

ASAI SHOUCE



小学数学

XIAOXUE SHUXUE

奥赛手册



东北师范大学出版社

小学数学奥赛手册

六年级

主编 龚 敏 林永志

班级：_____

姓名：_____

东北师范大学出版社
长 春

图书在版编目 (CIP) 数据

小学数学奥赛手册/龚敏, 林永志主编. —长春:
东北师范大学出版社, 2004. 6
六年级用
ISBN 7 - 5602 - 3824 - 6

I. 小... II. ①龚...②林... III. 数学课—小学—
教学参考资料 IV. G624. 503

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2004)第 019825 号

☐责任编辑: 刘效梅 ☐封面设计: 魏晋文化
☐责任校对: 张中敏 ☐责任印制: 张允豪

东北师范大学出版社出版发行
长春市人民大街 5268 号 (130024)
销售热线: 0431—5695744 5688470
传真: 0431—5695734

网址: <http://www.nenup.com>

电子函件: sdcbbs@mail.jl.cn

东北师范大学出版社激光照排中心制版
长春方圆印业有限公司印装

长春市西环路 4407 号 (130062)

2004 年 5 月第 1 版 2004 年 5 月第 1 次印刷

幅面尺寸: 148 mm×210 mm 印张: 9.5 字数: 225 千

印数: 00 001 — 10 000 册

定价: 12.00 元

如发现印装质量问题, 影响阅读, 可直接与承印厂联系调换

目 录

一、速算与巧算	1
二、分数、百分数应用题	8
三、数字谜	18
四、按指定程序计算	29
五、比和比例	36
六、工程问题	48
七、行程问题	59
八、时钟问题	71
九、市场经济	79
十、面积及表面积的计算	92
十一、立体图形的计算	105
十二、统筹规划	117
十三、计算问题	124
十四、逻辑推理	135
十五、最大、最小值问题	146
十六、牛吃草问题	153
十七、浓度问题	160
十八、杂题选讲	165
十九、名题选讲	174
综合自测平台(一)	185
综合自测平台(二)	188
综合自测平台(三)	192
综合自测平台(四)	195
综合自测平台(五)	198
参考答案	202



一、速算与巧算

知识在线

学习本节内容可以使学生在计算中根据数本身的特点,采用一些技巧,将一些计算量大且较复杂的问题转化为简单易算的问题。

1. 运算定律

$$(1) a + b = b + a$$

$$(2) (a + b) + c = a + (b + c)$$

$$(3) \textcircled{1} ab = ba \Rightarrow abc = bac (c \neq 0) \quad \textcircled{2} (ab)^n = a^n b^n$$

$$\textcircled{3} \left(\frac{b}{a}\right)^n = \frac{b^n}{a^n} \quad \textcircled{4} a^m \cdot a^n = a^{m+n}$$

$$(4) a(b \pm c) = ab \pm ac$$

$$(5) a(bc) = (ac)b$$

$$(6) \textcircled{1} a - (b + c) = a - b - c$$

$$\textcircled{2} a - (b - c) = a - b + c$$

$$(7) \textcircled{1} a \div (b \cdot c) = a \div b \div c$$

$$\textcircled{2} a \div (b \div c) = a \div b \times c$$

$$\textcircled{3} a \div c \pm b \div c = (a \pm b) \div c$$

$$\textcircled{4} a \div b = a \times \frac{1}{b}$$

2. 等差数列的求和公式

$$a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$$

$$a_n - a_{n-1} = d$$

$$S_n = \frac{(a_1 + a_n)n}{2} \text{ (其中 } S_n \text{ 为前 } n \text{ 项和, } a_1 \text{ 为首项, } a_n \text{ 为末项, } n \text{ 为项数, } d \text{ 为公差)}$$

3. 常用的几种方法:①改变运算方法;②改变运算顺序;③应用补充数;④特殊的运算方法。



经典解题

例 1 计算: $52476 - 2853 - 3716 + 47524 - 3986 - 8124$

分析:把加的放在一起,减的放在一起,分为两组。

$$\begin{aligned}\text{解:原式} &= (52476 + 47524) - (2853 + 3716 + 3986 + 8124) \\ &= 100000 - 18679 \\ &= 81321\end{aligned}$$

例 2 计算: $48.756 - (35.756 + 6.75)$

分析:减法的一个性质:一个数减去两个数的和,等于从这个数中依次减去这两个加数。

$$\begin{aligned}\text{解:原式} &= 48.756 - 35.756 - 6.75 \\ &= 13 - 6.75 \\ &= 6.25\end{aligned}$$

