	104.2	153.6	214.9	300.4
抚养比/%	8.7	9.4	10.2	10.9	15.5	21.7	31.2

资料来源：宋晓梧（2001）

由式（1.2.10）、式（1.2.11）可得出，随着人口老龄化时代的到来，如果实行现收现付制，只能有两种方法：一是大幅度提高职工的缴费率，这无疑会增加在职职工的负担；二是降低平均养老金的给付水平，但由于养老金具有刚性，并且下调养老金将不能保障退休职工的正常生活水平，养老保险将起不到社会保障的作用。由此得出，在老龄化时代到来之际，若实行现收现付制，将不能保证养老保险制度的正常运行，从而引发养老金的支付危机。

1.3 部分积累制度下的缴费率精算模型

中国现行基本养老保险制度由社会统筹与个人账户组成，社会统筹的实质是在目标期间内，用养老负担较轻时期的收大于支的养老金积累去弥补养老负担沉重时期的收不抵支的养老金缺口；个人账户的实质是完全积累制，在个人账户制度下，职工个人账户养老金是以其工作期间的缴费及收益在退休时的积累额为基础，按照某一标准在退休余寿内进行分摊（王鉴刚，1999）。

1.3.1 社会统筹缴费率精算模型

社会统筹模式可以分为两个阶段：第一是正积累阶段，该阶段养老负担比较轻，按照一个确定的缴费率筹集的养老金除满足当年养老金支付后仍有剩余；第二是负积累阶段，该阶段养老负担比较重，按照确定的缴费率筹集的养老金不能满足当年养老金支付的需要，存在资金缺口。实现社会统筹平衡是用第一阶段养老金积累去平衡第二阶段养老金支付的缺口。

建立社会统筹模型首先要确定平衡的目标期间，即维持养老金收支平衡所取的时间段。设目标期间为 T 年，在 T 年期限中的 t 时刻有下式成立：

$$t \text{ 年份的养老金收支差额} = t \text{ 年份的缴费收入} - t \text{ 年份的养老金支出} \quad (1.3.1)$$

其中，

$$t \text{ 年份缴费收入} = \text{缴费率} \times t \text{ 年份在职职工人数} \times t \text{ 年份在职职工平均工资}$$

$$t \text{ 年份的养老金支出} = t \text{ 年份退休职工人数} \times t \text{ 年份平均养老金} \quad (1.3.2)$$

在整个目标期间全部养老金的收支相等，即在目标期间结束时，养老金的积累额总和为零。

设时刻 u ，年龄 a 岁加入保险的人数为 $n(u)$ ，则在时刻 t 介于 x 岁与 $x + dx$ 岁的人数为

$$l(x, t) = n(t - x + a) \frac{s(x)}{s(a)} dx \quad (1.3.3)$$

其中， $u = t - x + a$ 为职工加入养老保险的时间； $\frac{s(x)}{s(a)}$ 为 a 岁职工生存到 x 岁的概率。

定理 1.1 设时刻 t ，在职职工的平均工资为 $\overline{w(t)}$ ，退休职工的平均养老金为 $\overline{b(t)}$ ，平均工资的增长率为 β ，养老基金的预定投资利息力为 δ ，则社会统筹缴费率为

$$c = \frac{\int_0^T \int_r^d n(t - x + r) e^{\delta(T-t)} \overline{b(t)} \frac{s(x)}{s(r)} dx dt}{\int_0^T \int_a^r n(t - x + a) e^{\delta(T-t)} \overline{w(t)} \frac{s(x)}{s(a)} dx dt} \quad (1.3.4)$$

证明 由时刻 t ，在职职工的平均工资为 $\overline{w(t)}$ ，退休职工的平均养老金为 $\overline{b(t)}$ ，平均工资的增长率为 β ，养老基金的预定投资利息力为 δ ，可得

$$\text{时刻 } t, \text{ 所有在职职工的缴费总额为 } Y(t) = c \overline{w(t)} \int_a^r n(t - x + a) \frac{s(x)}{s(a)} dx$$

$$\text{时刻 } t, \text{ 养老金的支付总额为 } R(t) = \overline{b(t)} \int_r^d n(t - x + a) \frac{s(x)}{s(r)} dx$$