例 3 计算: $1991 + 1995 + 2002 + 2005 + 2003 + 1997 + 2006 + 1989$

分析:这八个加数都接近 2000,它们的和也接近 2000×8 。

$$\begin{aligned}\text{解:原式} &= 2000 \times 8 - 9 - 5 + 2 + 5 + 3 - 3 + 6 - 11 \\ &= 16000 - 9 + 2 + 6 - 11 \\ &= 16000 - 12 = 15988\end{aligned}$$

例 4 计算: $98 + 196 + 294 + 392 + 490 + 588 + 686 + 784 + 882 + 980$

分析:此题这十个加数有这样的特点:从首项开始分别为 98 的 1 倍、2 倍、3 倍……10 倍,我们把它改写成 98 乘几的形式,然后反用乘法分配律进行巧算。

$$\begin{aligned}\text{解:原式} &= 98 \times 1 + 98 \times 2 + \cdots + 98 \times 9 + 98 \times 10 \\ &= 98 \times (1 + 2 + 3 + \cdots + 10) \\ &= 98 \times 55 = 5390\end{aligned}$$



例 5 计算: $44444 \times 10001 + 44444 \times 4444$

分析:此题是两项积的和,且每一项与另一项有公因数,应用乘法分配律去解。

$$\begin{aligned}\text{解:原式} &= 44444 \times (10001 + 4444) \\ &= 22222 \times 2 \times 14445 \\ &= 22222 \times 28890 \\ &= 22222 \times 30000 - 22222 \times 1110 \\ &= 666660000 - 24666420 \\ &= 641993580\end{aligned}$$

例 6 计算: $2186 \times 341786 + 341786 \times 5410$

分析:此题与上题同。

$$\begin{aligned}\text{解:原式} &= 341786 \times (2186 + 5410) \\ &= 341786 \times 7596 \\ &= 2596206456\end{aligned}$$

例 7 计算: $2002 \times 20032003 - 2003 \times 20022002$

分析:仔细观察每一个数,寻找它们的特点:20032003 可分解为 2003×10001 而 20022002 可分解为 2002×10001 。

$$\begin{aligned}\text{解:原式} &= 2002 \times 2003 \times 10001 - 2003 \times 2002 \times 10001 \\ &= 0\end{aligned}$$

例 8 计算: 3689×998

分析:998 接近 1000,可把 998 改写为 $(1000 - 2)$,再与 3689 相乘达到速算目的。

$$\begin{aligned}\text{解:原式} &= 3689 \times (1000 - 2) \\ &= 3689 \times 1000 - 3689 \times 2 \\ &= 3689000 - 7378 \\ &= 3681622\end{aligned}$$



例 9 计算: $4.68 \times 32 + 2.5 \times 46.8 + 0.468 \times 430$

分析: 通过观察可知, 把三个积中的一个因数都化为 4.65 即可速算。

$$\begin{aligned}\text{解: 原式} &= 4.68 \times 32 + 4.68 \times 25 + 4.68 \times 43 \\ &= 4.68 \times (32 + 25 + 43) \\ &= 4.68 \times 100 \\ &= 468\end{aligned}$$

例 10 计算: $7243000 \div 125$

分析: 因为 $125 \times 8 = 1000$, 所以一个数除以 125, 就等于这个数除以 1000, 再乘 8。

$$\begin{aligned}\text{解: 原式} &= 7243000 \div (1000 \div 8) \\ &= 7243000 \div 1000 \times 8 \\ &= 7243 \times 8 \\ &= 57944\end{aligned}$$

例 11 计算:

$$(123456 + 234561 + 345612 + 456123 + 561234 + 612345) \div 6$$

分析: 括号内的六个加数都由 1, 2, 3, 4, 5, 6 六个数字组成, 如果列出竖式如下:

$$\begin{array}{r}123456 \\ 234561 \\ 345612 \\ 456123 \\ 561234 \\ + 612345 \\ \hline\end{array}$$

若不进位, 每一位的和都为 $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 = 21$, 因此, 这一加法结果是 21×111111 。

$$\text{解: 原式} = 21 \times 111111 \div 6$$



$$\begin{aligned}
 &= 111111 \times 21 \div 3 \div 2 \\
 &= 777777 \div 2 \\
 &= 388888.5
 \end{aligned}$$

例 12 若已知 $1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + \cdots + 25^2 = 5525$, 试求 $2^2 + 4^2 + 6^2 + 8^2 + \cdots + 50^2$ 的数值。

分析: 把原式变形为 $2^2 \times 1^2 + 2^2 \times 2^2 + 2^2 \times 3^2 + \cdots + 2^2 \times 25^2$ 后, 再应用乘法分配律, 即可求解。

$$\begin{aligned}
 \text{解: 原式} &= 2^2 \times 1^2 + 2^2 \times 2^2 + 2^2 \times 3^2 + \cdots + 2^2 \times 25^2 \\
 &= 2^2 \times (1^2 + 2^2 + 3^2 + \cdots + 25^2) \\
 &= 4 \times 5525 \\
 &= 22100
 \end{aligned}$$

例 13 已知 $11^2 = 121$, $111^2 = 12321$, $1111^2 = 1234321$, 求:

(1) $11111^2 = \underline{\hspace{2cm}}$;

(2) $123454321 \times (1+2+3+4+3+2+1+4+5)$ 是哪一个数的平方?

分析: (1) 由已知 $11^2 = 121$, $111^2 = 12321$, $1111^2 = 1234321$, $\cdots$ 可以发现 (又竖式运算的规律) 它们都是错位相加的结果。

(2) 由上题可知 $123454321 = 11111^2$, 而 $1+2+3+4+5+4+3+2+1 = 25 = 5^2$ 。

解: (1) 11111^2 的结果为

$$\begin{array}{r}
 \\
 \\
 \\
 \\
 \\
 + \\
 \hline
 1 \ 2 \ 3 \ 4 \ 5 \ 4 \ 3 \ 2 \ 1
 \end{array}$$

$$11111^2 = 123454321$$

$$\begin{aligned}
 (2) \text{原式} &= 11111^2 \times 5^2 \\
 &= (11111 \times 5)^2 \\
 &= 55555^2
 \end{aligned}$$



自测平台

1. 计算: $1+2+3-4+5+6+7-8+9+10+11-12+\cdots+93+94+95-96+97+98+99-100$

2. 计算: $2.84 \times 1870 - 15.4 \times 284 + 3.3 \times 16$

3. 计算下列各式:

(1) $75 \times 36 + 75 \times 63 + 75$

(2) 397×57

4. 计算: $90000 \div 125 \div 2 \div 8 \div 5$

5. 计算: $99999 + 66666 \times 21 + 33333 \times 55$



6. 计算: $124.68 + 324.68 + 524.68 + 724.68 + 924.68$

7. 计算: $20042004 \times 2004 - 20042003 \times 2003 - 20042003$

8. 计算: $(32.8 \times 91 - 16.4 \times 92 - 1.75 \times 656) \div (0.4)^2$

9. 已知 m 是 1 至 2003 的所有奇数之和, n 是 2 至 2002 所有偶数之和, 那么 $m - n$ 的值为多少?

10. 若 $m = 123456788 \times 987654322$, $n = 123456789 \times 987654321$, 那么 m, n 哪个数大? 大多少?





二、分数、百分数应用题

知识在线

分数、百分数应用题是小学数学的重要内容,也是重点和难点之一。通过本节学习,学生可以理解分数应用题中量与率的对应关系,能够根据题意画出相应的线段图,掌握分数、百分数应用题的解题思路,并学习一些特殊的解法(假设法、转化法、量不变),可以开阔解题思路,提高解题能力,对他们参加数学竞赛、发展思维能力具有十分重要的意义。

1. 分数、百分数应用题的分类

(1)求一个数的几分之几是多少。(用乘法解)

(2)已知一个数的几分之几是多少,求这个数。(用除法解)

(3)求一个数是另一个数的百分之几(几分之几)。(用除法解)(这里的几分之几是对于某个标准量而言的,也就是“谁”的几分之几,而“谁”表示这个标准量——整体“1”。明确整体“1”是解答这种应用题的关键。)

2. 分数、百分数应用题常用的解题方法

(1)量不变法:它包括和不变、差不变、部分量不变。在解题时,先找出题目中的不变量,且以这个量为“单位1”,求出其他量占这个量的几分之几,再利用分数应用题的解法即可。

(2)转化法:它是将题中的多个“单位1”转化成以其中一个量为“单位1”后再求解。

3. 分数、百分数应用题中常出现的标准量、比较量、分率(百分率)是构成应用题的三大要素,尤其是标准量,我们往往把标准量设为“1”。它们三者之间的关系如下:

(1)比较量 $\div$ 标准量=分率(百分率);

(2)标准量 $\times$ 分率(百分率)=比较量;



(3)比较量÷分率(百分率)=标准量。

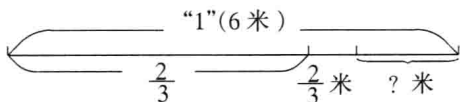
4. 解分数、百分数应用题的思路

一般从对应分率入手,首先判断谁是“标准量”,并把它设为“1”,然后找出与分率相对应的数量。若已知量与分率不对应,则把已知量与分率转化成对应关系,再依据分数的意义列式计算。

经典解题

例 1 一根绳子长 6 米,第一次截去全长的 $\frac{2}{3}$,第二次截去 $\frac{2}{3}$ 米,还剩下几米?

分析:根据题设,设题中全长为“单位 1”,画出线段图如下:



从线段图中可以看出要想求出剩下的米数,就应从全长中减去第一次截去的,再减去第二次截去的。

解:第一次截去全长的 $\frac{2}{3}$,因此第一次截去的米数为

$$6 \times \frac{2}{3} = 4(\text{米})$$

全长 - 第一次截去的 - 第二次截去的 = 剩下的米数

$$6 - 6 \times \frac{2}{3} - \frac{2}{3} = 6 - 4 - \frac{2}{3} = 2 - \frac{2}{3} = 1\frac{1}{3}(\text{米})$$

答:这根绳还剩下 $1\frac{1}{3}$ 米。

例 2 解放小学六(1)班有学生 48 人,男生占 62.5%。后来转走男生若干人,这时男生人数恰好是全班人数的 $\frac{3}{5}$,转走的男生为几人?

分析一:全班人数为 48 人,男生占全班 62.5%,则男生人数为



$$48 \times 62.5\% = 30(\text{人})。$$

解法一：设转走男生 x 人，则有

$$\frac{30-x}{48-x} = \frac{3}{5} \cdots \cdots (1)$$

把(1)式变形为

$$5(30-x) = 3(48-x)$$

$$150 - 5x = 144 - 3x$$

$$2x = 150 - 144$$

$$x = 3$$

答：转走的男生为 3 人。

分析二：以女生为不变量。通过女生占转出若干男生后的比例 $\frac{2}{5}$ ，求出此时班级总人数，两个总数之差为男生转出数。

全班人数 48 人，男生为 $48 \times 62.5\% = 30(\text{人})$ ，

则女生为 $(48 - 30)$ 人，占全班人数的 $\frac{2}{5}$ (转出若干男生后)。

解法二：转出男生数为 $48 - \frac{48-30}{\frac{2}{5}} = 48 - 45 = 3(\text{人})$ 。

答：转走男生 3 人。

例 3

小赵看一本书，每天看 15 页，8 天后还剩下 $\frac{5}{8}$ 没有看。这本书共有多少页？

分析：小赵每天看 15 页，8 天共看 $15 \times 8 = 120(\text{页})$ 。本题的关键是要找出这 120 页相当于全书的几分之几，由还剩下全书的 $\frac{5}{8}$ 没有看，可知已经看了的是全书的 $1 - \frac{5}{8} = \frac{3}{8}$ 。于是 120 页与全书的 $\frac{3}{8}$ 相对应，书的总页数可以求出。

$$\text{解：} 15 \times 8 \div \left(1 - \frac{5}{8}\right) = 120 \div \frac{3}{8} = 320(\text{页})$$

答：小赵看的这本书共有 320 页。



例 4 某果品商店新进一批苹果。当进货全部的 $\frac{3}{8}$ 时,装满 4 筐还多 48 千克;又进余下的苹果时,刚好装满 8 筐。共进苹果多少千克?

分析:根据题设,又进部分装满 8 筐,所以每筐占总数的 $(1-\frac{3}{8})\div 8$;而装满 4 筐还多 48 千克,即这 48 千克占总千克数的 $\frac{3}{8}-(1-\frac{3}{8})\div 8\times 4=\frac{1}{16}$ 。

$$\text{解: } 48 \div \frac{1}{16} = 768 (\text{千克})$$

答:某果品商店新进苹果 768 千克。

例 5 创业大街修路,第一天修的是全长的 30%,第二天修的是第一天的 $\frac{7}{9}$,第三天全部修完。已知第三天比第二天多修 150 米,一共修路多少米?

分析:第二天修的是第一天的 $\frac{7}{9}$,则第二天修的占全长的 $30\% \times \frac{7}{9} = \frac{7}{30}$;第三天修完,得第三天修的路占全长的 $1 - 30\% - \frac{7}{30} = \frac{7}{15}$ 。第三天比第二天多修的米数除以两天的分率差,即可得出全长。

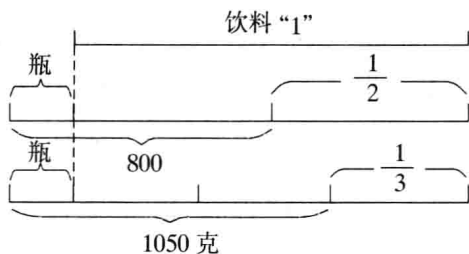
$$\text{解: } 150 \div \left(\frac{7}{15} - \frac{7}{30} \right) = 150 \div \frac{7}{30} \approx 642.9 (\text{米})$$

答:共修路 642.9 米。

例 6 有一瓶饮料,如果喝掉全部的 $\frac{1}{2}$ 后连瓶共重 800 克;如果只喝 $\frac{1}{3}$ 后,连瓶共重 1050 克。求瓶子的重量。

分析:由题设,虽没给出连瓶重量,但是每次喝掉的只是一瓶饮料的一部分,因此此题应以饮料的总重量为“单位 1”。瓶的重量是不发生变化的,在画线段图时应把瓶的重量单画出来。为了便于观察思考,可画线段图如下:





要求瓶的重量,必须先求出饮料的重量。从图中可看出,题中出现两个数量、两个分率,这很难看出它们之间的对应关系。单个看 1050 克和 800 克所对应的分率无法求出,需看 1050 克与 800 克的关系。800 克是包含在 1050 克之中的,称这两个量是包含关系,且 $1050 - 800$ 在图中很容易找到。分率 $\frac{1}{2}$ 与 $\frac{1}{3}$ 也是包含关系, $\frac{1}{2} - \frac{1}{3}$ 所得结果正好与 $1050 - 800$ 的结果相对应,从而可以求出饮料的重量。

$$\begin{aligned} \text{解: } & (1050 - 800) \div \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3} \right) \\ & = 250 \div \frac{1}{6} = 1500 \text{ (克)} \cdots \cdots \text{饮料的重量} \\ & 800 - 1500 \times \frac{1}{2} = 800 - 750 = 50 \text{ (克)} \end{aligned}$$

答:该饮料瓶重 50 克。

例 7 姜老师为学校购买音乐器材,他带去的钱可以买 5 架手风琴或 25 把小提琴。若他买 3 架手风琴后,把剩下的钱全部买小提琴,可以买多少把小提琴?

分析:题设中没有说姜老师带多少钱,也没有提及手风琴和小提琴的单价等条件,如何算出剩下的钱可以买多少把小提琴呢?认真思考,便发现这题与工程问题类似。若把姜老师所带钱数当作“1”,则每架手风琴的单价就是 $\frac{1}{5}$,每把小提琴的单价就是 $\frac{1}{25}$,而买 3 架手风琴后剩下的钱为 $1 - \frac{1}{5} \times 3 = \frac{2}{5}$,由此便可求出剩下的钱能买多少把小提琴了。

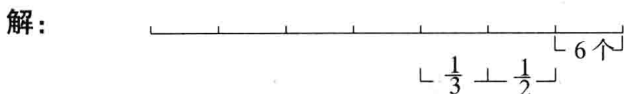


$$\begin{aligned}
 \text{解: } & \left(1 - \frac{1}{5} \times 3\right) \div \frac{1}{25} \\
 &= \frac{2}{5} \times \frac{25}{1} \\
 &= 10(\text{把})
 \end{aligned}$$

答:姜老师剩下的钱可买 10 把小提琴。

例 8 一只小兔种了萝卜。秋收后,第一天它吃了这堆萝卜的 $\frac{1}{7}$,第二天它吃了余下萝卜的 $\frac{1}{6}$,第三天它吃了余下萝卜的 $\frac{1}{5}$,第四天它吃了余下萝卜的 $\frac{1}{4}$,第五天它吃了余下萝卜的 $\frac{1}{3}$,第六天它吃了余下萝卜的 $\frac{1}{2}$,这时还剩下 6 个萝卜。第一天和第二天兔子所吃萝卜的总数为多少个?

分析:此题若从第一天向后逐步推算小兔六天共吃掉多少个萝卜,是非常困难的。要是画出线段图帮助思考,此题很容易求出。(每天吃掉是均数,天数与萝卜数对应减少)



从图中不难看出,第一天和第二天兔子分别吃掉了 6 只萝卜,则
 $6 + 6 = 12(\text{个})$

答:小兔第一天和第二天所吃萝卜数为 12 个。

例 9 有含盐 8% 的盐水 60 千克,要配制含盐 25% 的盐水,需要加盐多少千克?

分析:应抓住加盐前后溶剂(水)未变这一等量关系,可列出方程来求解。

解:设需要加盐 x 千克,则配制前含水 $60(1 - 8\%)$ 千克,而配制后含水 $(60 + x)(1 - 25\%)$ 千克。

